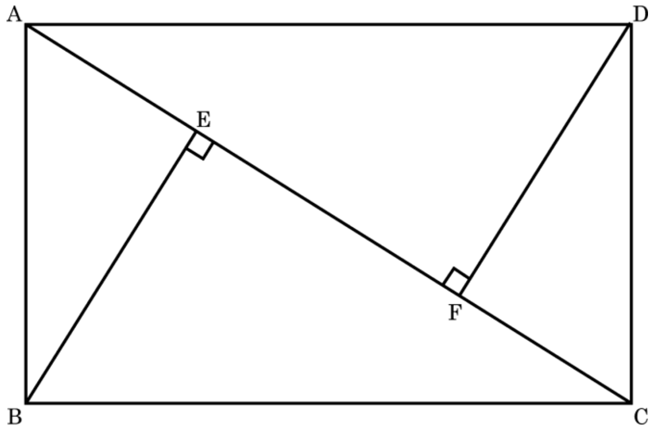
3－2. 平面図形　合同の証明　複合問題ほか　2003年度出題

【問1】

図の長方形ABCDで，対角線ACに点B，Dから垂線をひき，その交点をそれぞれ点E，Fとする。このとき，△ADF≡△CBEとなることを証明しなさい。

（青森県　2003年度）



解答欄

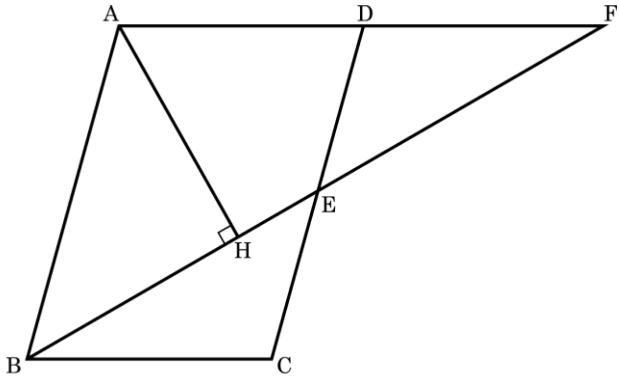
証明

【問2】

図のように，∠BADが鈍角である平行四辺形ABCDがあり，辺CDの中点をEとし，辺ADの延長と線分BEの延長との交点をFとします。また，点Aから線分BFに垂線をひき，線分BFとの交点をHとします。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（岩手県　2003年度）

⑴　△EBC≡△EFDであることを証明しなさい。



⑵　AD＝AH＝BH＝2　cmのとき，平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。

解答欄

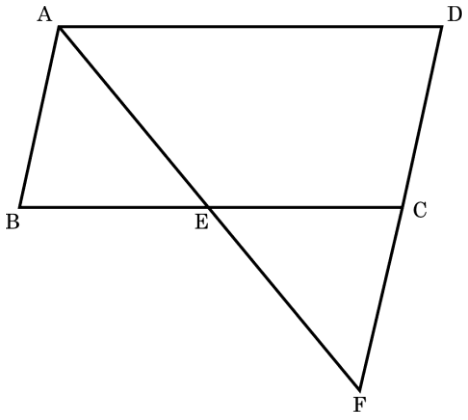
(1)	証明
(2)	cm²

【問3】

図で，四角形ABCDは平行四辺形である。線分BCの中点をE，線分AEとDCを延長した直線の交点をFとする。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（秋田県　2003年度）

(1)　平行四辺形ABCDの面積が20 cm²のとき，△ABEの面積を求めなさい。



(2)　△ABE≡△FCEとなることを下のように証明した。$\boxed{\quad}$ にあてはまる記号またはことばを書きなさい。

［証明］　△ABEと△FCEにおいて
仮定から，BE＝ $\boxed{\quad\quad}$
$\boxed{\quad\quad}$ は等しいことから，
∠AEB＝∠FEC
$\boxed{\quad\quad\quad\quad}$ は等しいことから，
∠ABE＝∠FCE
したがって，
$\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△FCE

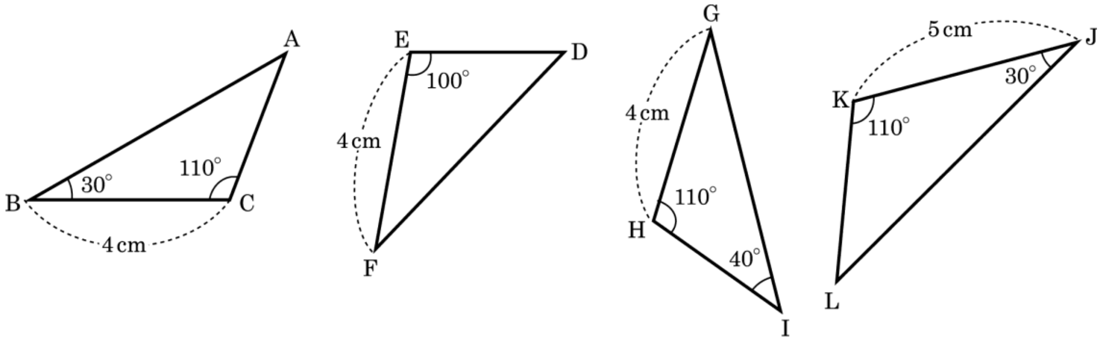
解答欄

(1)	cm²
(2)	［証明］ △ABE と△FCE において 仮定から，BE＝$\boxed{\quad\quad}$ $\boxed{\quad\quad}$ は等しいことから， ∠AEB＝∠FEC $\boxed{\quad\quad\quad\quad}$ は等しいことから， ∠ABE＝∠FCE したがって， $\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ がそれぞれ等しいから， △ABE≡△FCE

【問4】

図で，合同な三角形はどれとどれか。記号≡を使って表しなさい。

（福島県 2003年度）

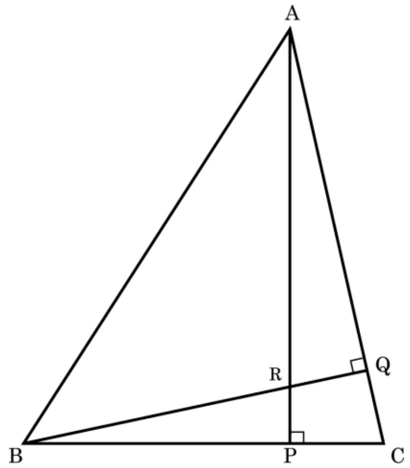


解答欄

【問5】

図のように，∠BAC＝45° の△ABCがある。頂点Aから辺BCに垂線をひき，辺BCとの交点をPとする。また，頂点Bから辺ACに垂線をひき，辺ACとの交点をQとし，線分APと線分BQの交点をRとする。このとき，△ARQ≡△BCQであることを証明しなさい。

（茨城県 2003年度）



解答欄

証明

【問6】

次の会話文を読んで，後の(1)，(2)の問いに答えなさい。

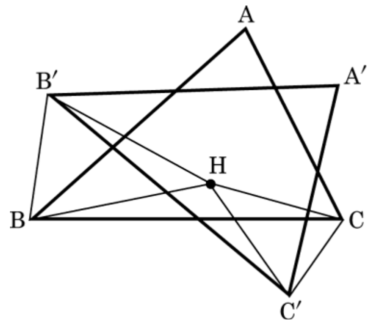
（群馬県　2003年度）

田中先生：黒板の図で，HとB，B′，C，C′とをそれぞれ直線で結ぶと∠BHB′＝∠CHC′となります。このことを証明するには，どの三角形とどの三角形の合同をいえばよいと思いますか。

春彦さん：三角形 $\boxed{\text{ア}}$ と三角形 $\boxed{\text{イ}}$ との合同をいえばよいと思います。

田中先生：そうですね。では，∠BHB′＝∠CHC′であることを証明してみてください。

黒板にかかれた図と条件



①△ABC≡△A′B′C′
②Hは，線分BB′，CC′の垂直二等分線の交点

春彦さんの黒板での証明

Hが，線分BB′，CC′の垂直二等分線の交点より，
HB＝HB′，HC＝HC′…①
$\boxed{\text{ウ}}$ ＝ $\boxed{\text{エ}}$ （△ABC≡△A′B′C′より）…②
よって，①，②より，$\boxed{\text{オ}}$ から，△ $\boxed{\text{ア}}$ ≡△ $\boxed{\text{イ}}$
さらに，[　　カ　　]
よって，∠BHB′＝∠CHC′

田中先生：そのとおりです！　この図から，他に何か気づくことはありませんか。
夏子さん：Hは線分AA′の垂直二等分線上の点ですか？　そうだとすれば，HA＝HA′となると思います。
田中先生：よいところに気づきましたね。HA＝HA′であることを証明してみてください。

(1)　会話と春彦さんの証明において，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ にはそれぞれ適する記号を入れなさい。$\boxed{\text{オ}}$ には三角形の合同条件をそれぞれ入れなさい。また，[　カ　] に適する式やことばを入れなさい。

(2)　HA＝HA′であることを証明しなさい。

解答欄

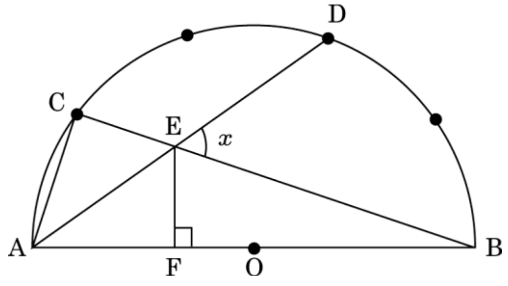
(1)	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
	オ	
	カ	
(2)	証明	

【問7】

図のように，線分ABを直径とする半円Oの$\overset{\frown}{AB}$を5等分します。そのうち，$\overset{\frown}{AB}$を1：4に分ける点をC，3：2に分ける点をDとします。線分BCとADとの交点をEとし，点Eから直径ABに垂線をひき，その交点をFとします。このとき，次の各問に答えなさい。

（埼玉県 2003年度）

(1) ∠DEBの大きさxを求めなさい。



(2) △AEFと△AECが合同であることを証明しなさい。

解答欄

(1)	度
(2)	証明

【問8】

図1で，四角形ABCDは，AB＜ADの平行四辺形である。点Pは平行四辺形ABCDの辺AD上にある点で，頂点A，Dのいずれにも一致しない。点Qは平行四辺形ABCDの辺BC上にある点で，頂点B，Cのいずれにも一致しない。頂点Aと点Qを結んだ線分と，頂点Bと点Pを結んだ線分との交点をEとする。次の各問に答えよ。

（東京都 2003年度）

問1．図1において，∠ABC＝70°，AB＝AP＝AQのとき，∠AEPの大きさは何度か。

問2．図2は，図1において，AP＝BQの場合を表している。次の①，②に答えよ。

① △AEP≡△QEBであることを証明せよ。

② 図3は，図2において，頂点Cと点Pを結んだ線分と，頂点Dと点Qを結んだ線分との交点をFとした場合を表している。四角形PEQFの面積は，平行四辺形ABCDの面積の何分のいくつか。

図１

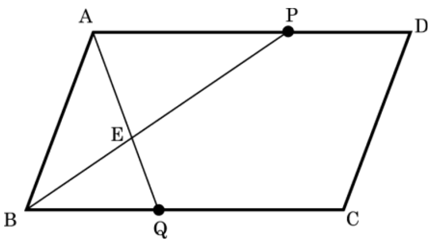


図２

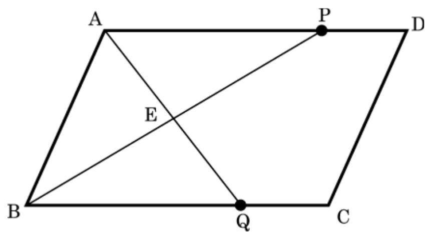
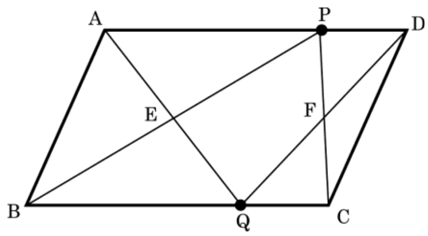


図３



解答欄

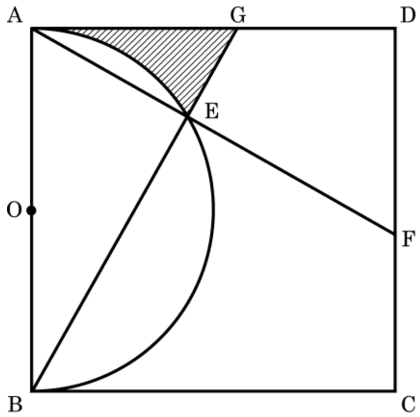
<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">度</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>①</td><td>証明
△AEP と△QEB において，

△AEP ≡△QEB</td></tr>
<tr><td>②</td><td></td></tr>
</table>

【問9】

図のように，1辺の長さが$2\sqrt{3}$ cmの正方形ABCDがあり，辺ABの中点をOとし，Oを中心としてOAを半径とする半円をつくる。弧AB上に線分AEの長さが$\sqrt{3}$ cmとなる点Eをとり，線分AEの延長と辺CDとの交点をF，線分BEの延長と辺ADとの交点をGとするとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（新潟県 2003年度）



(1) ∠BAEの大きさと∠ABEの大きさの和は何度か答えなさい。

(2) △ABG≡△DAFであることを証明しなさい。

(3) 弧AEと線分EG，GAで囲まれた斜線部分の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

解答欄

(1)	度
(2)	証明
(3)	cm^2

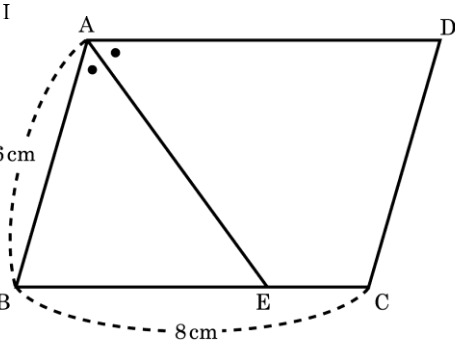
【問10】

AB＝6 cm，BC＝8 cmの平行四辺形ABCDがある。この平行四辺形の辺BC上に点Eをとり，AとEを結ぶ。Eのとり方を(1)～(3)のように変えたとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2003年度）

(1) 図Ⅰのように，AEが∠BADの二等分線となるようにEをとるとき，ECの長さを求めなさい。

図Ⅰ

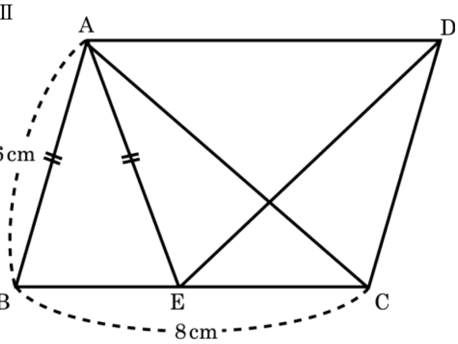


(2) 図Ⅱのように，AE＝ABとなるようにEをとり，AとC，DとEをそれぞれ結ぶ。

① △AEDと合同な三角形を2つあげなさい。

② ①であげた2つの三角形のどちらかを選び，△AEDと合同であることを証明しなさい。

図Ⅱ



(3) AEが∠BADの二等分線で，AE＝ABであるEがとれるとき，平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。

解答欄

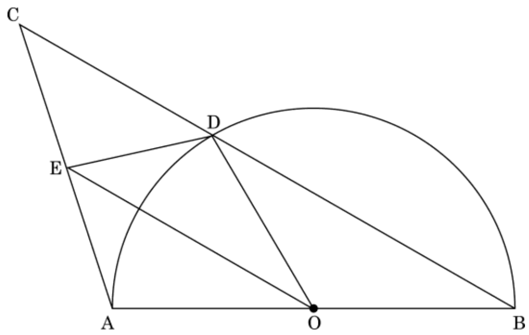
<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="3">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>①</td><td>△AED ≡ </td><td>△AED ≡ </td></tr>
<tr><td>②</td><td colspan="2">証明
△AEDと　　　　　において</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="3">cm^2</td></tr>
</table>

【問11】

図のように，点Oを中心とし，線分ABを直径とする半円と，その外部に点Cがある。線分BCと半円の交点をD，線分ACの中点をEとする。このとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2003年度）

⑴　△OAE≡△ODEであることを証明せよ。



⑵　AB＝8 cm，AC＝6 cm，∠ABC＝30° とする。

ア　CDの長さを求めよ。

イ　四角形ODEAの面積を求めよ。

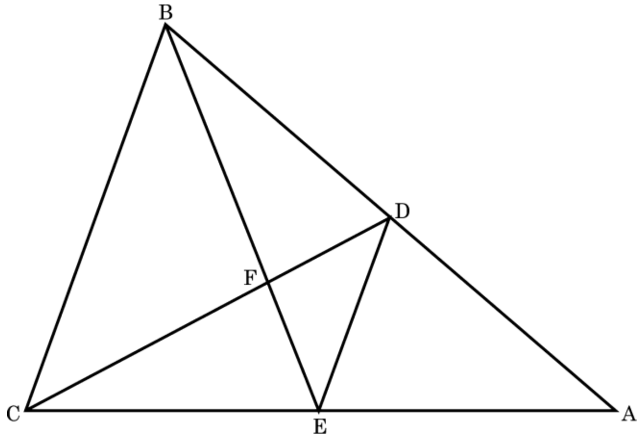
解答欄

⑴	証明	
⑵	ア	cm
	イ	cm^2

【問12】

図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形である。辺AB，ACの中点をそれぞれD，Eとし，線分BEとCDの交点をFとする。このとき，下の図の中には，△BDFと△CEFのように合同な三角形の組がいくつかある。△BDFと△CEF以外の合同な2つの三角形を1組見つけ，合同であることを証明しなさい。

（山梨県　2003年度）



解答欄

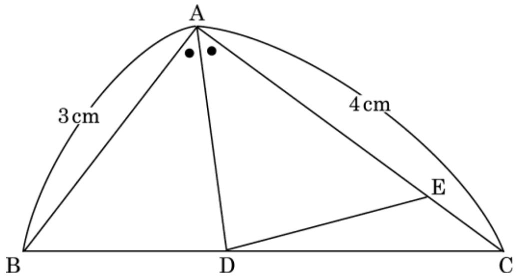
合同な三角形…　△　　　　　　　と△ 証明

【問13】

図のように，AB＝3 cm，AC＝4 cmの△ABCがある。∠Aの二等分線をひき，BCとの交点をDとする。また，辺AC上に点EをAE＝3 cmとなるようにとる。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（和歌山県 2003年度）

問1．△ABDと△AEDが合同であることを証明しなさい。



問2．△ABCと△EDCの面積の比を求め，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td>問2</td><td>△ABC：△EDC＝　　：</td><td></td></tr>
</table>

【問14】

図Ⅰの△ABCは，AC＝1 cm，BC＝2 cm，∠A＝90°の直角三角形である。この△ABCの内部に点Pをとり，PA＋PB＋PCの長さについて考える。このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2003年度）

問1. 辺ABの長さを求めなさい。

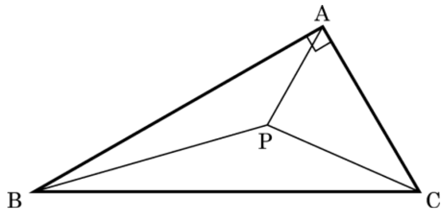
問2. 図Ⅱのように，図Ⅰで辺BCと線分PCをそれぞれ1辺とする2つの正三角形△BDC，△PECをつくるとき△PBC≡△EDCであることを証明したい。解答欄の $\boxed{}$ に，必要なことを述べて，証明を完成させなさい。

問3. 問2からPB＝EDであることがいえる。またPC＝PEであるから，PA＋PB＋PC＝AP＋PE＋EDである。PA＋PB＋PCの長さが最も短くなるとき，

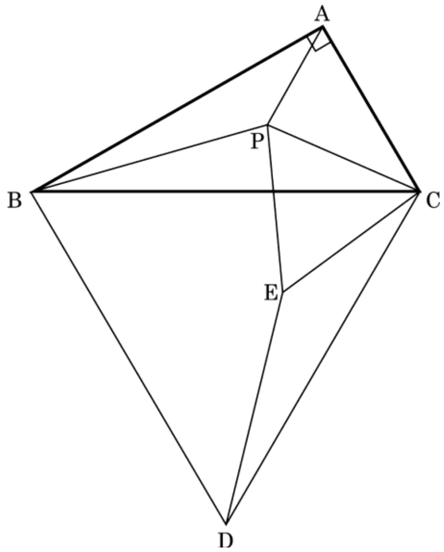
(1) PA＋PB＋PCの長さを求めなさい。

(2) また，そのときの∠APBの大きさを求めなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ



解答欄

問1	AB＝　　　　cm	
問2	証明　△PBCと△EDCで， △PBC≡△EDC	
問3	(1)	cm
	(2)	∠APB＝　　　度

【問15】

図1のように，円周上の点Aから，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$となる円周上の異なる2点B，Cをとり，二等辺三角形ABCをつくった。辺ACについてBと反対側の$\overset{\frown}{AC}$上に点Pをとり，辺ACとBPの交点をQとする。Pが$\overset{\frown}{AC}$上を動くとき，次の問1～問4に答えなさい。

（島根県　2003年度）

問1．解答用紙の図において，△ACPの面積が最大となる点Pを作図して示しなさい。ただし，作図に用いた線を消さないこと。

問2．図2のように，AB // PCのとき，面積の等しい三角形の組は下の例のほかにいくつか考えられる。そのうち，1組だけ書きなさい。

例 $\boxed{\text{△ABCと△ABP}}$

問3．図3のように，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CP}$のとき，△ABQ≡△ACPであることを証明しなさい。

問4．図4のように，BPがこの円の中心Oを通る。OB＝2 cm，BC＝3 cmとするとき，次の1，2に答えなさい。

1．CPの長さを求めなさい。

2．△ABPの面積を求めなさい。

図1

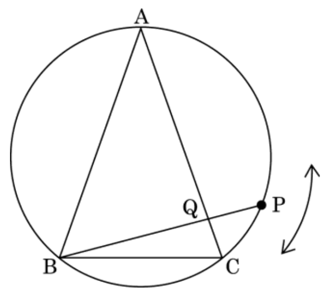


図2

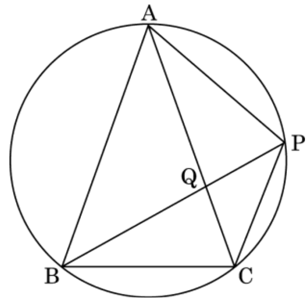


図3

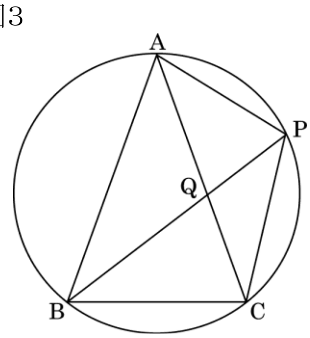
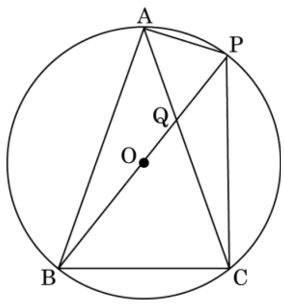
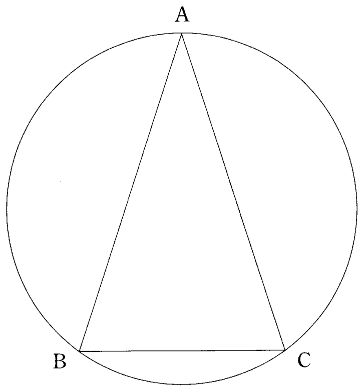


図4



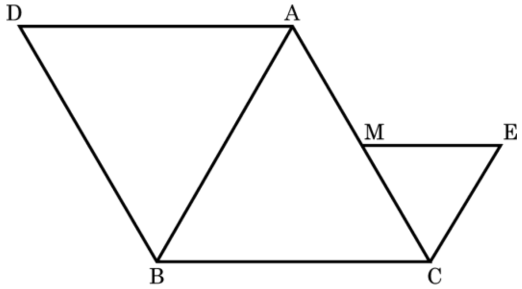
解答欄

問1		
問2	と	
問3	証明	
問4	1	cm
	2	cm^2

【問16】

図のように，1辺が4 cmの正三角形ABCがあり，辺ACの中点をMとする。正三角形ABCの外側に正三角形DBAと正三角形MCEをつくる。このとき，次の⑴～⑷の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2003年度）



⑴ △ADM≡△CBEであることを証明しなさい。

⑵ △EMBにおいて∠EMBの大きさを求めなさい。

⑶ DMの長さを求めなさい。

⑷ △ADMの面積を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	度
(3)	cm
(4)	cm^2

【問17】

図1，図2のように，平行四辺形ABCDがあり，AB＝8 cm，BC＝10 cm，∠BAD＝120° である。辺ADの中点をMとするとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2003年度）

問1．∠ABCの大きさは何度か。

問2．図2のように，線分BMの延長と辺CDの延長との交点をEとする。このとき，△ABM≡△DEMであることを証明せよ。

問3．図3，図4のように，図1の平行四辺形ABCDを点Bが点Mに重なるように折り返すと，折り目は辺AB上の点Fと辺BC上の点Gとを結ぶ線分FGとなった。このとき，次の⑴～⑶に答えよ。

⑴ 折り目となる線分FGを定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，定規は直線や線分をひくときに使い，長さを測ったり角度を利用したりしてはならない。なお，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

⑵ 図4のように，点Mから線分GCにひいた垂線と線分GCとの交点をHとするとき，線分MHの長さは何cmか。

⑶ 図4において，線分MGの長さは何cmか。

図１

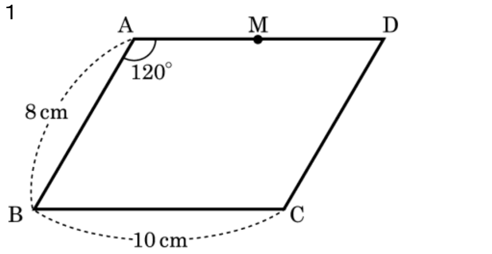


図２

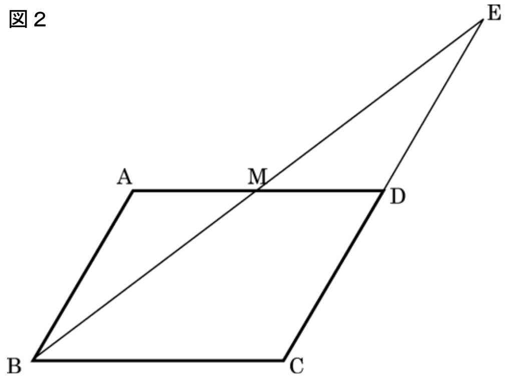


図３

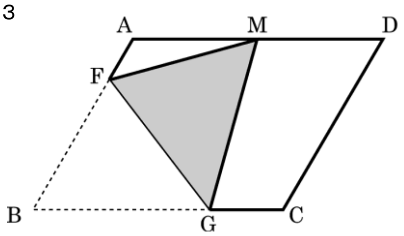
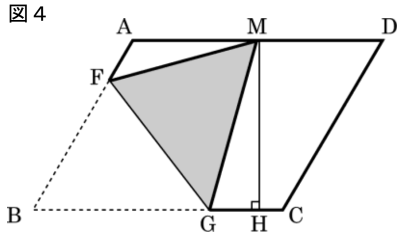
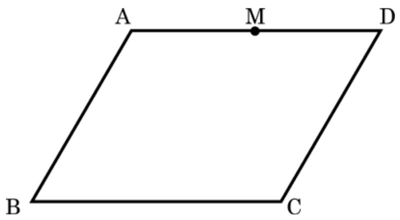


図４



解答欄

問1		°
問2	証明	
問3	(1)	
	(2)	cm
	(3)	cm

【問18】

図Ⅰのように，長方形ABCDの対角線の交点をO，交点Oを通る直線ℓと辺AD，BCの交点をそれぞれE，Fとする。図Ⅰについて，ひろ子さんは次のことに気づいた。□の中を読んで，①，②の問いに答えなさい。

（大分県 2003年度）

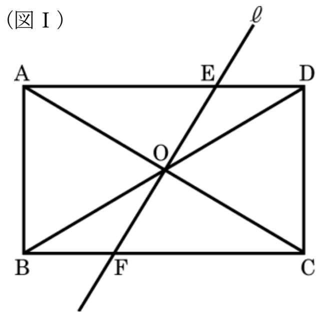
（ひろ子さんが気づいたこと）

図Ⅰにおいて，△AOE≡△COF，△AOB≡△COD，△BOF≡△DOEであるから，四角形ABFEと四角形EFCDの面積は等しい。したがって，長方形ABCDの対角線の交点を通る直線ℓは，長方形ABCDの面積を二等分する。

① 図Ⅰにおいて，△BOF≡△DOEであることを，次のように証明した。次の(ア)，(イ)をうめて，証明を完成しなさい。

【証明】
△BOFと△DOEにおいて，
長方形は平行四辺形で，その対角線はそれぞれの(ア)で交わるから，
OB＝OD
対頂角は等しいから，∠BOF＝∠DOE
平行線の錯角は等しいから，∠OBF＝∠ODE
(イ)がそれぞれ等しいから，
△BOF≡△DOE

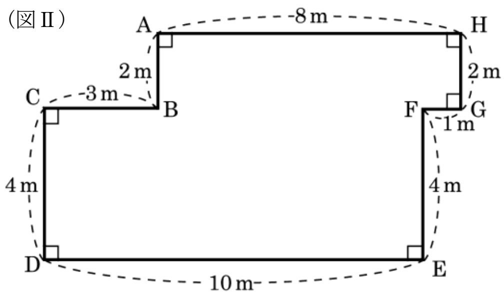
（図Ⅰ）



② 次の(ウ)，(エ)には適する記号を，また，(オ)には適する数を記入しなさい。

ひろ子さんが気づいたことを用いると，図Ⅱのような土地の面積は，長方形(ウ)の対角線の交点と長方形(エ)の対角線の交点を通る直線で二等分できる。また，この2つの交点を結ぶ線分の長さは(オ)mになる。

（図Ⅱ）



解答欄

①	ア			
	イ			
②	ウ		エ	
	オ	m		