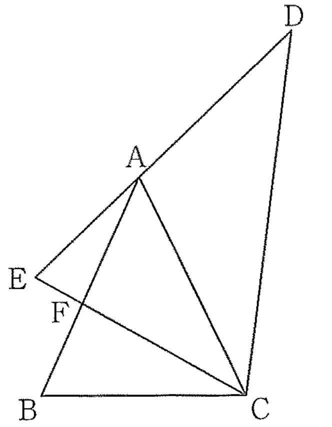
4－8. 平面図形　相似の証明　複合問題ほか　2011年度出題

【問1】

図のように，辺ACが共通な2つの二等辺三角形ABCとACDがあり，AB＝AC＝ADとします。∠ACBの二等分線と辺DAの延長との交点をEとし，辺ABとCEとの交点をFとします。次の問いに答えなさい。

（北海道　2011年度）

問1　∠BCF＝35°のとき，∠BACの大きさを求めなさい。



問2　∠ACE＝∠ADCのとき，△ACE∽△BCFを証明しなさい。

解答欄

問1	度
問2	〔証　明〕

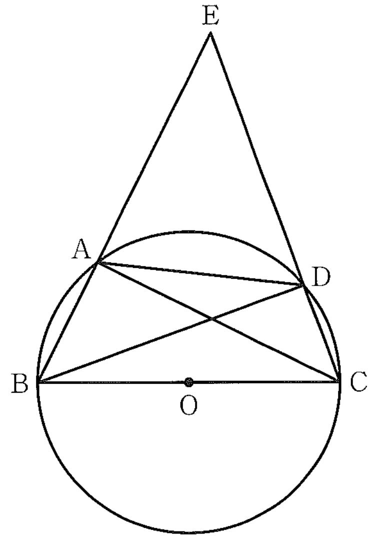
【問2】

図で，点A，B，C，Dは円Oの円周上にあり，BCは円Oの中心を通る。BA，CDを延長し交わった点をEとする。次の(1)，(2)に答えなさい。

（青森県 前期 2011年度）

(1) △EBDと△ECAが相似になることを証明しなさい。

(2) ∠BED＝45°，BC＝6 cmのとき，ADの長さを求めなさい。



解答欄

(1)	〔証明〕
(2)	cm

【問3】

図のように，円Oに2本の弦AB，CDをAB⊥CDとなるようにひき，弦ABと弦CDとの交点をEとします。また，点Aと点C，点Cと点B，点Bと点D，点Dと点Aをそれぞれ結びます。あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

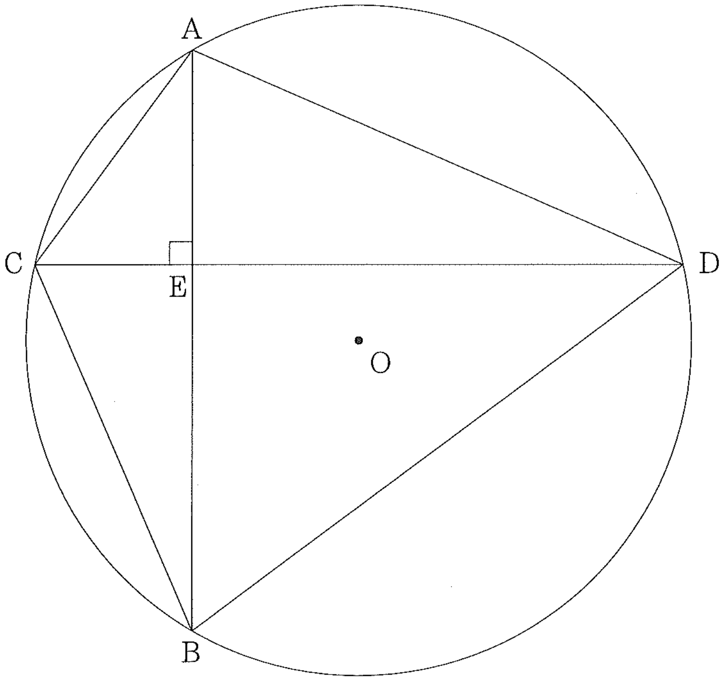
（宮城県　2011年度）

(1)　△ACE∽△DBEであることを証明しなさい。

(2)　AE＝3 cm，CD＝8 cm，CE＝2 cmとします。次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分BEの長さを求めなさい。

②　円Oの半径を求めなさい。



解答欄

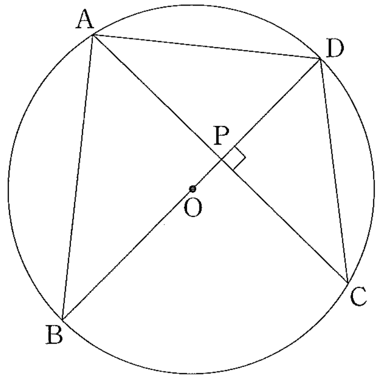
(1)	〔証明〕	
(2)	①	cm
	②	cm

【問4】

図のように，円Oの周上に点A，B，C，Dがあり，線分BDは直径である。線分ACと線分BDは垂直に交わっていて，その交点をPとする。

（秋田県　2011年度）

(1)　△ABD∽△PCDとなることを証明しなさい。



(2)　円Oの半径を4 cm，AB＝6 cmとするとき，線分PCの長さを求めなさい。

解答欄

(1)	〔証明〕
(2)	cm

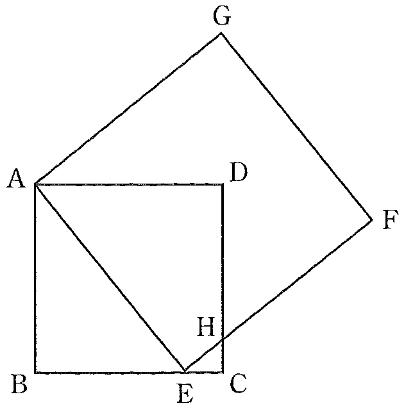
【問5】

図のように，正方形ABCDの辺BC上に点Eをとり，AEを1辺とする正方形AEFGをつくる。辺CDと辺EFの交点をHとすると，△ABE∽△ECHである。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県　2011年度）

(1)　△ABE∽△ECHであることを証明しなさい。

(2)　AB＝5 cm，BE＝4 cmのとき，DHの長さを求めなさい。



解答欄

(1)	〔証明〕
(2)	cm

【問6】

AD＝12 cmで，横と縦の長さの比が$1:\sqrt{2}$の長方形ABCDがあります。また，この長方形ABCDと相似で，面積が半分の長方形EFGHがあります。これらの長方形を，次の図1のように，点E，F，Gがそれぞれ辺AB，BC，CD上にくるように重ね，長方形ABCD上に，長方形EFGHの各辺をかきます。このとき，次の各問に答えなさい。なお，考えるときに，別紙を点線にそって切り取って利用してもさしつかえありません。切り取ったそれぞれの用紙の辺の比は，$1:\sqrt{2}$です。

（埼玉県 前期 2011年度）

問1 △EBFと△FCGが相似であることを証明しなさい。

問2 線分BFの長さを求めなさい。

問3 図2のように，線分EF，FGを折り目として折ったとき，点B，Cの移った点をそれぞれI，Jとします。同様に，線分GHを延長した線分を折り目として折ったとき，折り目の線をGK，点Dの移った点をLとします。また，点Eを通る線分を折り目として，線分EAが線分EL上に重なるように折ります。このとき，四角形EIJLの面積を求めなさい。

図1

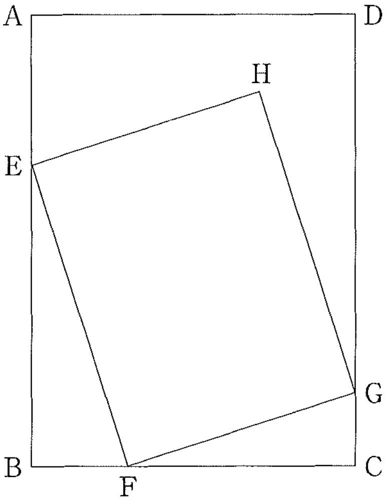
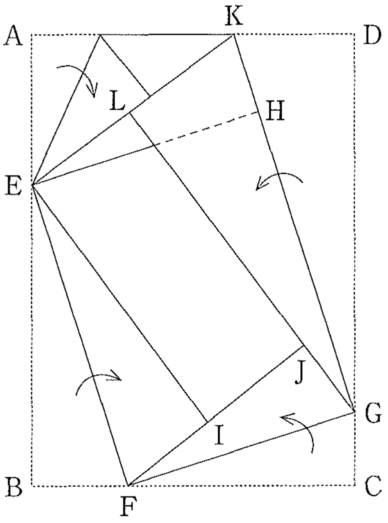


図2



解答欄

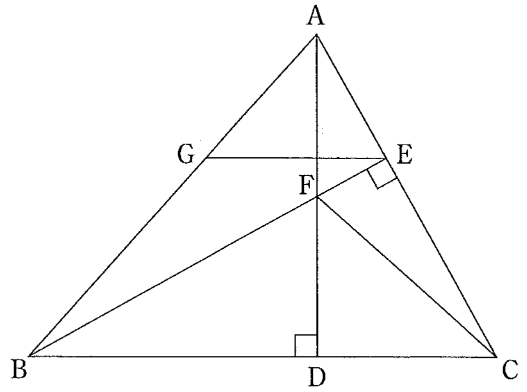
問1	〔証明〕
問2	BF＝　　　　　cm
問3	cm^2

【問7】

図のような，鋭角三角形ABCがある。頂点A，Bから，それぞれ辺BC，ACに垂線AD，BEをひき，その交点をFとする。また，点Eを通り辺BCに平行な直線と，辺ABとの交点をGとするとき，△GBE∽△FCAとなる。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（千葉県 前期 2011年度）

問1 次の ☐ の中は，△GBE∽△FCAの証明を途中まで示してある。(a) に入る最も適当なものを，次ページの選択肢のア～エのうちから一つ選び，符号で答えなさい。また，(b) には適当な4点を，(c) には証明の続きを書き，証明を完成させなさい。ただし，☐ の中の①に示されている関係を使う場合，番号の①を用いてもかまわないものとする。



証明

2点D，Eを結ぶ。

仮定から，∠FDC＝∠FEC＝90°なので，2点D，EはCFを直径とする円の円周上にある。したがって，4点E，F，D，Cは一つの円周上にある。

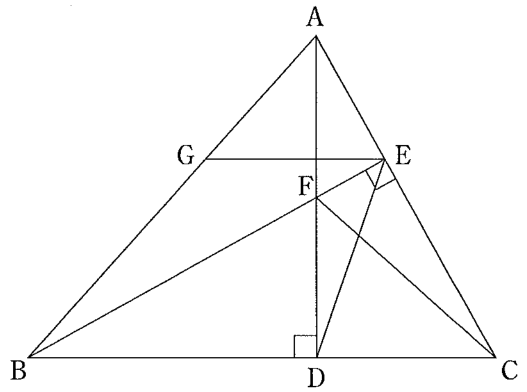
よって，同じ弧に対する円周角は等しいので，

∠FCE＝ (a) …①

また，∠ADB＝∠AEB＝90°なので，同様にして，4点 (b) も一つの円周上にある。

(c)

したがって，△GBE∽△FCAとなる。



選択肢	ア ∠CFD	イ ∠FDE	ウ ∠EAF	エ ∠DEF

問2 AB＝7 cm，AC＝5 cm，BC＝8 cmのとき，△GBEと△FCAの面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

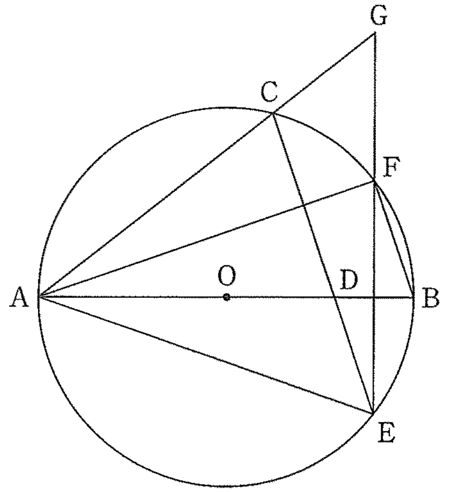
<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(a)</td><td></td></tr>
<tr><td>(b)</td><td>, , ,</td></tr>
<tr><td>(c)</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">:</td></tr>
</table>

【問8】

図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点Cをとる。線分AB上に点DをAC＝ADとなるようにとり，線分CDの延長と円Oとの交点で点Cとは異なる点をEとする。また，点Aをふくまない$\overset{\frown}{BC}$上に点FをEC // BFとなるようにとり，線分ACの延長と線分EFの延長との交点をGとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2011年度）

問1　三角形ADEと三角形AFGが相似であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして，(a)には最も適する角を記号∠を用いて書き，(b)には最も適する弧を記号⌒を用いて書き，(あ)，(い)には【A群】から，(c)には【B群】から最も適するものをそれぞれ1つずつ選び，その番号を書きなさい。



〔証明〕

△ADEと△AFGにおいて，
まず，$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角は等しいから，
∠BAE＝(a)　…①
また，(あ)から，
∠BFE＝∠CEF　…②
さらに，$\overset{\frown}{CF}$に対する円周角は等しいから，
∠CEF＝∠CAF　…③
①，②，③より，∠BAE＝∠CAF
よって，∠DAE＝∠FAG　…④
次に，△ACDはAC＝ADの二等辺三角形だから，
∠ADC＝∠ACD
よって，∠ADC＝∠ACE　…⑤
また，(b)に対する円周角は等しいから，
∠ACE＝∠AFE　…⑥
⑤，⑥より，∠ADC＝∠AFE　…⑦
さらに，3点C，D，Eと3点E，F，Gは，
それぞれ1直線上にあるから，
∠ADE＝180°－∠ADC　…⑧
∠AFG＝180°－∠AFE　…⑨
⑦，⑧，⑨より，∠ADE＝∠AFG　…⑩
④，⑩より，(い)から，
△ADE (c) △AFG

【A群】

1　対頂角は等しい
2　平行線の同位角は等しい
3　平行線の錯角は等しい
4　3組の辺の比が等しい
5　2組の辺の比が等しく，その間の角が等しい
6　2組の角がそれぞれ等しい

【B群】

1　＝
2　≡
3　∽

問2　∠BAF＝19°のとき，∠CGFの大きさを求めなさい。

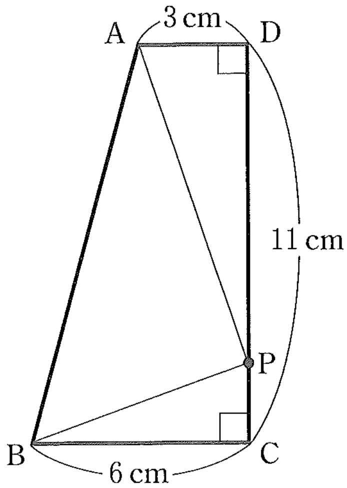
解答欄

問1	(a)	
	(あ)	
	(b)	
	(い)	
	(c)	
問2	∠CGF＝　　　　　°	

【問9】

図のように，∠C＝90°，∠D＝90°，AD＝3 cm，BC＝6 cm，CD＝11 cmの台形ABCDがある。辺CD上を，頂点Cから頂点Dまで移動する点をPとする。頂点Aと点P，頂点Bと点Pをそれぞれ線分で結ぶとき，次の問1～問3に答えなさい。

（新潟県　2011年度）

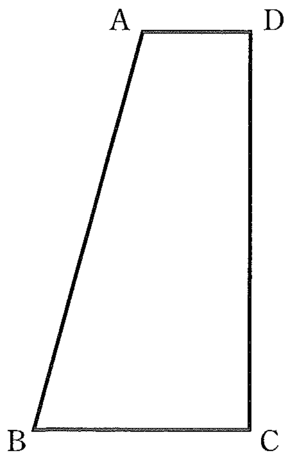


問1　∠APB＝90°となるとき，△APD∽△PBCであることを証明しなさい。

問2　∠APB＝90°となる点Pを，定規とコンパスを用いて，作図によってすべて求め，それらの点に●をつけなさい。作図は解答用紙に行い，作図に使った線は消さないで残しておくこと。

問3　CPの長さをx cmとするとき，∠APB≧90°となるxの値の範囲を求めなさい。

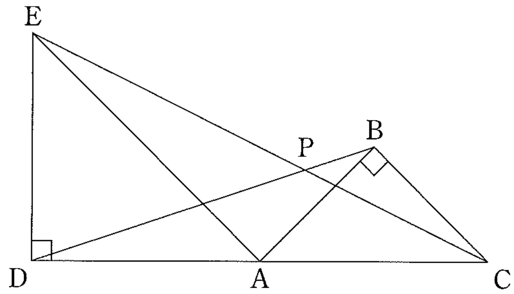
解答欄

問1	〔証明〕
問2	
問3	〔求め方〕 答

【問10】

図の△ABCと△ADEは，AB＝BC，∠ABC＝90°，AD＝DE，∠ADE＝90°の直角二等辺三角形である。また，3つの頂点D，A，Cは一直線上に並んでおり，線分BDとCEの交点をPとする。このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（石川県　2011年度）



問1　∠BAEの大きさを求めなさい。

問2　△ABD∽△ACEであることを証明しなさい。

問3　△ABD∽△ACEであることを用いて，∠DPAの大きさが45°であることを証明したい。$\boxed{}$ に証明の続きを書きなさい。

〔証明〕
△ABD∽△ACEであるから

∠ADB＝∠AEC

よって

∠ADP＝∠AEP

2点D，Eは直線APの同じ側にあって

∠ADP＝∠AEPであるから

〔証明の続き〕

したがって，∠DPA＝45°である。

解答欄

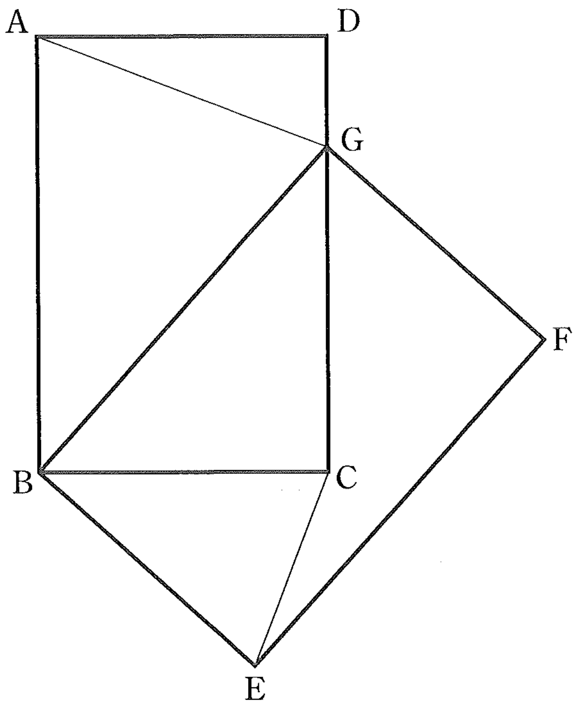
問1	度
問2	〔証明〕
問3	〔証明の続き〕

【問11】

図で，長方形ABCD≡長方形GBEFであり，点Gは辺CD上の点である。次の問1，問2に答えなさい。

（岐阜県　2011年度）

問1　△ABG∽△CBEであることを証明しなさい。



問2　AB＝5 cm，CG＝4 cmのとき，△CBEの面積を求めなさい。

解答欄

問1	〔証明〕
問2	cm^2

【問12】

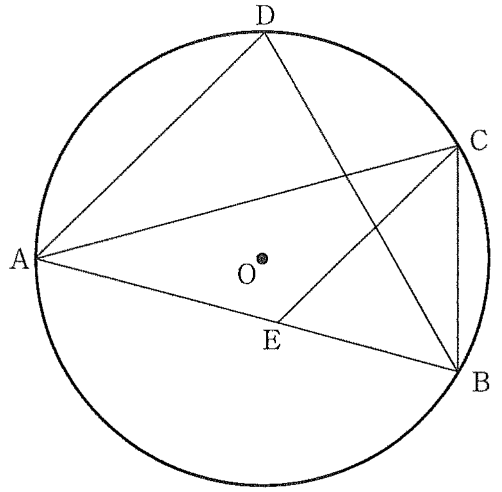
図において，4点A，B，C，Dは円Oの円周上の点であり，AB＝ACである。また，ACは∠DABの二等分線である。AB上にAE＝CEとなる点Eをとる。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（静岡県　2011年度）

問1　△ABD∽△ECBであることを証明しなさい。

問2　円Oの半径が15 cm，$\overset{\frown}{AD}$の長さが8π cmであるとき，∠ADBの大きさを求めなさい。

図



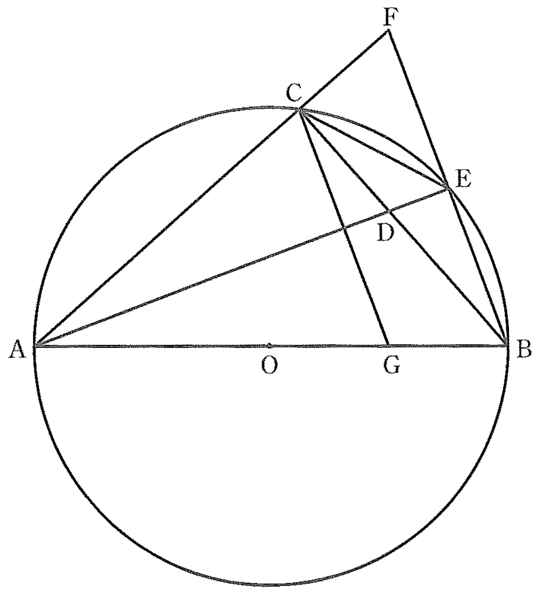
解答欄

問1	〔証明〕
問2	度

【問13】

図のように，線分ABを直径とする円Oの円周上に点Cをとり，△ABCをつくる。∠CABの二等分線と線分BC，円Oとの交点をそれぞれD，Eとする。線分BEを延長した直線と線分ACを延長した直線の交点をFとする。点Cを通り，線分BEに平行な直線と線分ABの交点をGとする。このとき，あとの各問いに答えなさい。ただし，点Eは点Aと異なる点とする。

（三重県　2011年度）



問1　△ABE≡△AFEであることの証明を，次の $\boxed{（ア）}$ ～ $\boxed{（ウ）}$ のそれぞれにあてはまる適切なことがらを書き入れて完成しなさい。

〔証　明〕
△ABEと△AFEにおいて，
共通だから，AE ＝AE　…①
線分AEは∠CABの二等分線だから，$\boxed{（ア）}$ ＝∠FAE　…②
∠AEBは半円の弧に対する円周角だから，∠AEB ＝ $\boxed{（イ）}$ °　…③
3点B，E，Fは一直線上にあるから，∠BEF ＝180°　…④
③，④より，∠AEF ＝ $\boxed{（イ）}$ °　…⑤
③，⑤より，∠AEB ＝∠AEF　…⑥
①，②，⑥より，$\boxed{（ウ）}$ がそれぞれ等しいので，
△ABE ≡△AFE

問2　△BCG∽△ECDであることを証明しなさい。

問3　AB＝8 cm，AC＝6 cmのとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　線分BFの長さを求めなさい。なお，答えに $\sqrt{}$ がふくまれるときは，$\sqrt{}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

(2)　線分AG上に点Hをとり，△CHGをつくる。△CHGの面積と四角形CDEFの面積が等しくなるとき，線分HGの長さを求めなさい。

解答欄

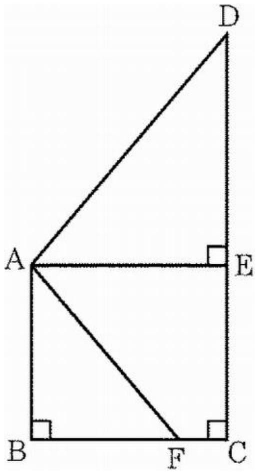
問1	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
問2	〔証　明〕	
問3	(1)	cm
	(2)	cm

【問14】

図1，図2において，四角形ABCDはAB // DCの台形であり，∠ABC＝∠BCD＝90°，AD＝4 cm，AB＜DCである。Eは，Aから辺DCにひいた垂線と辺DCとの交点である。このとき，AE // BCである。Fは，辺BC上にあって，∠FAE＝∠DAEとなる点である。AとFとを結ぶ。AF＝3 cmである。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

（大阪府 前期 2011年度）

図1



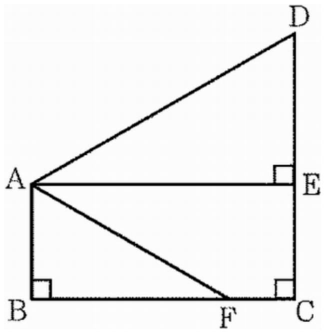
問1 図1において，

(1) 解答欄の図は，図1中の点Aと線分DCのみを示したものである。Aを通り線分DCに垂直な直線を，定規とコンパスを使って解答欄の図中に作図しなさい。作図の方法がわかるように，作図に用いた線は残しておくこと。

(2) △DAE∽△AFBであることを証明しなさい。

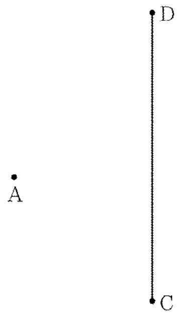
(3) 四角形AFCEの面積は△ABFの面積の何倍ですか。

図2



問2 図2は，AE＝DCであるときの状態を示している。図2において，線分AEの長さを求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

解答欄

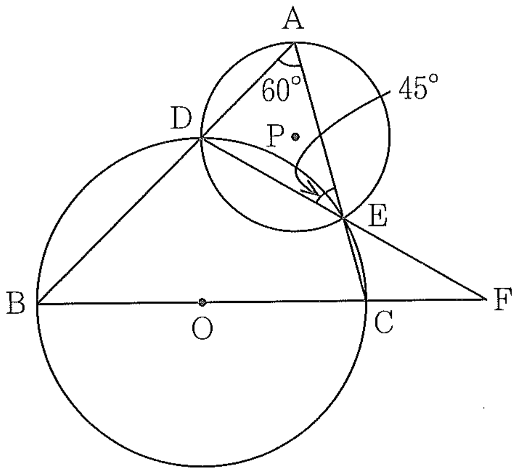
<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(1)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔証明〕</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>倍</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">〔求め方〕

答え　　　　　　cm</td></tr>
</table>

【問15】

図のように，△ABCがある。BCを直径とする円OとAB，ACとの交点をそれぞれD，Eとし，3点A，D，Eを通る円Pをかく。また，DEの延長とBCの延長との交点をFとする。∠BAC＝60°，∠AED＝45°，円Oの半径を8 cmとするとき，次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2011年度）



問1　△ABEと△ACDが相似であることを，次のように証明した。

$\boxed{\text{a}}$ と $\boxed{\text{b}}$ にあてはまるものの組み合わせを，下の語群ア～エから選んで記号を書き，この証明を完成させなさい。

〔証明〕
△ABEと△ACDにおいて
∠Aは共通　…①
円Oで，弧DEに対する円周角は等しいから
$\boxed{\text{a}}$ …②
①，②より，$\boxed{\text{b}}$ から
△ABE∽△ACD

語群

ア	$\boxed{\text{a}}$：∠BCD＝∠BED	$\boxed{\text{b}}$：2組の角が，それぞれ等しい
イ	$\boxed{\text{a}}$：∠ABE＝∠ACD	$\boxed{\text{b}}$：2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい
ウ	$\boxed{\text{a}}$：∠BCD＝∠BED	$\boxed{\text{b}}$：2組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい
エ	$\boxed{\text{a}}$：∠ABE＝∠ACD	$\boxed{\text{b}}$：2組の角が，それぞれ等しい

問2　円Pの半径は何cmか，求めなさい。

問3　△ADEの面積は何cm^{2}か，求めなさい。

問4　△CEFの面積は何cm^{2}か，求めなさい。

解答欄

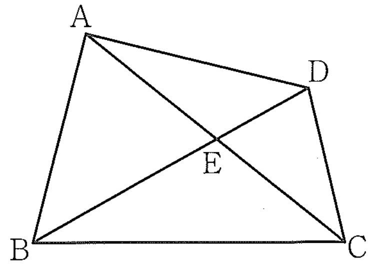
問1	
問2	cm
問3	cm^2
問4	cm^2

【問16】

図の対角線の交点をEとする四角形ABCDにおいて，∠BCA＝∠DCA，BA＝BEならば，△ABC∽△EDCである。このことを証明しなさい。

（鳥取県　2011年度）

図



解答欄

〔証明〕

△ABCと△EDCにおいて

△ABC∽△EDC

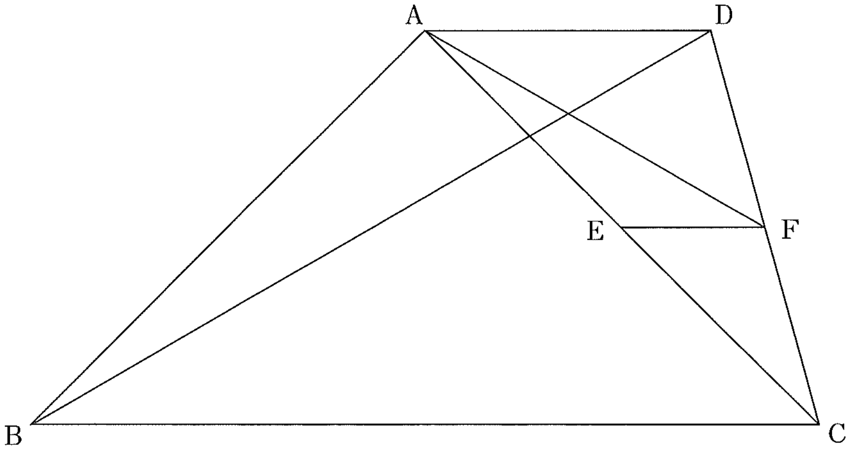
【問17】

図のように，AD // BCの台形ABCDがあり，AB＝AC，∠BAC＝90°です。対角線ACの中点をEとします。また，点Eを通り辺ADに平行な直線と辺CDとの交点をFとします。これについて，次の問1・問2に答えなさい。

（広島県 2011年度）

問１ △ABD∽△EAFであることを証明しなさい。

問２ △BCEの面積が9 cm^2のとき，線分BEの長さは何cmですか。



解答欄

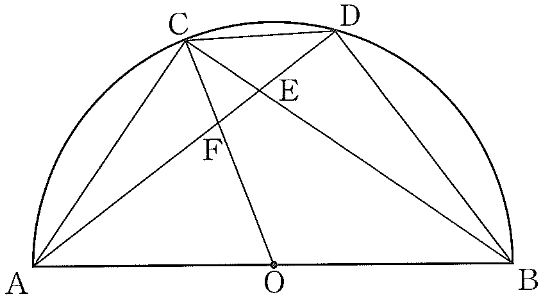
問1	〔仮定〕図において，AD // BC，AB＝AC，∠BAC＝90°，AE＝CE，AD // EF 〔結論〕△ABD∽△EAF 〔証明〕
問2	cm

【問18】

図で，点Oは線分ABを直径とする半円の中心であり，2点C，Dは半円の周上の点である。線分ADと線分BCの交点をE，線分ADと線分OCの交点をFとする。次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2011年度）

問1　△CDF∽△ECFであることを証明しなさい。



問2　AC＝9 cm，BC＝13 cm，CD＝5 cmのとき，線分BDの長さを求めなさい。

解答欄

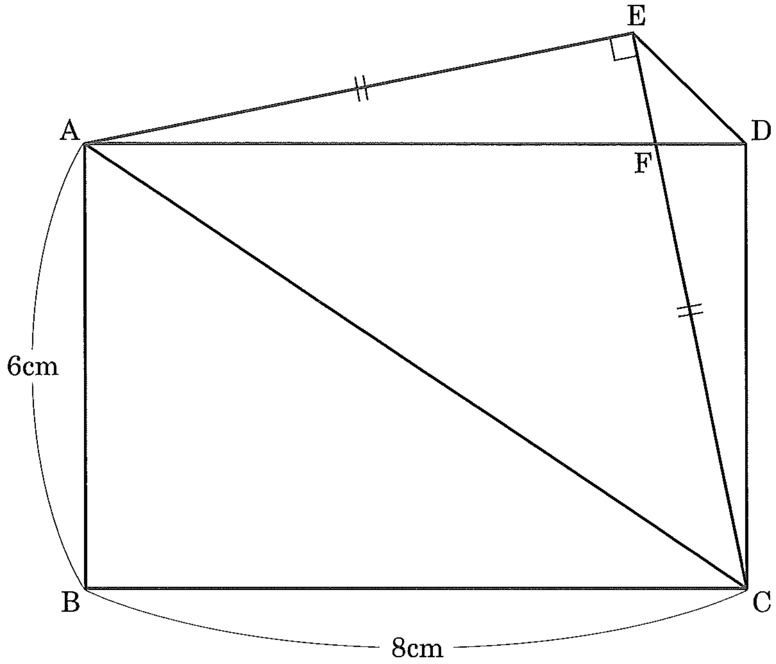
問1	〔証明〕
問2	cm

【問19】

図のように，AB＝6 cm，BC＝8 cmの長方形ABCDと，長方形ABCDの対角線ACを斜辺とする直角二等辺三角形EACがある。辺ECと辺ADの交点をFとし，線分EDをひく。問1～問4に答えなさい。

（徳島県　2011年度）

問1　△EAF∽△DCFを証明しなさい。



問2　辺ECの長さを求めなさい。

問3　△FACの面積を求めなさい。

問4　線分EDの長さを求めなさい。

解答欄

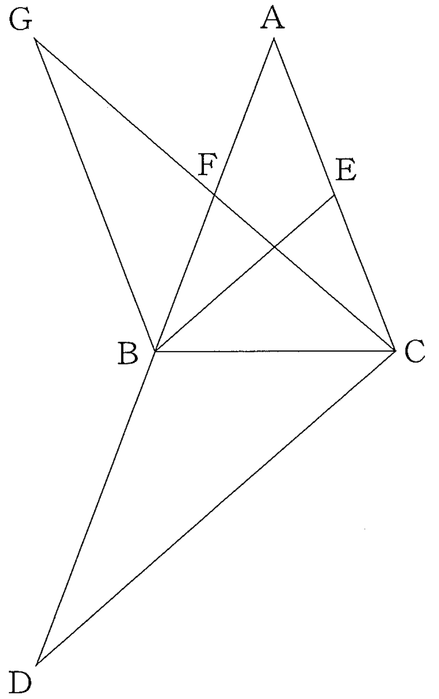
問1	〔証明〕
問2	cm
問3	cm^2
問4	cm

【問20】

図のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCがある。辺ABの延長上に，AB＝BDとなる点Dをとり，点Dと点Cを結ぶ。点Bを通り線分DCに平行な直線と，辺ACとの交点をEとする。また，辺ABの中点をFとし，点Bを通り辺CAに平行な直線と，直線CFとの交点をGとする。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（香川県　2011年度）

問1　△ABE∽△ADC　であることを証明せよ。



問2　GC＝DC　であることを証明せよ。

解答欄

問1	〔証明〕
問2	〔証明〕

【問21】

図1のように，線分ABを直径とする半円Oの$\overset{\frown}{AB}$上に，2点C，Dを，∠COD＝90°となるようにとり，線分ODと線分BCの交点をEとする。また，点Bと点D，点Cと点Dをそれぞれ結び，△BCDをつくる。このとき，次の問いに答えなさい。(円周率はπを用いること。)

（愛媛県　2011年度）

問1　△BCD∽△DCEであることを証明せよ。

問2　下の図2のように，AB＝14 cm，BC＝12 cmであるとき，

(1)　線分CEの長さを求めよ。

(2)　下の図3のように，$\overset{\frown}{AC}$上に点Fを∠COF＝45°となるようにとるとき，線分CFと線分DFと$\overset{\frown}{CD}$とで囲まれた部分の面積を求めよ。

図1

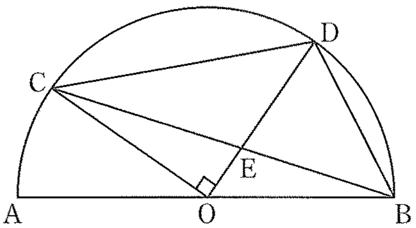


図2

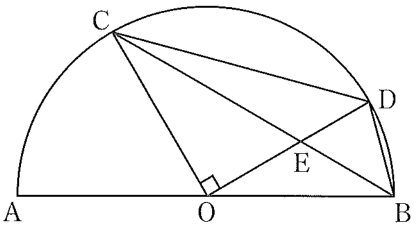
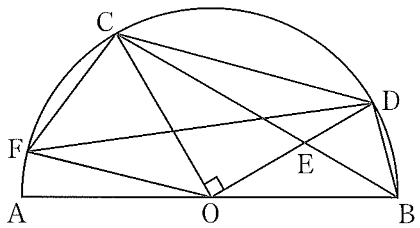


図3



解答欄

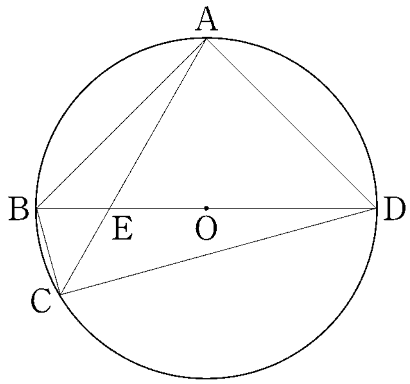
問1	〔証明〕	
問2	(1)	cm
	(2)	cm^2

【問22】

半径3 cmの円Oがある。下の図のように，円Oの周上に4点A，B，C，Dを，線分BDが直径，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$，∠ADC＝60° となるようにとり，四角形ABCDをつくる。対角線AC，BDをひき，その交点をEとする。
次の問1，問3は [ ] の中にあてはまる最も簡単な数を記入し，問2は指示にしたがって答えよ。

（福岡県　2011年度）

問1　∠CBD＝ [　　　]°



問2　上の図において，△ABCと相似な三角形を1つ選び，その三角形と△ABCが相似であることを，右の [　　　] の中に証明せよ。

〔証明〕

問3　△ACDと△ADEの面積の比は，△ACD：△ADE＝ [　　：　　] である。

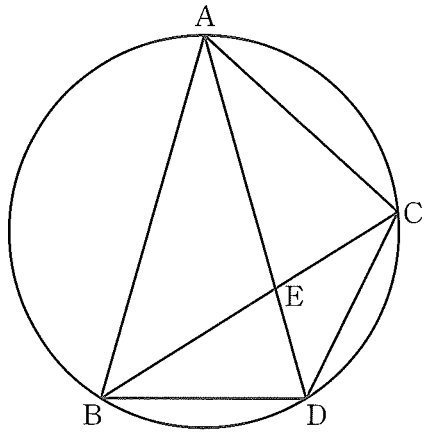
解答欄

問1	°
問2	〔証明〕
問3	:

【問23】

図は，△ABCと3つの頂点A，B，Cを通る円において，点Aをふくまない$\overset{\frown}{BC}$上に$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$となるように点Dをとったものである。また，線分ADと線分BCの交点をEとし，点Bと点D，点Cと点Dをそれぞれ結んだものである。このとき，次の問1～問4に答えなさい。

（鹿児島県　2011年度）



問1　∠BAC＝62°のとき，∠CBDの大きさは何度か。

問2　AB // CDのとき，面積がつねに等しくなる2つの三角形の組がいくつかある。そのうちの1組をあげよ。

問3　△ABD∽△AECであることを証明せよ。

問4　AB＝7 cm，AC＝5 cm，BD＝3 cmのとき，線分ADの長さは何cmか。

解答欄

問1	度
問2	△　　　　と　△
問3	〔証明〕
問4	cm

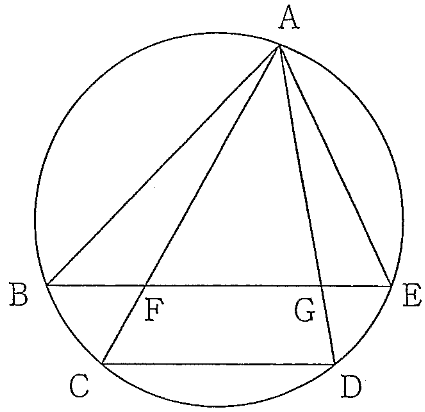
【問24】

図のように，円周上に5つの点A，B，C，D，Eがある。BE // CDで，BEとACとの交点をF，BEとADとの交点をGとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県　2011年度）

問1　△ABG∽△EDGであることを証明しなさい。ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。

問2　∠BAC＝17°，∠AEB＝67°のとき，∠AGEの大きさを求めなさい。



解答欄

問1	
問2	°