6－1．平面図形　証明以外　平面図形の複合問題　2002年度出題

【問1】

図1のように，AB＝4 cm，AC＝2 cm，∠BAC＝90°の△ABCがあります。次の問いに答えなさい。

（北海道　2002年度）

問1．図2は，△ABCにそれと合同な△DEFを重ねたものです。点Dが辺CA上に，点Eが辺CAの延長上に，点Fが辺BC上にあります。このとき，線分AEの長さを求めなさい。

図1

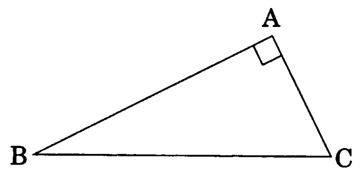
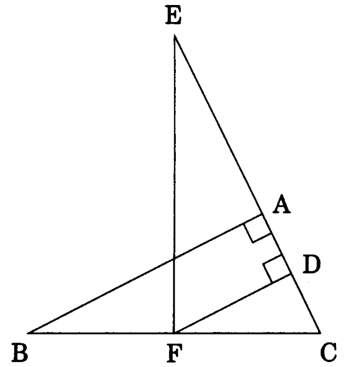


図2



問2．△ABCにおいて，辺BC上に，△ACGの面積が1 cm^2となるように点Gをとります。このとき，△ACGを，辺ABを軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率はπを用いなさい。

解答欄

問1	cm	
問2	計算 答　　　　cm^3	

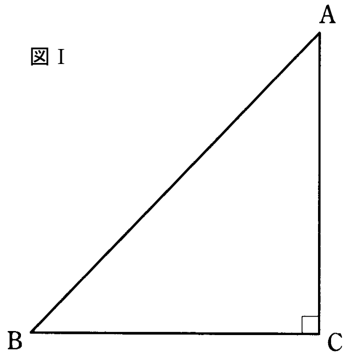
【問2】

図Ⅰは，AC＝BCである直角二等辺三角形ABCです。いま，この三角形ABCを，次の手順で，影のついた部分とつかない部分に分けることにします。

手　順

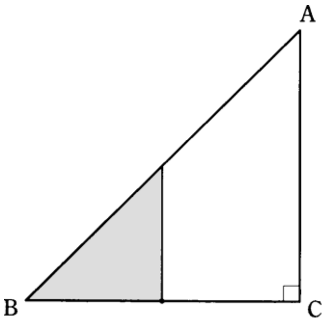
① 図Ⅰの三角形ABCの辺BC上に，この辺をｎ等分する点をとる。ただし，ｎは２以上の偶数とする。
② その各点から辺ACに平行な直線をひき，三角形ABCを分ける。
③ 分けた部分のうち，左から奇数番目の部分に影をつける。

図Ⅰ

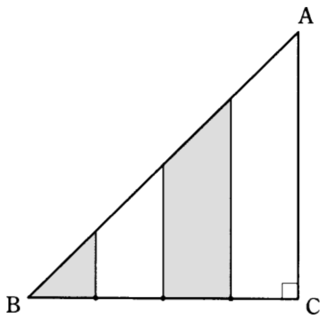


次の図Ⅱ，図Ⅲ，図Ⅳは，この手順で，辺BCをそれぞれ2等分，4等分，6等分し，三角形ABCを分けて，影をつけたものです。

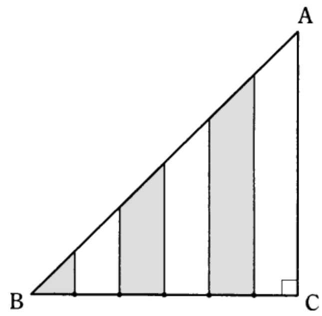
図Ⅱ



図Ⅲ



図Ⅳ



この手順で三角形ABCを分けるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（岩手県 2002年度）

(1) 図Ⅲのように，辺BCを4等分し，三角形ABCを分けたとき，影がついている部分の面積の和と影がついていない部分の面積の和の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 辺BCを20等分し，三角形ABCを分けたとき，影がついている部分すべての面積の和と影がついていない部分すべての面積の和の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

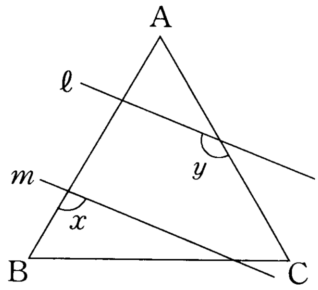
解答欄

(1)	：
(2)	：

【問3】

図の△ABCは正三角形で，2直線 ℓ ，mは平行である。このとき，$\angle x+\angle y$を求めなさい。

（秋田県 2002年度）



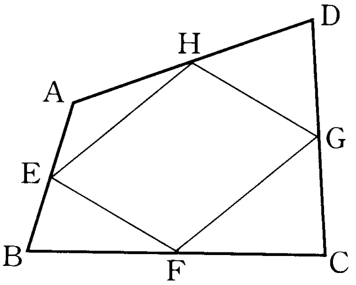
解答欄

°

【問4】

花子さんと次郎さんは，授業で次のことを学習した。

> 四角形ABCDの辺AB，BC，CD，DAの中点をそれぞれE，F，G，Hとすると，四角形EFGHは平行四辺形になる。



この授業後，2人は四角形ABCDと四角形EFGHの関係について，このほかにどんなことが成り立つか考えた。

（秋田県　2002年度）

2人の考えが正しくなるように，①～③にあてはまるものを次のア～クから1つずつ選び，記号を書きなさい。

花子さんの考え 四角形ABCDが $\boxed{①}$ のとき，四角形EFGHは必ずひし形になり，四角形ABCDが $\boxed{②}$ のとき，四角形EFGHは必ず長方形になる。
次郎さんの考え 四角形EFGHがひし形になる四角形ABCDは，「花子さんの考え」の $\boxed{①}$ 以外にもたくさんある。それらの四角形ABCDすべてに共通する性質は $\boxed{③}$ の長さが等しいことである。

ア　台形　　イ　平行四辺形　　ウ　ひし形　　エ　長方形

オ　ABとCD　　カ　ACとBD　　キ　ADとBC　　ク　ABとAD

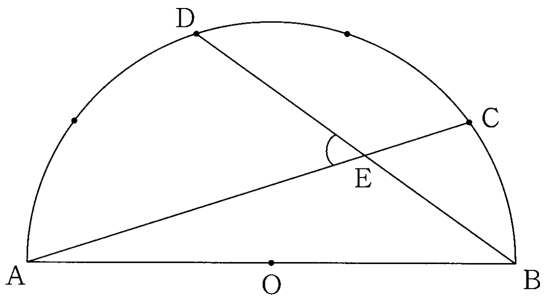
解答欄

①	
②	
③	

【問5】

線分ABを直径とする半円Oの弧ABを5等分し，図のように点C，Dをとり，ACとBDとの交点をEとする。このとき，∠AEDの大きさを求めなさい。

（山形県 2002年度）

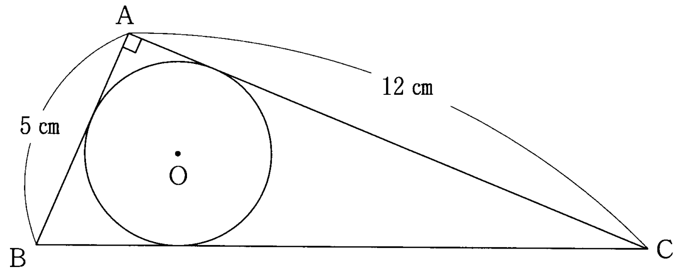


解答欄

【問6】

図のように，AB＝5 cm，AC＝12 cm，∠A＝90° の直角三角形ABCに，円Oが内接している。このとき，円Oの半径を求めなさい。

（山形県 2002年度）



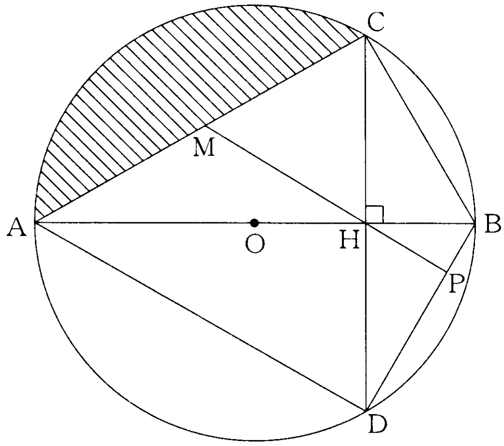
解答欄

【問7】

図のように，半径4 cmの円Oがある。この円の1つの直径をABとし，線分OBの中点をHとする。点Hを通り，ABに垂直な直線と円Oとの交点をC，Dとする。また，線分ACの中点をMとし，点Mと点Hを結んだ直線と線分BDとの交点をPとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2002年度）

⑴ ∠ABCの大きさを求めなさい。



⑵ 弦ACと弧$\overset{\frown}{AC}$とで囲まれた斜線部分の面積を求めなさい。(ただし，円周率はπとする。)

⑶ 四角形MADHの2辺MHとADの間には，どのような関係があるか。2辺MHとADの関係を2つ，記号を用いて表しなさい。

⑷ △PBHの面積と，四角形MHBCの面積の比は，1：$\boxed{}$ である。$\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい。

解答欄

(1)	∠ABC＝　　　　度
(2)	cm²
(3)	
(4)	△PBHと四角形MHBCの面積の比は　1 ：

【問8】

図1のような厚紙でできた1辺12 cmの正方形ABCDがある。この正方形を図2のように折り曲げて，図3のような四面体DEGFを作りたい。このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。ただし，点GはA，B，Cが集まった点とする。

（石川県 2002年度）

図１

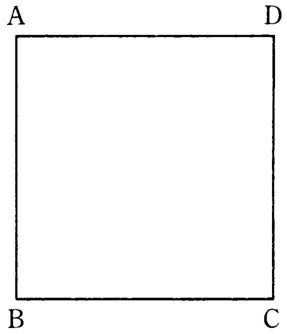


図２

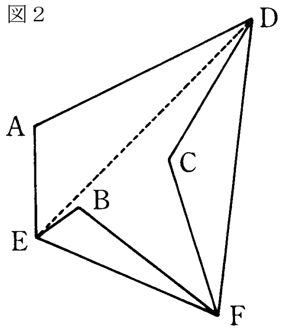
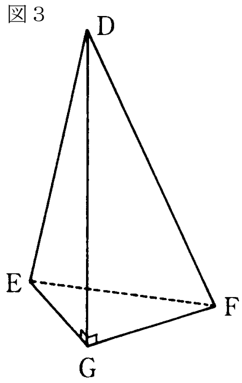


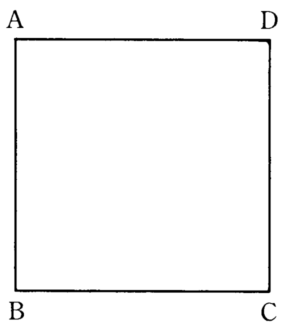
図３



(1) 解答用紙の図に点E，Fを作図して，この四面体DEGFの展開図をかきなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

(2) このようにしてできる四面体DEGFの体積を求めなさい。ただし，厚紙の厚さは考えないものとする。

解答欄

(1)	
(2)	

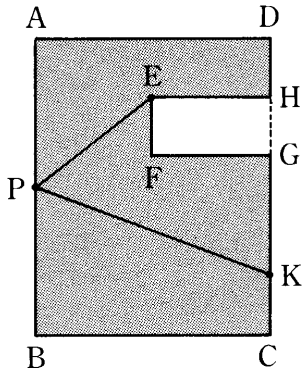
【問9】

水平な平面上に図1の で表された形の花だんがある。四角形ABCDと四角形EFGHはともに長方形で，AB＝20 m，AD＝16 m，DH＝HG＝4 m，EH＝8 mである。このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

（石川県　2002年度）

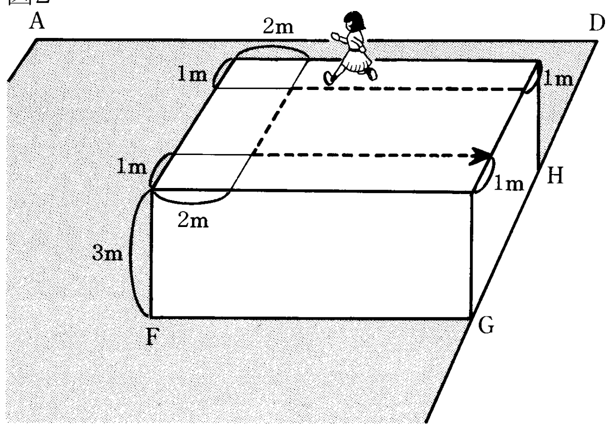
(1) 辺CG上に，CK＝4 mとなる点Kをとる。点Eから辺AB上の点Pを経て，点Kに至る通路を花だんの中に作りたい。通路の長さが最も短くなるように点Pをとるとき，通路の長さを求めなさい。ただし，通路の幅は考えないものとする。

図1



(2) 図1の長方形EFGHの部分に，図2のような直方体の展望台を設置した。この展望台の上の点線で示したコースを歩いて花だんを見るとき，どの地点からも見えない花だんの部分の面積を求めなさい。ただし，目の位置は点線上高さ1.5 mにあるものとし，花の高さは考えないものとする。

図2



解答欄

(1)	
(2)	

【問10】

古代エジプト人は，縄を折り曲げていろいろな図形をつくったと言われている。いま，図1のような輪になっている24 mの縄に12等分の印を付け，印のところで折り曲げて図形をつくる。例えば，正三角形は図2のようにつくる。このつくり方にしたがって，次の(1)，(2)に答えなさい。

（山梨県　2002年度）

図1

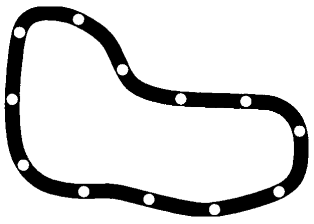
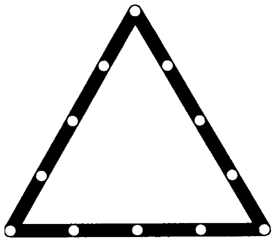


図2



正三角形の例

(1) この縄で直角三角形をつくるとき，その直角三角形の面積を求めなさい。

(2) この縄が余らないようにして，となり合う辺の長さの比が1：2で，1つの内角が60° である平行四辺形をつくるとき，その平行四辺形の長い方の対角線の長さを求めなさい。

解答欄

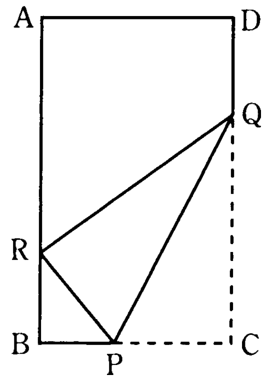
(1)	m^2
(2)	m

【問11】

図は，AB＝10 cm，BC＝6 cmの長方形ABCDを，頂点Cが辺AB上にくるように折り返したものである。折り目と辺BC，CDの交点をそれぞれP，Qとし，頂点Cの移った点をRとする。

（長野県 2002年度）

① ∠PQR＝a°，∠PRB＝b° としてbをaを用いて表しなさい。



② PB:BR:RP＝3:4:5のとき，DQの長さを求めなさい。

解答欄

①	b＝
②	cm

【問12】

次のアからエまでの中から正しいものをすべて選んで，そのかな符号を書け。

（愛知県A　2002年度）

ア　1辺の長さと2つの角が等しい三角形はすべて合同である。

イ　関数$y=x^2$についてxの値が0から2まで増加するときの変化の割合は2である。

ウ　正の数の平方根は，正と負の2つある。

エ　正六角形の一つの内角は60度である。

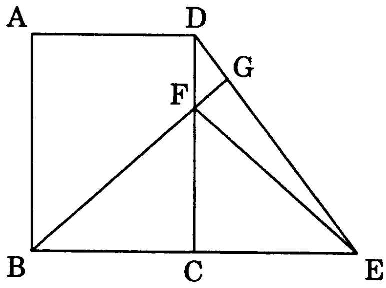
解答欄

【問13】

図で，四角形ABCDは長方形，Eは直線BC上の点でBC＝CE，Fは辺DC上の点で，DF＝$\frac{1}{2}$FCである。また，Gは直線DEとBFとの交点である。AB＝8 cm，AD＝6 cmのとき，次の①，②の問いに答えよ。

（愛知県A 2002年度）

① △FBEの面積は何cm^{2}か。



② 線分GFの長さは線分FBの長さの何倍か。

解答欄

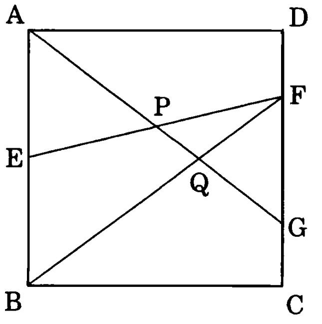
①	cm^2
②	倍

【問14】

図で，四角形ABCDは正方形で，Eは辺ABの中点，F，Gは辺DC上の点で$DF=\frac{1}{2}FG=GC$である。また，P，QはそれぞれAGとFE，AGとFBとの交点である。AB＝4 cmのとき，次の①，②の問いに答えよ。ただし，答えが無理数になるときは，根号をつけたままでよい。

（愛知県B 2002年度）

① 線分FEの長さは何cmか。



② 四角形PEBQの面積は何cm^2か。

解答欄

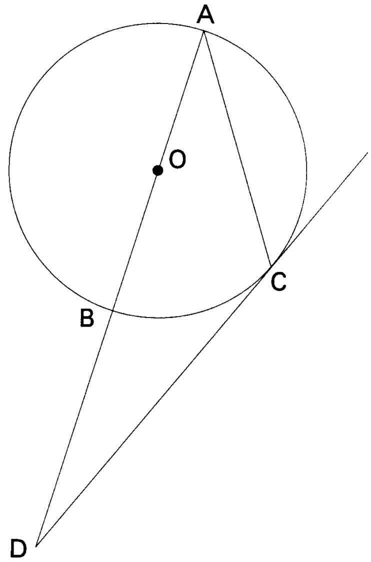
①	cm
②	cm^2

【問15】

　図のように，円Oがあり，円Oの直径ABの延長と，点Cにおける円Oの接線との交点をDとする。このとき，次の問い⑴・⑵に答えよ。

（京都府　2002年度）

⑴　∠BAC＝35°としたとき∠BDCの大きさを求めよ。



⑵　AD＝5 cm，CD＝3 cmとしたときBDの長さを求めよ。

解答欄

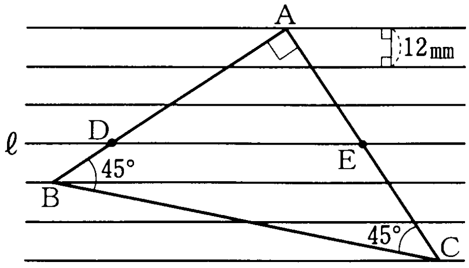
(1)	∠BDC＝　　　　°
(2)	BD＝　　　　cm

【問16】

1つの角が45° の三角定規をノートに置くと，図のように頂点A，B，Cがそれぞれノートの横線上にきた。上から4本目の横線ℓ が辺AB，ACと交わる点をそれぞれD，Eとする。ノートの横線は互いに平行な線分であり，隣り合うどの横線の間隔もすべて12 mmであるとして，各問いに答えよ。

（奈良県 2002年度）

(1) △ADEと四角形DBCEの面積の比を求めよ。



(2) 辺ABの長さを求めよ。

解答欄

(1)	△ADE:四角形DBCE＝　　　：
(2)	mm

【問17】

次のア～エの四角形ABCDのうち，必ず平行四辺形であるといえるものを2つ選び，記号で答えなさい。

（和歌山県 2002年度）

ア　$AD=BC$, $AB \parallel DC$　である四角形ABCD

イ　$AD=BC$, $AB=DC$　である四角形ABCD

ウ　$AD=BC$, $\angle A+\angle B=180^\circ$　である四角形ABCD

エ　$AD=BC$, $\angle B+\angle D=180^\circ$　である四角形ABCD

解答欄

【問18】

図1は家の屋根部分を真横から見たものである。太郎さんと次郎さんは，「小屋梁」に垂直に立てられた「小屋束」の本数とその長さに興味をもった。２人は図1の  で囲まれた部分を数学的に考えるために，図2のように，∠C＝90°，AC＝1の直角三角形ABCをかいた。そして斜辺ABをいくつかに等分した点から底辺BCに垂線をひき，その垂線の数や長さについて下のように考えた。次の問1～問3に答えなさい。

（和歌山県 2002年度）

図１

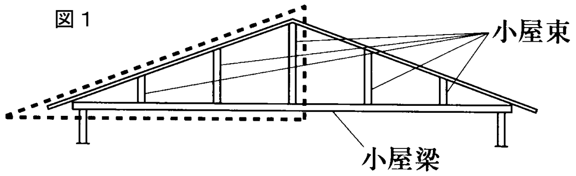
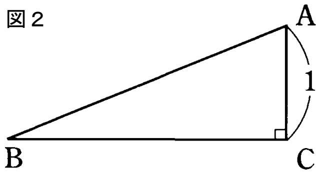
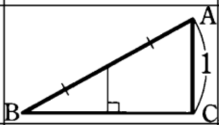
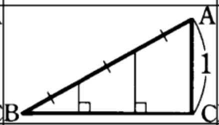
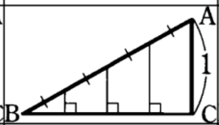
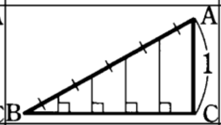


図２



問1．太郎さんは，垂線の数と垂線の長さの和を求め，表にまとめた。下の表はその一部である。

ABを等分した数	2（等分）	3（等分）	4（等分）	5（等分）	
垂線の数	1（本）	2（本）	3（本）	4（本）	
図					
垂線の長さの和を求める式	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$	(ア)	
垂線の長さの和	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	(イ)	

次の⑴，⑵に答えなさい。

⑴ 表中の(ア)にあてはまる式と(イ)にあてはまる数を書きなさい。

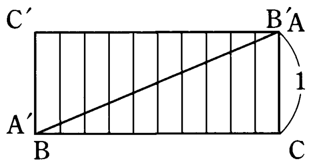
⑵ 垂線の数と垂線の長さの和にはどのような関係があるか，表から気づいたことを書きなさい。

問2．次郎さんは，太郎さんの考えとは別の方法で垂線の長さの和を求めた。次の文は，次郎さんがその方法について，ABを10等分したときを例にとり，説明したものである。文中の(ウ)，(エ)にあてはまる式を入れなさい。

ABを10等分したとき，垂線の数は9本である。右の図のように，△ABCと同じ△A′B′C′を考え，この2つの直角三角形の斜辺を重ねる。このとき，長さ1の垂線が9本できるから，△ABCの垂線の長さの和は，

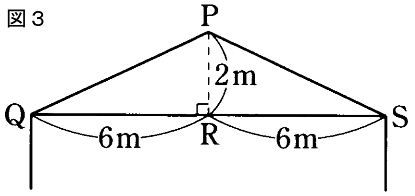
$9\div2=\frac{9}{2}$ である。

このことから，ABをn等分したとき，垂線の数は(ウ)本であり，垂線の長さの和は(エ)となる。



問3. 図3は，屋根QPSを支える「小屋束」を立てようと考えたときの図で，QR＝RS＝6　m，PR＝2　mである。「小屋梁」QRS上に1　m間隔で「小屋束」を立てるとき，「小屋束」の長さの和はPRもふくめて何mになるか，求めなさい。ただし，材料の太さは考えないものとする。

図３



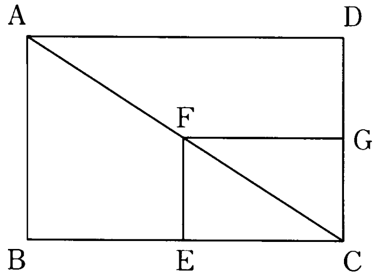
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>(ア)</td><td></td><td>(イ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td>(ウ)</td><td></td><td>(エ)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="5">m</td></tr>
</table>

【問19】

図のように，辺ABと辺ADの長さの和が6 cmの長方形ABCDがあります。辺BC，対角線AC，辺CDの中点をそれぞれE，F，Gとすると，線分EFと線分FGの長さの和は3 cmになります。このわけを，辺ABの長さをx cmとして，xを使った式を用いて説明しなさい。

（広島県 2002年度）

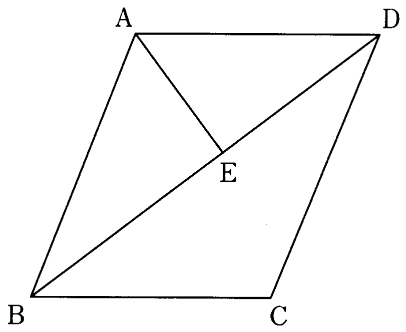


解答欄

【問20】

図のように，平行四辺形ABCDがあり，点Aから対角線BDに垂線AEを引きます。∠ADB＝39°，∠BAE＝56° のとき，∠BCDの大きさを求めなさい。

（広島県 2002年度）



解答欄

度

【問21】

AB＝AC＝2 cmの直角二等辺三角形ABCがある。2辺AC，BC上にそれぞれ点P，Qをとる。頂点AおよびBは動かさずに，線分PQを折り目として折り返したとき，頂点Cの移る点をDとする。このとき，次の(1)～(4)に答えなさい。

（徳島県 2002年度）

図1

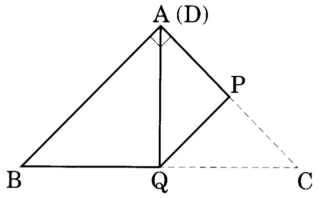


図2

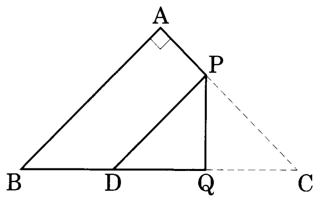


図3

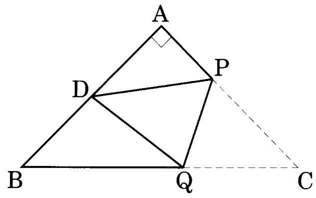
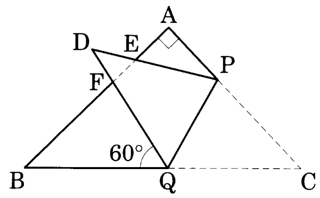


図4



(1) 図1のように，点Dが頂点Aと重なるとき，線分DQの長さを求めなさい。

(2) 図2のように，点Dが，辺BCを3等分する点のうち，頂点Bに近い点と重なるとき，四角形ABDPの面積を求めなさい。

(3) 図3のように，点Dが辺ABの中点と重なるとき，線分DPの長さを求めなさい。

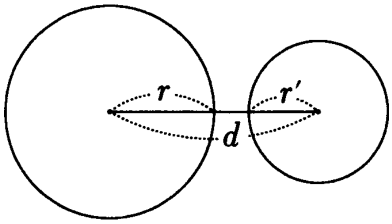
(4) 図4のように，点Qが辺BCの中点と一致し，∠BQD＝60° となるとき，線分DP，DQと辺ABとの交点を，それぞれE，Fとする。線分FQの長さは，線分EPの長さの何倍か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2
(3)	cm
(4)	倍

【問22】

半径がr, r' の2つの円があり，その2円の中心間の距離をdとする。次の[例]は，2円が図のような位置関係にある場合について，説明したものである。



[例] 2円が離れている場合，$\boxed{d>r+r'}$ となり，2円の共通接線は $\boxed{4}$ 本ひける。

[例]を参考にして，$r>r'$ とするとき，次のアにあてはまるd, r, r' の関係を表す等式，イにあてはまる数を，それぞれ書け。

（愛媛県 2002年度）

2円が内接している場合，$\boxed{\text{ア}}$ となり，2円の共通接線は $\boxed{\text{イ}}$ 本ひける。

解答欄

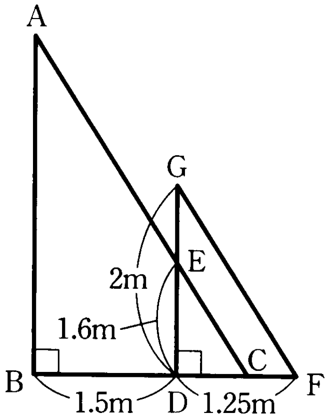
ア		イ	

【問23】

課題学習で，〔図〕のように影が塀にうつっている木の高さABを求めることになった。AE∥GFで，塀の高さDGは2 m，塀の影の長さDFは1.25 m，塀までの木の影の長さBDは1.5 m，塀にうつった木の影の長さDEは1.6 mであった。ただし，木と塀は地面に垂直であり，塀の厚さは考えないものとする。次の ┆　　┆ 内はあきら君とよし子さんの考え方を示している。AEとBDの延長線の交点をC，FGとBAの延長線の交点をHとするとき(ア)～(カ)をうめなさい。ただし(ウ)には適切な語句を入れ，それ以外はすべて数字を入れなさい。

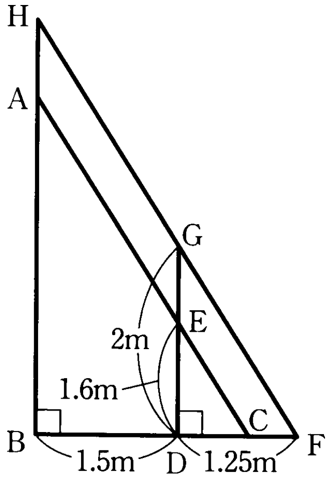
（大分県 2002年度）

あきら君の考え方



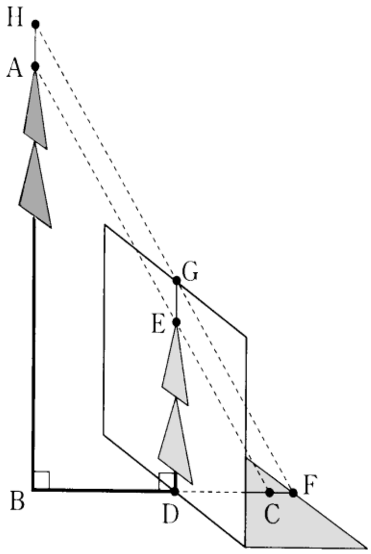
塀がないとき，木の影の長さはBCだから，DCの長さを求めればよいことに気づいた。DCを求めると(ア)mになる。したがって，木の高さは(イ)mである。

よし子さんの考え方



四角形AEGHは(ウ)だから，HA＝(エ)mであることがわかり，HBの長さを求めればよいことに気づいた。HB＝h mとすると，h:2＝(オ):1.25より，h＝(カ)mになる。したがって，木の高さは(イ)mである。

〔図〕



解答欄

ア	イ
m	m
ウ	エ
	m
オ	カ
	m

【問24】

次のア～オは，それぞれ正しいことがらである。ア～オのうち，その逆も正しいのはどれか。二つ選び記号で答えよ。

（熊本県 2002年度）

ア　$x=7$ならば，$x>6$である。

イ　自然数nが6の倍数ならば，nは2でも3でもわりきれる。

ウ　△ABCにおいて，AB＝BC＝CAならば，∠B＝60°である。

エ　四角形において，対角線がそれぞれの中点で交わるならば，平行四辺形である。

オ　△ABCと△DEFにおいて，△ABC≡△DEFならば，△ABC＝△DEFである。

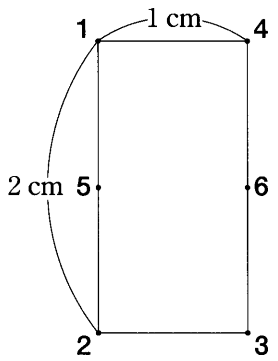
解答欄

【問25】

図のように，縦が2 cm，横が1 cmの長方形の頂点に1，2，3，4，縦の辺の中点に5，6の番号をつける。1から6までの目が出る大小2つのさいころを同時に投げて，大きいさいころの出た目の数と同じ番号の点をA，小さいさいころの出た目の数と同じ番号の点をBとする。このとき，次のア，イの問いに答えなさい。

（宮崎県　2002年度）

ア．大きいさいころの出た目が1，小さいさいころの出た目が6のとき，線分ABの長さを求めなさい。



イ．線分ABの長さをd cmとして，dが無理数になる確率を求めなさい。ただし，同じ目が出たときの線分ABの長さは0 cmとする。

解答欄

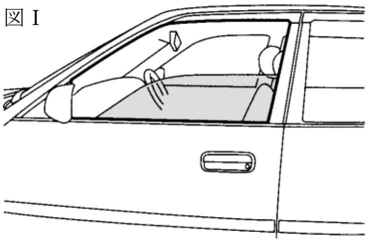
ア	AB＝　　　　cm
イ	

【問26】

二郎君は，図Ⅰのような自動車の窓を見て，図Ⅱにある合同な2つの五角形ABCDEとPQRSTを画用紙でつくり，次のように考えた。

図Ⅱのように平面上で五角形PQRSTを五角形ABCDEの上に重ね五角形PQRSTを4点E，T，D，Sが一直線上に並ぶように上下に動かす。

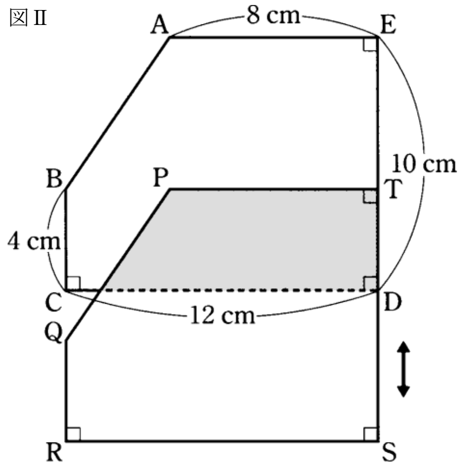
図Ⅰ



このとき，AE＝8 cm，BC＝4 cm，CD＝12 cm，DE＝10 cm，∠C＝∠D＝∠E＝90° として，次のア～ウの問いに答えなさい。ただし，紙の厚さは考えないものとする。

（宮崎県　2002年度）

図Ⅱ



ア．五角形ABCDEの面積を求めなさい。

イ．頂点CとQが重なるとき，DTの長さを求めなさい。

ウ．イのときから，五角形PQRSTを下に動かし，2つの五角形が重なる部分の面積が，五角形ABCDEの面積の4分の1になるとき，DTの長さはいくらか。DTの長さをx cmとして，方程式をつくって求めなさい。(式と計算の過程も書きなさい。)

解答欄

ア	cm^2
イ	DT＝　　　　cm
ウ	式と計算 答　DT の長さ　　　　cm