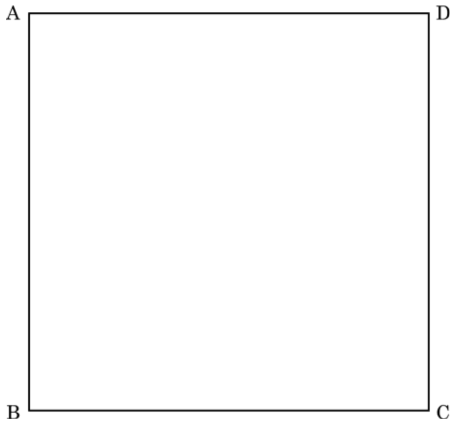
３－３．平面図形　合同の証明　複合問題ほか　2005年度出題

【問1】

　図の正方形ABCDにおいて，点Aと点Cを結び，∠DACの二等分線と辺CDとの交点をEとします。あとの1～3の問いに答えなさい。

（宮城県　2005年度）

1．点Eを解答用紙の図に作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。



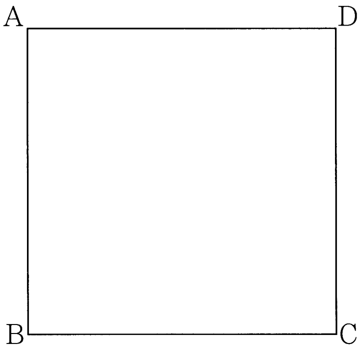
2．点Eから線分ACに垂線をひき，その垂線と線分ACとの交点をHとします。次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

⑴　△AED≡△AEHを証明しなさい。

⑵　線分DEと長さが等しい線分をすべて答えなさい。

3．辺BC上に点Pをとり，点Aと点Pを結びます。∠DAPの二等分線が辺CDの中点を通るとき，線分BPの長さを求めなさい。ただし，AB＝2 cmとします。

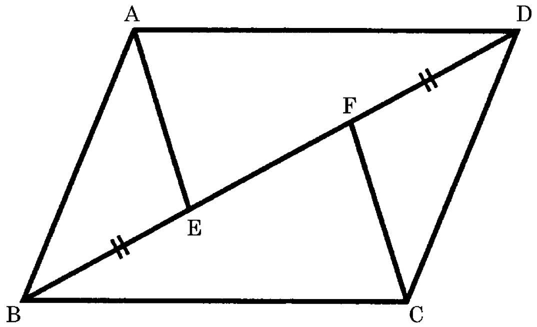
解答欄

<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">cm</td></tr>
</table>

【問2】

図のように，平行四辺形ABCDの対角線BD上にBE＝DFとなるような，2点E，Fをとる。このとき，△AED≡△CFBであることを証明しなさい。

（栃木県 2005年度）



解答欄

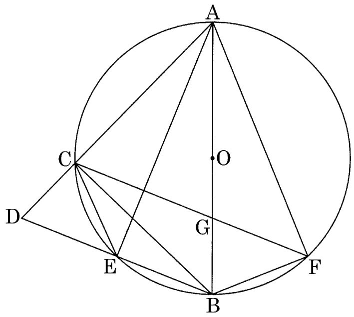
証明

【問3】

図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点Cをとる。線分ACをCの方向に延ばした直線上に点DをAB＝ADとなるようにとり線分BDと円Oとの交点をEとする。また点Cをふくまない$\overset{\frown}{AB}$上に点FをDB∥CFとなるようにとり，線分ABと線分CFとの交点をGとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2005年度）

(ア) 三角形ACEと三角形AGFが合同であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして最も適するものを $\boxed{(a)}$ ，$\boxed{(b)}$ には【A群】から，$\boxed{(あ)}$ ～ $\boxed{(う)}$ には【B群】からそれぞれ1つずつ選びその番号を書きなさい。



[証明]
△ACEと△AGFにおいて，
まず，△ADBの辺AD，AB上にそれぞれ点C，Gがあり，DB∥CGであるから，
AC：AD＝AG：AB
さらに，AD＝ABであるから，
$\boxed{(a)}$ …①
次に，$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいから，
∠AEC＝∠AFC
よって，∠AEC＝∠AFG…②
同様に，$\overset{\frown}{CE}$ に対する円周角は等しいから，
$\boxed{(b)}$ …③
また，$\boxed{(あ)}$ から，
∠CBE＝∠BCF…④
さらに，$\boxed{(い)}$ から，
∠BCF＝∠BAF
よって，∠BCF＝∠GAF…⑤
③，④，⑤より，∠CAE＝∠GAF…⑥
ここで，三角形の内角の和は180°であることから，
∠ACE＝180°－∠AEC－∠CAE…⑦
∠AGF＝180°－∠AFG－∠GAF…⑧
②，⑥，⑦，⑧より，∠ACE＝∠AGF…⑨
①，⑥，⑨より，$\boxed{(う)}$ から，
△ACE≡△AGF

【A群】	【B群】
1. ∠AGC＝∠ABE	1. 平行線の同位角は等しい
2. ∠BAE＝∠BCE	2. 平行線の錯角は等しい
3. ∠CAE＝∠CBE	3. $\overset{\frown}{BE}$ に対する円周角は等しい
4. AC＝AG	4. $\overset{\frown}{BF}$ に対する円周角は等しい
5. AE＝AF	5. 3辺がそれぞれ等しい
6. CE＝GF	6. 2辺とその間の角がそれぞれ等しい
	7. 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

(イ) ∠ADB＝68°のとき，∠AFCの大きさを求めなさい。

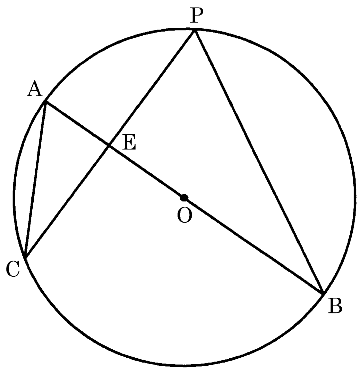
解答欄

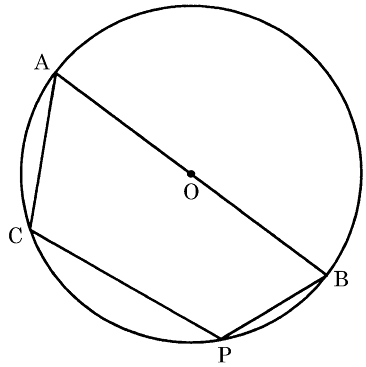
<table>
<tr><td rowspan="2">(ア)</td><td>(a)</td><td>(b)</td><td>(あ)</td><td>(い)</td><td>(う)</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(イ)</td><td colspan="4">∠AFC＝　　　　　°</td></tr>
</table>

【問4】

図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に点Cがある。点Pを円Oの周上にとり，点AとC，BとP，CとPをそれぞれ結ぶ。点Pのとり方を(1)，(2)のように変えたとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2005年度）





(1)　点Pを$\overset{\frown}{ACB}$でない方の$\overset{\frown}{AB}$上にとるとき，ABとCPの交点をEとする。

　① $\overset{\frown}{APB}$上において，$\overset{\frown}{AP}:\overset{\frown}{PB}=1:2$のとき，∠ACPの大きさを求めなさい。

　② 点Eが中心Oと重なるとき，△ACEと△PBEが合同になることを証明しなさい。

(2)　右の図のように，点Pを$\overset{\frown}{CAB}$でない方の$\overset{\frown}{CB}$上にとる。このときにできる四角形ACPBの面積がもっとも大きくなるとき，△CPBの面積を求めなさい。ただし，AB＝9 cm，AC＝3 cmとする。

解答欄

(1)	①	度
	②	△ACEと△PBEにおいて
(2)		cm^2

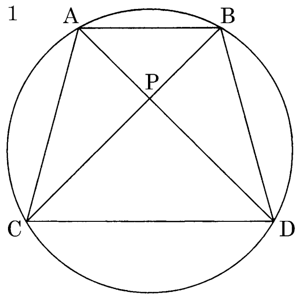
【問5】

図1のように，円に2つの平行な弦ABとCDをひき，四角形ACDBをつくる。対角線ADとBCの交点をPとする。このとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2005年度）

(1)　△ACD≡△BDCであることを証明せよ。

図１

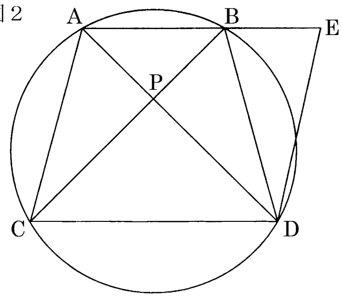


(2)　図2は，図1において，点Dを通り線分ACに平行な直線と，直線ABとの交点をEとした場合を表している。CD＝4 cm，∠CAD＝60°，AD⊥BCのとき，

ア　∠EBDの大きさを求めよ。

イ　△BDEの面積を求めよ。

図２



解答欄

(1)		
(2)	ア	度
	イ	cm^2

【問6】

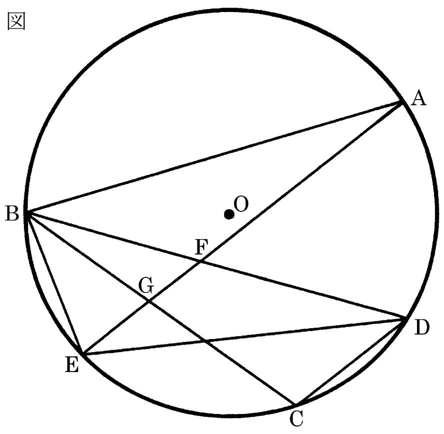
図において，4点A，B，C，Dは円Oの円周上の点であり，BA＝BDである。点Aを通りDCに平行な直線と円Oとの交点をEとする。AEとBD，BCとの交点をそれぞれF，Gとする。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（静岡県 2005年度）

⑴ △ABG≡△DBEであることを証明しなさい。

⑵ AB＝10 cm，BE＝3 cm，CG＝5 cmのときBFの長さを求めなさい。

図



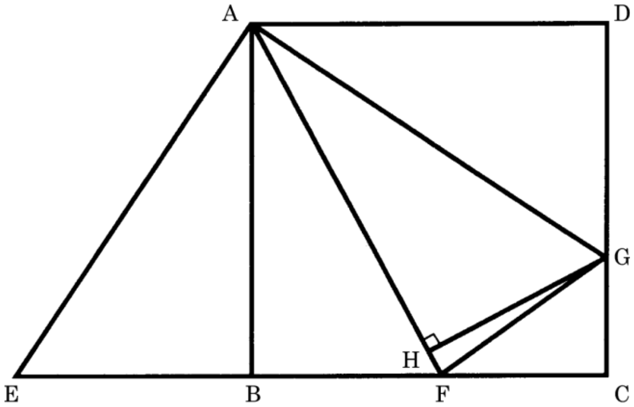
解答欄

(1)	証明
(2)	cm

【問7】

図のように，正方形ABCDと辺CBの延長線上にEB＜ABである点Eがある。辺BC上にAE＝EFとなる点F，辺CD上にAE＝AGとなる点Gをとり，点Gから線分AFへひいた垂線をGHとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

（三重県 2005年度）



(1) △AEB≡△AGDであることの証明を，次の $\boxed{(ア)}$ と $\boxed{(イ)}$ に適切なことがらを書き入れて完成しなさい。

〈証明〉

△AEBと△AGDにおいて，

条件より，

AE＝AG…①

また，四角形ABCDが正方形だから，

$\boxed{(ア)}$ …②

∠EBA＝∠GDA＝90° …③

①，②，③から，

2つの直角三角形の $\boxed{(イ)}$ が，それぞれ等しいから，

△AEB≡△AGD

(2) ∠AGH＝∠AFBであることを証明しなさい。

(3) AB＝5 cm，AE＝6 cmのとき，四角形AEFGの面積を求めなさい。なお，答えに √ がふくまれるときは，√ を用いて最も簡単な形で書きなさい。

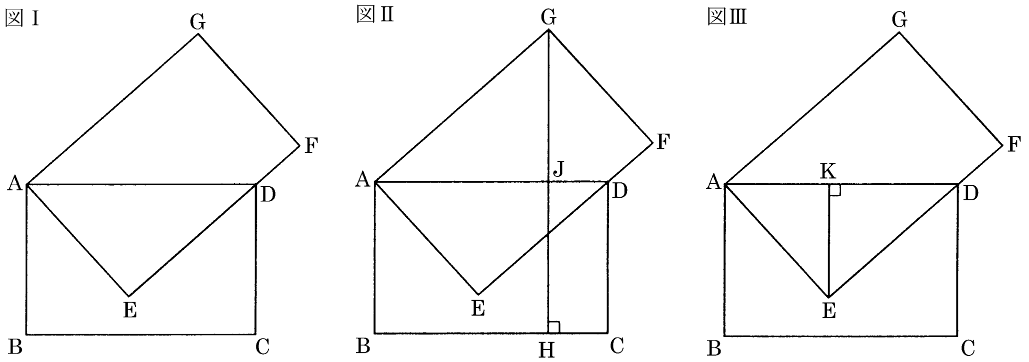
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td>(ｱ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(ｲ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">cm²</td></tr>
</table>

【問8】

次は，スーパーマーケットなどにある買い物かごを右の写真のように重ねたときの側面の様子をモデルにした問題である。図Ⅰにおいて，四角形ABCDと四角形AEFGは合同な長方形であり，Eは長方形ABCDの内部にあってDは辺EF上にある。AB＝AE＝20 cm，AD＝AG＝30 cmである。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

（大阪府 後期 2005年度）



(1) 次のア～エで示した鋭角のうち，鋭角∠CDEと大きさが等しいものはどれですか。一つ選び，記号を書きなさい。

ア ∠GAD　イ ∠DAE　ウ ∠EAB　エ ∠ADE

(2) Gから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点をHとし，線分GHと辺ADとの交点をJとする。図Ⅱは，図Ⅰに点H，線分GH，点Jをかき加えたものである。

① △GAJ≡△ADEであることを証明しなさい。

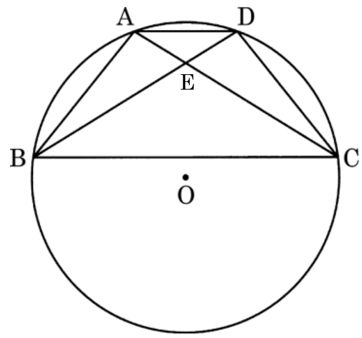
② 線分GHの長さを求めなさい。

(3) Eから辺ADにひいた垂線と辺ADとの交点をKとする。図Ⅲは，図Ⅰに点Kと線分EKをかき加えたものである。△ADEの面積と線分EKの長さをそれぞれ求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

解答欄

(1)		
(2)	①	証明
	②	cm
(3)	求め方 △ADE の面積　　　cm² 線分EK の長さ　　　cm	

【問9】



図のように，円Oの周上に4点A，B，C，Dがあり，AD∥BC，AD＝6 cm，BC＝18 cm，AB＝10 cmである。線分ACとDBの交点をEとする。次の問いに答えなさい。

（兵庫県 2005年度）

(1) △ABCと△DCBが合同であることを次のように証明した。
次の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ には，あてはまるものを，下の語群のア～クから選び，その記号を書きなさい。また，$\boxed{\mathrm{a}}$ ～ $\boxed{\mathrm{c}}$ には，適切な語句を書きなさい。

（証明）

△ABCと△DCBにおいて，
$\boxed{1}$ は共通…①
$\overset{\frown}{BC}$ に対する $\boxed{\mathrm{a}}$ は等しいから，∠BAC＝∠CDB…②
$\overset{\frown}{AB}$ に対する $\boxed{\mathrm{a}}$ は等しいから，∠ACB＝∠ADB
平行線の $\boxed{\mathrm{b}}$ は等しいから，∠ADB＝∠DBC
したがって，∠ACB＝∠ $\boxed{2}$ …③
三角形の内角の和は180°であることと，②，③から，∠ABC＝∠ $\boxed{3}$ …④
①，③，④より，$\boxed{\mathrm{c}}$ がそれぞれ等しいから，△ABC≡△DCB

語群

ア AB	イ BC	ウ BD	エ DE
オ BDC	カ CED	キ DBC	ク DCB

(2) 線分ACの長さを求めなさい。

(3) △ABEの面積を求めなさい。

(4) 円Oの半径を求めなさい。

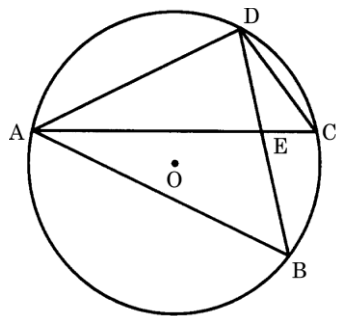
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">(1)</td><td>1</td><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>a</td><td colspan="2"></td><td>b</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>c</td><td colspan="2"></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="3">cm</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="3">cm²</td></tr>
<tr><td>(4)</td><td colspan="3">cm</td></tr>
</table>

【問10】

図で，4点A，B，C，Dは円Oの周上にあり，AB＝AC，∠BAC＝∠CADである。また，線分ACと線分BDとの交点をEとする。各問いに答えよ。

（奈良県 2005年度）

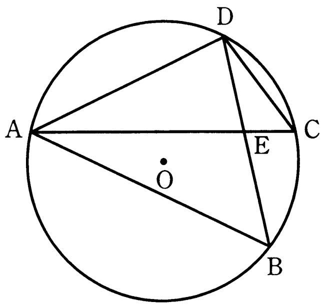


⑴ 点Bを通る円Oの接線を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

⑵ △ABE≡△ACDであることを証明せよ。

⑶ AB＝10 cm，AD＝8 cmのとき，線分CDの長さを求めよ。

解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm</td></tr>
</table>

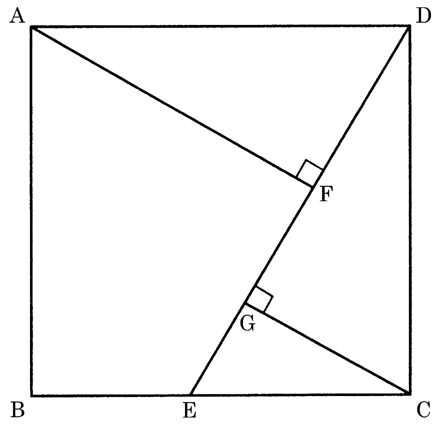
【問11】

図のように，正方形ABCDがある。辺BC上に，2点B，Cと異なる点Eをとり，点Dと点Eを結ぶ。点Aから線分DEに垂線をひき，その交点をFとする。また，点Cから線分DEに垂線をひき，その交点をGとする。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（香川県 2005年度）

⑴ △AFD≡△DGC であることを証明せよ。

⑵ 点Bと点Gを結ぶ。点Gを通り，線分BGに垂直な直線をひき，線分AFとの交点をHとするとき，BG＝GH であることを証明せよ。



解答欄

(1)	証明
(2)	証明

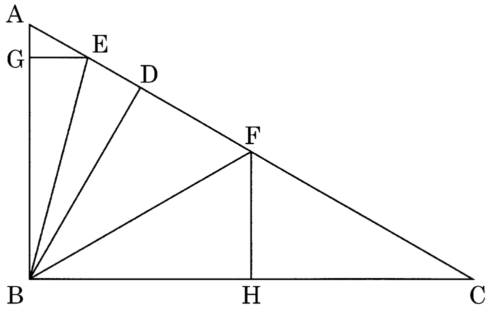
【問12】

AB＝4 cm，∠ABC＝90°，∠CAB＝60° の直角三角形ABCがある。次の図のように，辺AC上に∠BDA＝90° となる点Dをとる。線分AD上に∠ABE＝∠DBEとなる点E，線分CD上に∠CBF＝∠DBFとなる点Fをとる。また，辺AB上に∠EGB＝90° となる点G，辺BC上に∠FHB＝90° となる点Hをとる。

次の⑴，⑶は □ の中にあてはまる最も簡単な数を記入し，⑵は指示にしたがって答えよ。ただし，根号を使う場合は √ の中を最も小さい整数にすること。

（福岡県 2005年度）

⑴ ∠BEGの大きさは □° である。



⑵ 図において，合同な三角形を1組選び，その2つの三角形が合同であることを右の □ の中に証明せよ。

証明

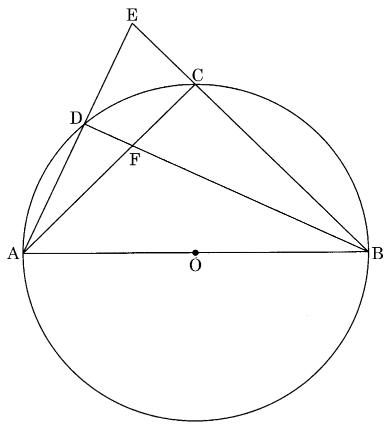
⑶ △EBDの面積は □ cm^2 である。

【問13】

図のように，線分ABを直径とする円Oの円周上に点Cがあり，AC＝BCである。また，図のように$\overset{\frown}{AC}$上に点Dをとり，弦ADの延長と弦BCの延長との交点をE，弦ACと弦BDとの交点をFとする。このとき，次の⑴〜⑶の問いに答えなさい。

（宮崎県 2005年度）

⑴ ∠DEB＝70°のとき∠EBDの大きさを求めなさい。



⑵ △ACE≡△BCFであることを証明しなさい。

⑶ AD＝6 cm，DE＝4 cmのとき，次のア，イの問いに答えなさい。

ア 線分BFの長さを求めなさい。

イ 線分DFの長さを求めなさい。

解答欄

(1)	∠EBD＝　　　度		
(2)	証明		
⑶	ア	BF＝　　　cm	
	イ	DF＝　　　cm	