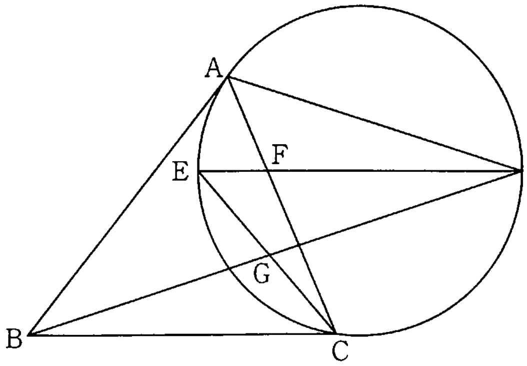
5－5. 平面図形　その他の証明　複合問題ほか　2008年度出題

【問1】

図のように，2つの△ABCと△ABDがあり，BC＝ADとします。3点A，C，Dを通る円と，∠ADBの二等分線との交点をEとします。線分ACとDEの交点をFとし，線分BDとCEの交点をGとします。次の問いに答えなさい。

（北海道　2008年度）

問1．△ABCがAB＝BCの二等辺三角形で∠ABD＝30°のとき，∠BADの大きさを求めなさい。



問2．∠CED＝∠ECBのときAF＝CGを証明しなさい。

解答欄

問1	度	
問2	証明	

【問2】

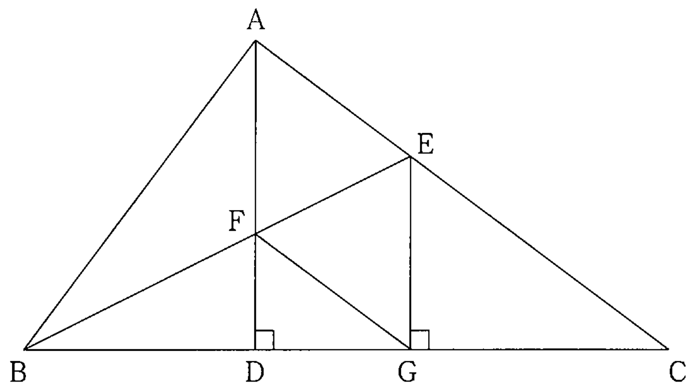
図において，△ABCは，∠BAC＝90°，AB＝3cm，AC＝4cmである。点AからBCにひいた垂線とBCとの交点をD，∠ABCの二等分線とAC，ADとの交点をそれぞれE，Fとし，点EからBCにひいた垂線とBCとの交点をGとする。このとき，あとの問いに答えなさい。

（山形県 2008年度）

問1．ADの長さを求めなさい。

問2．EA＝EGであることを証明しなさい。

問3．DGの長さを求めなさい。



問4．△DFGの面積を求めなさい。

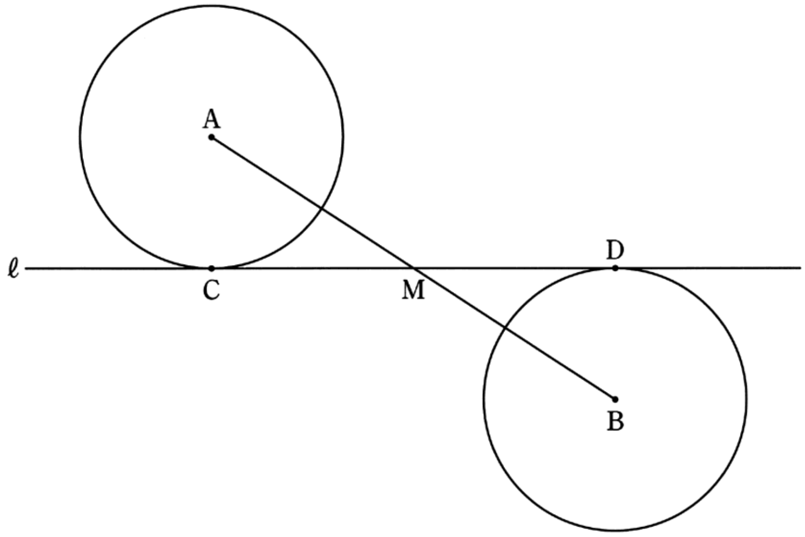
解答欄

問1	cm
問2	証明
問3	cm
問4	cm^2

【問3】

図のように，半径の等しい2つの円A，Bがあり，直線ℓ にそれぞれ点C，Dで接している。線分ABとℓ との交点をMとする。このとき，AM＝BMであることを証明しなさい。

（福島県 2008年度）



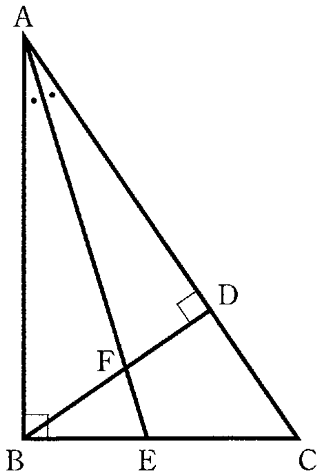
解答欄

証明

【問4】

図のように，∠ABC＝90°の直角三角形ABCにおいて，頂点Bから辺ACに垂線BDを引く。また，∠BACの二等分線と辺BC，BDとの交点をそれぞれE，Fとする。このとき，BE＝BFであることを証明しなさい。

（栃木県 2008年度）



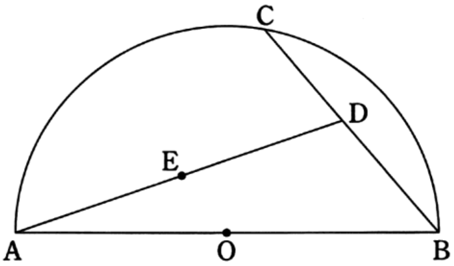
解答欄

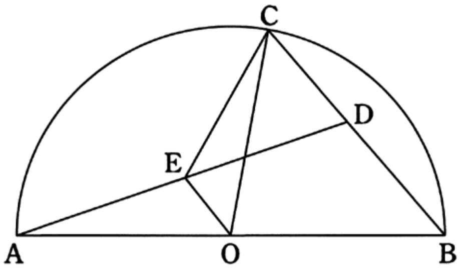
証明

【問5】

図のように，線分ABを直径とする半円があり，点Oは線分ABの中点である。2点A，Bと異なる，$\overset{\frown}{AB}$上の点をCとし，2点B，Cと異なる，線分BC上の点をDとする。また，線分ADの中点をEとする。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（千葉県 2008年度）





問1．点Cと点Eを結ぶとき，△EDCは二等辺三角形となる。下の □ の中は，△EDCが二等辺三角形となる証明を途中まで示してある。□ の中の $\boxed{(a)}$ ，$\boxed{(b)}$ の中に入る最も適当なものを，語群のア～カのうちからそれぞれ1つずつ選び，符号で答えなさい。また，□ の中の $\boxed{(c)}$ の中に証明の続きを書き，証明を完成させなさい。ただし，①～⑥に示されている関係を使う場合，番号の①～⑥を用いてもかまわないものとする。

証明

点Cと点O，点Eと点Oを結ぶ。
△AOEと△COEにおいて，
OEは共通なので，
OE＝OE…①
半円の半径から，
OA＝OC…②
△ABDにおいて，
仮定から，
AO＝OB…③
AE＝ED…④
③，④より，
$\boxed{(a)}$ から，
OE // BD…⑤
$\boxed{(b)}$ から，
∠AOE＝∠ABD…⑥

$\boxed{(c)}$

よって，AE＝CEとなり，④から
EC＝ED
したがって，
△EDCは二等辺三角形である。

語群

ア　二等辺三角形の底角は等しい
イ　平行線の錯角は等しい
ウ　平行線の同位角は等しい
エ　三平方の定理
オ　円周角の定理

問2．4点O，D，C，Eを結び，四角形ODCEをつくる。四角形ODCEがひし形になるとき，OA＝aとして，このひし形の面積をaを用いて表しなさい。

解答欄

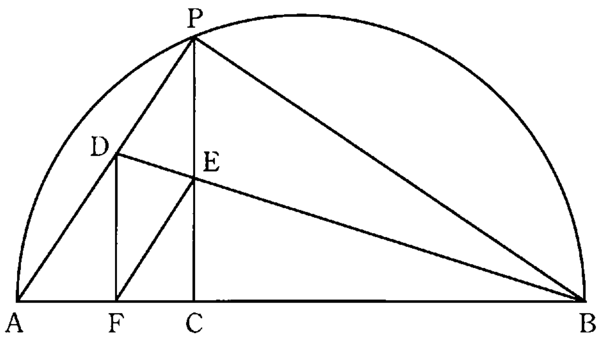
問1	(a)	
	(b)	
	(c)	
問2		

【問6】

図のように，線分ABを直径とする半円において，弧AB上に点Pをとる。点Pから線分ABにひいた垂線と線分ABとの交点をC，∠PBAの二等分線と線分PAとの交点をD，線分PCと線分BDの交点をEとする。また，点Dから線分ABにひいた垂線と線分ABとの交点をFとし，点Eと点Fを結ぶ。このとき，四角形PDFEがひし形であることを，次のように証明した。問1，問2に答えなさい。

（石川県　2008年度）

問1．



証明

△BPDと△BFDにおいて

$\boxed{\quad\text{ア}\quad}$ は共通

仮定より∠PBD＝∠FBD

また，ABは直径で，DF⊥ABより

$\boxed{\text{イ}}$ ＝ $\boxed{\text{ウ}}$ ＝90°

よって，直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

△BPD≡△BFD

$\boxed{\text{エ}}$

問1．$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ にあてはまるものを書きなさい。

問2．$\boxed{\text{エ}}$ の部分に入る証明の続きを書きなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td>エ</td><td>証明の続き</td></tr>
</table>

【問7】

△ABCは正三角形，D，Eはそれぞれ辺AB，BC上の点で，AD＝BEである。このとき，∠BAE＝∠ACDであることを次のように証明したい。 ア ， イ をうめて証明を完成せよ。ただし，D，Eは△ABCの頂点上にはないものとする。

（愛知県A　2008年度）

証明
△ABEと△CADで，
△ABCは正三角形だから，
AB＝ ア …①
∠ABE＝∠ イ ＝60°…②
また，BE＝AD …③
①，②，③から
2辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ABE ≡ △CAD
よって，∠BAE＝∠ACD

解答欄

ア	
イ	

【問8】

四角形ABCDで，AD∥BC，AD＝BCならば，四角形ABCDは平行四辺形であることを次のように証明したい。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ をうめて証明を完成せよ。

（愛知県B　2008年度）

(証明) △ABCと△CDAで， BC＝DA　…① AC＝CA　…② また，AD∥BCだから， ∠ACB＝∠ $\boxed{\text{ア}}$ …③ ①，②，③から 2辺とその間の角が，それぞれ等しいので， △ABC≡△CDA よって，∠BAC＝∠ $\boxed{\text{イ}}$ だから，AB∥DC したがって，2組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるので，四角形ABCDは平行四辺形である。

解答欄

ア	
イ	

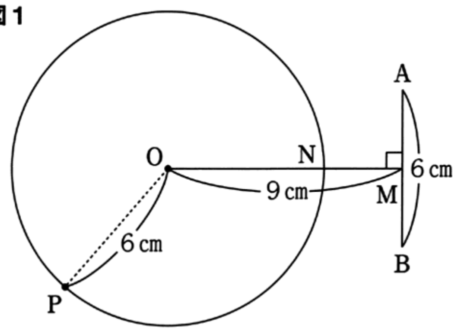
【問9】

図1のように，半径6 cmの円Oと，その円の外に長さ6 cmの線分ABがある。中心Oと線分ABの中点Mを結んだとき，OMとABは垂直であり，線分OMの長さは9 cmである。また，円Oと線分OMの交点をNとし，点Pは円Oの周上を動くものとする。次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県　2008年度）

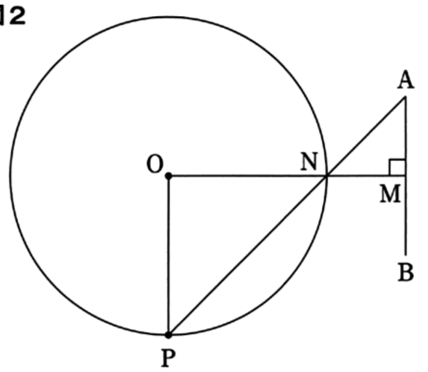
問1．AとNを結ぶとき，ANの長さを求めなさい。

図１



問2．△PABが二等辺三角形となるPはいくつあるか，求めなさい。

図２



問3．△PABが直角三角形となるもののうち，面積が最も大きいものについて，その面積を求めなさい。

問4．図2は，3点A，N，Pが一直線上にあるときのものである。このとき，AN：NP＝1：2であることを証明しなさい。

解答欄

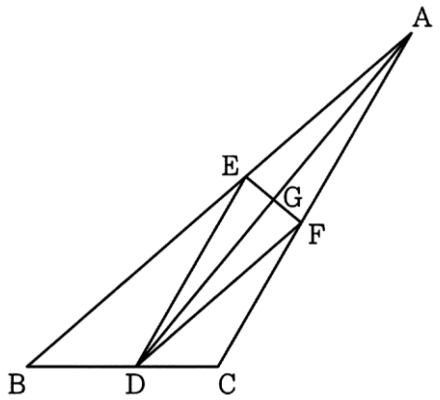
問1	AN＝
問2	個
問3	△PAB＝
問4	証明

【問10】

図のような△ABCがある。∠Aの二等分線と辺BCの交点をD，線分ADの垂直二等分線と辺AB，ACの交点をそれぞれE，Fとし，ADとEFの交点をGとする。次の問いに答えなさい。

（兵庫県 2008年度）

問1．四角形AEDFがひし形であることを次のように証明した。$\boxed{a}$ には，△AEGと△AFGが合同であることの証明を，$\boxed{b}$ ，$\boxed{d}$ には，あてはまるものを下の語群のア～オから選びその記号を書きなさい。また，$\boxed{c}$ には，あてはまる平行四辺形になる条件を書き，この証明を完成させなさい。



＜証明＞

△AEGと△AFGにおいて

a △AEG＝△AFG

よって　　EG＝FG　…①

また，仮定よりAG＝ $\boxed{b}$ …②

①，②より，四角形AEDFは $\boxed{\quad c \quad}$ から，平行四辺形である。

さらに，△AEG≡△AFGより　AE＝ $\boxed{d}$

よって，四角形AEDFは隣り合う辺の長さが等しい平行四辺形である。

したがって，4つの辺の長さがすべて等しいので，四角形AEDFはひし形である。

語群　アAF　イBD　ウBE　エCD　オDG

問2．DC＝2 cm，CF＝4 cm，∠C＝120°とする。

(1)　△DCFの面積を求めなさい。

(2)　線分AFの長さを求めなさい。

(3)　ひし形AEDFの面積を求めなさい。

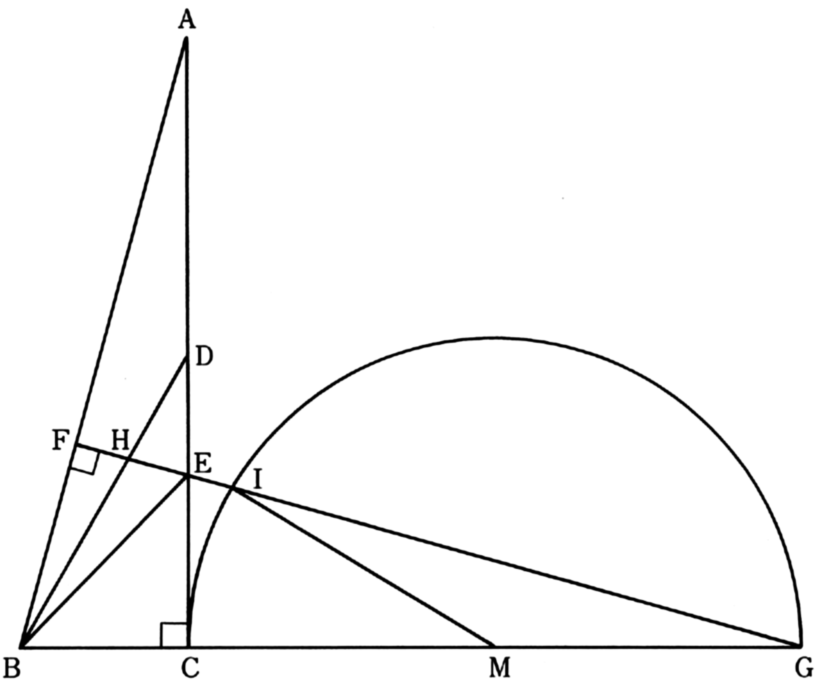
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="4">問1</td><td>a</td><td colspan="2">△AEG≡△AFG</td></tr>
<tr><td>b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>d</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>cm^2</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td><td></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm^2</td><td></td></tr>
</table>

【問11】

図のように，∠ACB＝90°の直角三角形ABCがある。ただし，AC＞BCとする。辺AC上に点DをAD＝BDとなるようにとる。また，線分DC上に2点D，Cと異なる点Eをとる。点Dと点B，点Eと点Bをそれぞれ結ぶ。点Eを通り，辺ABに垂直な直線をひき，辺ABとの交点をF，辺BCを延長した直線との交点をG，線分BDとの交点をHとする。さらに，線分CGを直径として，点Gと異なる点で線分FGと交わるような半円をかき，その交点をIとする。線分CGの中点をMとし，点Mと点Iを結ぶ。このとき，次の問1では指示に従って答え，問2では $\boxed{}$ に適当な数を書き入れなさい。

（岡山県　2008年度）



問1．△DEHが二等辺三角形であることを証明しなさい。

問2．∠ABC＝75°，∠EBC＝45°，BC＝2 cmであるとき，BE＝ $\boxed{(ア)}$ cm，∠BDC＝ $\boxed{(イ)}$ °，DE＝ $\boxed{(ウ)}$ cmであり，△DEHの面積は $\boxed{(エ)}$ cm^2である。

また，線分MG，線分MI，$\overset{\frown}{GI}$ で囲まれたおうぎ形MGIの面積は $\boxed{(オ)}$ cm^2である。

解答欄

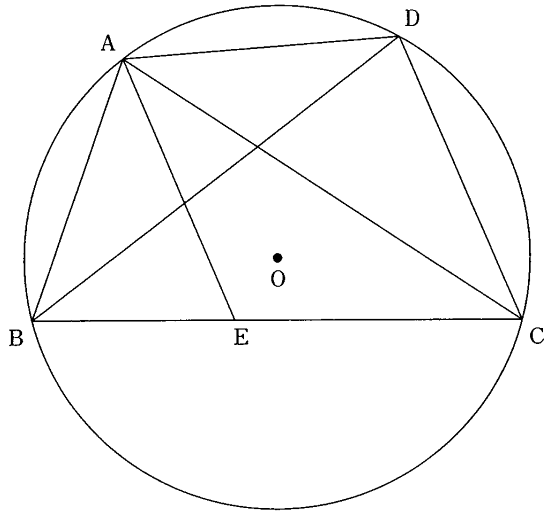
<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td rowspan="5">問2</td><td>(ア)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(イ)</td><td>°</td></tr>
<tr><td>(ウ)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(エ)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td>(オ)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

【問12】

図のように，円Oの円周上に4点A，B，C，Dがあり∠ABD＝∠ADBです。また，線分BC上に点Eがあり，AE∥DCです。これについて，次の問1・問2に答えなさい。

（広島県　2008年度）

問1．△ECAは二等辺三角形であることを証明しなさい。



問2．AB＝5 cm，∠ADB＝30°のとき，$\overset{\frown}{AB}$の長さは何cmですか。ただし，$\overset{\frown}{AB}$は小さい方の弧をさすものとし，円周率はπとします。

解答欄

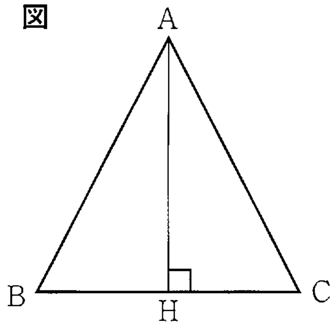
問1	〔仮定〕図において，4点A，B，C，Dは円Oの円周上の点，∠ABD＝∠ADB，AE∥DC 〔結論〕△ECAは二等辺三角形 〔証明〕
問2	cm

【問13】

図の△ABCは，AB＝ACの二等辺三角形である。頂点Aから底辺BCに垂線AHをひくとき，BH＝CHとなることを証明しなさい。

（鳥取県　2008年度）

図



解答欄

証明

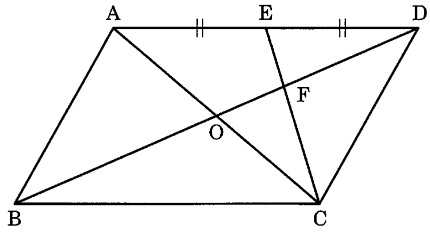
【問14】

図1のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点をO，辺ADの中点Eと点Cを結び対角線BDとの交点をFとする。次の問1～問3に答えなさい。

（徳島県 2008年度）

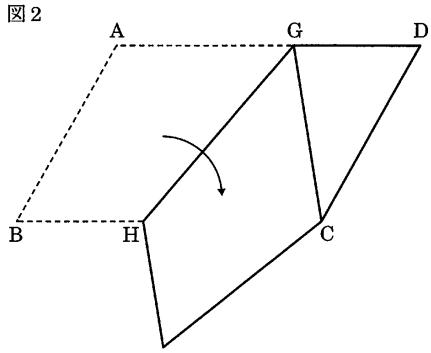
問1．△EFDと△OCFの面積が等しいことを証明しなさい。

図1



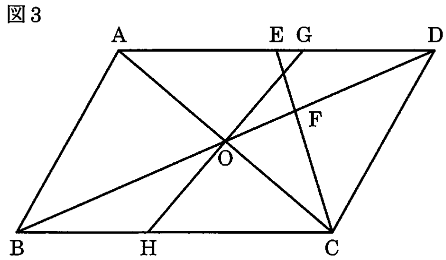
問2．四角形AOFEの面積は，平行四辺形ABCDの面積の何倍か，求めなさい。

図2



問3．図1の平行四辺形ABCDが，AB＝12 cm，BC＝18 cm，∠ABC＝60° のとき，次の(1)･(2)に答えなさい。

図3



(1) 平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。

(2) 平行四辺形ABCDを図2のように点Aが点Cに重なるように折り，その折り目をGHとする。次に，折った部分をもとにもどすと図3のようになる。このとき，線分EGの長さを求めなさい。

解答欄

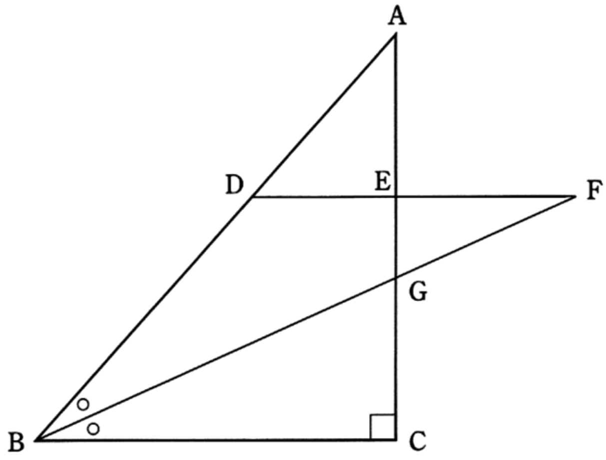
問1	証明	
問2	倍	
問3	(1)	cm^2
	(2)	cm

【問15】

図のような，∠C＝90° の直角三角形ABCがある。点D，Eは，それぞれAB，AC上の点であり，DE∥BCである。また，点Fは，∠ABCの二等分線とDEを延長した直線との交点であり，点Gは，BFとACとの交点である。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（佐賀県 後期 2008年度）

問1．△DBFが二等辺三角形であることを証明しなさい。



問2．BC＝10 cm，DE＝4 cm，AB＝15 cmとして，次の(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(1) BDの長さを求めなさい。

(2) EG：GCを最も簡単な整数の比で表しなさい。

(3) GFの長さを求めなさい。

(4) △DBGの面積を求めなさい。

解答欄

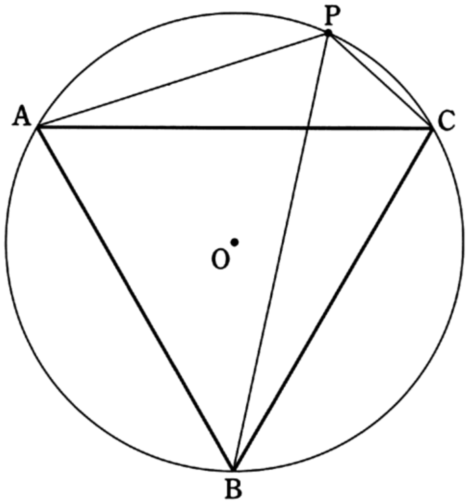
問1	証明	
問2	(1)	cm
	(2)	EG：GC＝ ：
	(3)	cm
	(4)	cm^2

【問16】

図は，1辺の長さが6 cmの正三角形ABCと3つの頂点A，B，Cを通る円Oにおいて，$\overset{\frown}{AC}$上の点Pと点A，B，Cをそれぞれ結んだものである。点Pを，点Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$上で，点A，Cを除くいろいろな位置に動かすとき，次の問1～問3に答えなさい。

（鹿児島県　2008年度）

問1．∠APBの大きさは何度か。



問2．線分BPが円の中心Oを通るとき，その長さは何cmか。

問3．点Pを∠CBP＝15°となる位置に動かした。線分BP上にBQ＝CPとなる点Qをとり，点Qと点Aを結ぶ。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) AQ＝APであることを証明せよ。

(2) △ABQの面積は何cm^2か。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">度</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問3</td><td>(1)</td><td>(証明)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>