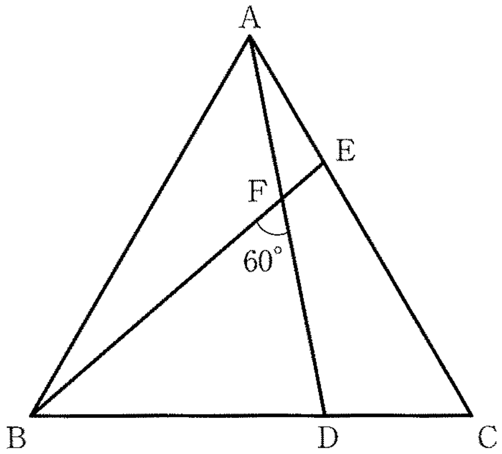
3－7. 平面図形　合同の証明　複合問題ほか　2010年度出題

【問1】

下の図の正三角形ABCで，辺BC，AC上にそれぞれ点D，Eをとり，ADとBEの交点をFとする。∠BFD＝60°のとき，△ABDと△BCEが合同になることを次のように証明した。$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ にあてはまる式やことばを入れなさい。

（青森県　前期　2010年度）

〔証明〕
△ABD と△BCE で
△ABC は正三角形だから
$\boxed{\quad\text{ア}\quad}$ …①
$\boxed{\quad\text{イ}\quad}$ ＝60°　…②
三角形の内角と外角の性質から
∠BAD＝60°－∠ABF　…③
また，正三角形の 1 つの内角は 60°だから
∠CBE＝60°－∠ABF　…④
③，④から
$\boxed{\quad\text{ウ}\quad}$ …⑤
①，②，⑤から，$\boxed{\quad\text{エ}\quad}$ が
それぞれ等しいので
△ABD≡△BCE



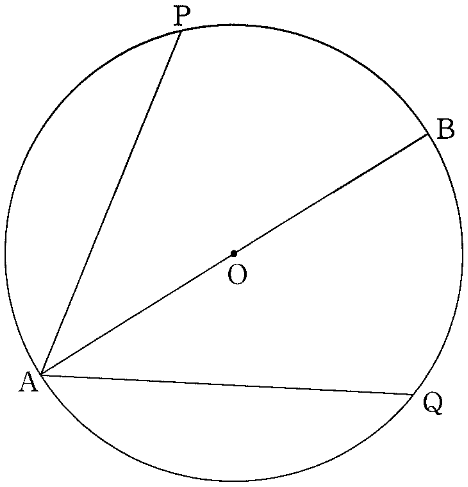
解答欄

ア	
イ	
ウ	
エ	

【問2】

図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，AP＝AQとなるような2点P，Qがある。このとき，線分ABは∠PAQを二等分することを，次の [ ] のように証明したい。[ ] に続きを書いて，証明を完成させなさい。

（秋田県　2010年度）



〔証明〕

点Bと点P，点Bと点Qをそれぞれ結ぶ。

△APBと△AQBにおいて

△APB≡△AQB

合同な三角形の対応する角は等しいから，

∠PAB＝∠QAB

したがって，線分ABは∠PAQを二等分する。

解答欄

〔証明〕

点Bと点P，点Bと点Qをそれぞれ結ぶ。

△APBと△AQBにおいて

△APB≡△AQB

合同な三角形の対応する角は等しいから，

∠PAB＝∠QAB

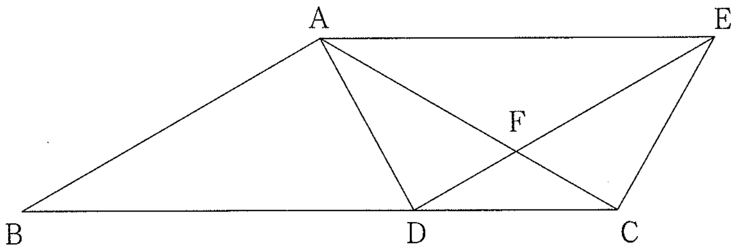
したがって，線分ABは∠PAQを二等分する。

【問3】

図1において，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形である。辺BC上に，2点B，Cとは異なる点Dをとり，四角形ABDEが平行四辺形となるように点Eをとる。また，線分ACと線分DEとの交点をFとするとき，あとの問いに答えなさい。

（山形県　2010年度）

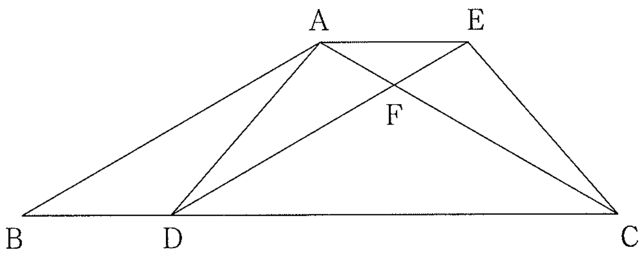
図1



問1　△ADCと△ECDが合同であることを証明しなさい。

問2　図2は，図1で，BD:DC＝1:3となるように点Dをとったときのものである。AB＝8 cm，∠B＝30°であるとき，あとの問いに答えなさい。

図2



(1)　∠AFEの大きさを求めなさい。

(2)　△ADCと四角形ABCEの面積の比を求めなさい。

(3)　CEの長さを求めなさい。

解答欄

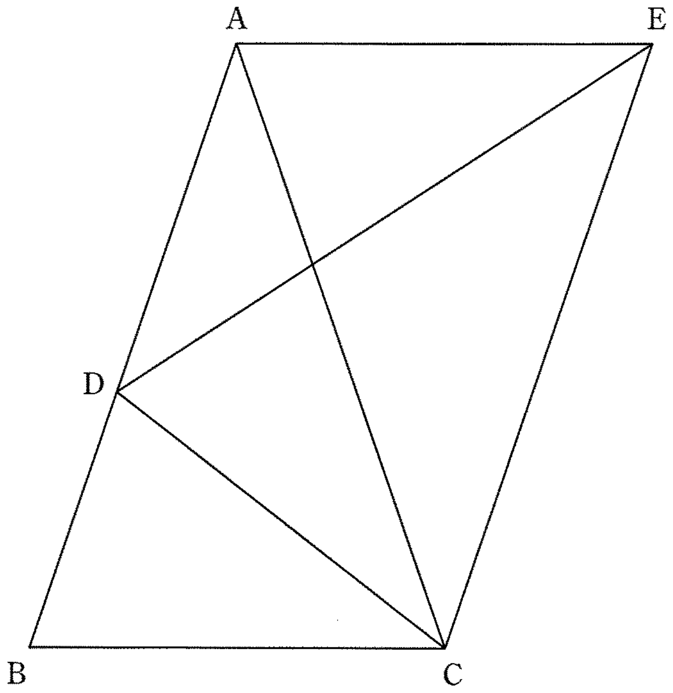
〔証明〕

(1)	
(2)	:
(3)	cm

【問4】

図において，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形である。また，点Dは，DC＝BCとなる辺AB上の点であり，点Eは，ED＝AB，EC＝ACとなる点である。このとき，△CEA≡△ABCとなることを証明しなさい。

（福島県　2010年度）



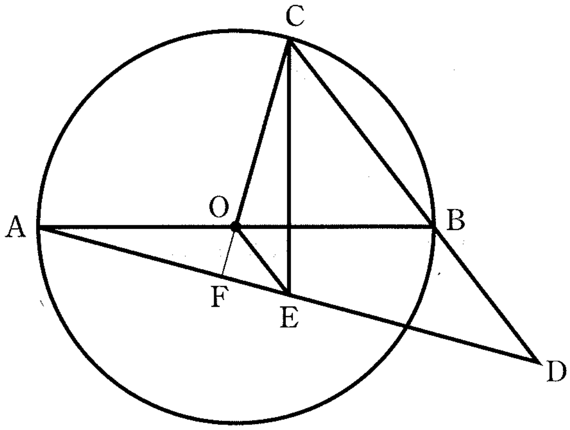
解答欄

〔証明〕

【問5】

図のように，線分ABを直径とする円Oがある。円Oの円周上で2点A，Bと異なる点Cをとり，線分CBをBの方向に延長して，その延長線上に点Dをとる。2点A，Dを結ぶ線分ADの中点をEとする。このとき，直線COと直線ADの交点をFとして，△OAE≡△OCEであることを次のように証明した。次の問1，問2に答えなさい。

（茨城県　2010年度）



〔証明〕

△ABD において，点 O は AB の中点，点 E は AD の中点だから，

$\boxed{\quad ア \quad}$ より，OE // BD

だから，OE // CB

よって，平行線の錯角だから，∠OBC＝ $\boxed{イ}$ …①

平行線の同位角だから，∠OCB＝∠FOE …②

$\boxed{\qquad\qquad ウ \qquad\qquad}$

問1 $\boxed{ア}$ にはあてはまる定理を，$\boxed{イ}$ にはあてはまる角をそれぞれ書きなさい。

問2 $\boxed{ウ}$ には証明の続きを書き，△OAE≡△OCEであることの証明を完成させなさい。

ただし，〔証明〕の中の①，②で示されている関係を使う場合は，①，②の番号を用いてもよい。また，新たな関係に番号をつける場合は，③以降の番号を用いなさい。

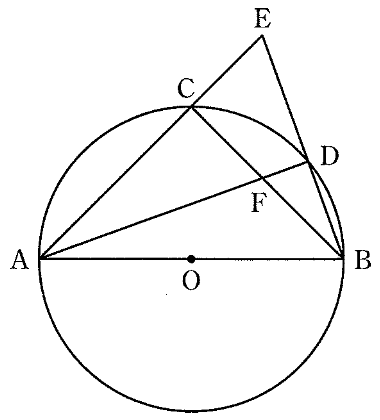
解答欄

問1	ア	
	イ	∠
問2	ウ	

【問6】

図のように，ABを直径とする円Oの周上に，AC＝BCとなる点Cをとる。点Aをふくまない方の弧BC上に点Dをとり，ACの延長とBDの延長との交点をEとし，ADとBCの交点をFとする。このとき，△AFC≡△BECであることを証明しなさい。

（栃木県　2010年度）



解答欄

〔証明〕

【問7】

図1のようなAB＝20 cmで，縦と横の長さの比が1 : $\sqrt{2}$ の長方形ABCDの紙を，次の①，②のように折ります。

① 辺 AD，BC の中点をそれぞれ M，N とします。図2のように，線分 BM，CM を折り目として，点 A，D が重なり，線分 AM，DM がぴったり重なるように折って三角錐の形の容器をつくります。点 A，D の重なった点を A′ とすると，点 A′ を頂点とし，△MBC を底面とする三角錐となります。

② 重なった線分 AM，DM を離し，線分 MN をかきます。図3のように，改めて線分 BM，CM を折り目として立体にならないように折り重ねたときの点 A，D の移った点をそれぞれ E，F とします。線分 BE，CF の交点は線分 MN 上にあり，この点を G とします。

図1

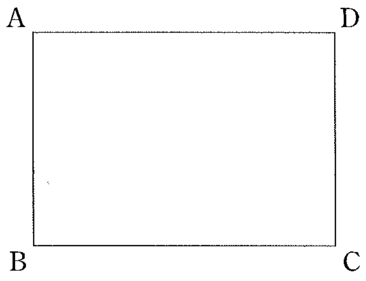


図2

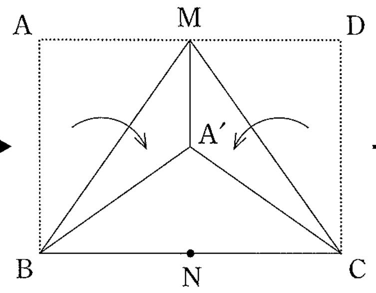
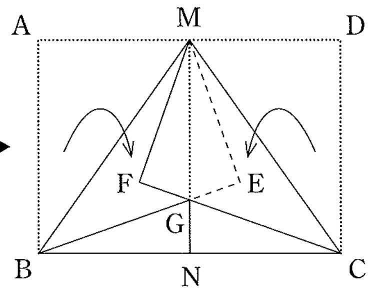


図3

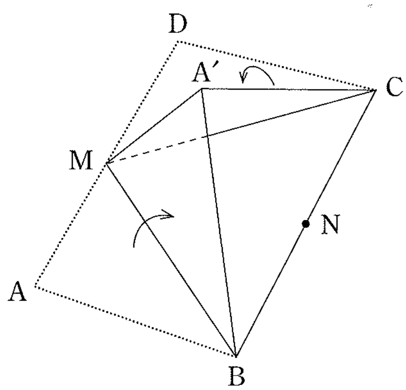


このとき，次の各問に答えなさい。

（埼玉県 前期 2010年度）

問1 図2でつくられた三角錐は右の図4のようになります。この三角錐の容器の容積を求めなさい。ただし，根号はつけたままで答えなさい。

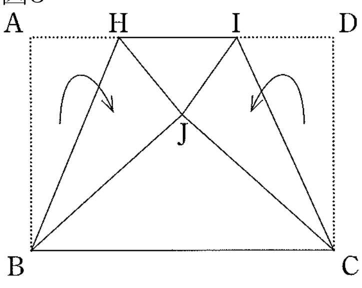
図4



問2 図3において，△FMGと△NCGが合同であることを証明しなさい。

問3 図5のように，長方形ABCDの紙の辺AD上に異なる点H，Iをとり，線分BH，CIを折り目として折ったとき，点A，Dの移った点が平面HBCI上の点Jで重なりました。四角形HBCIの面積を求めなさい。

図5



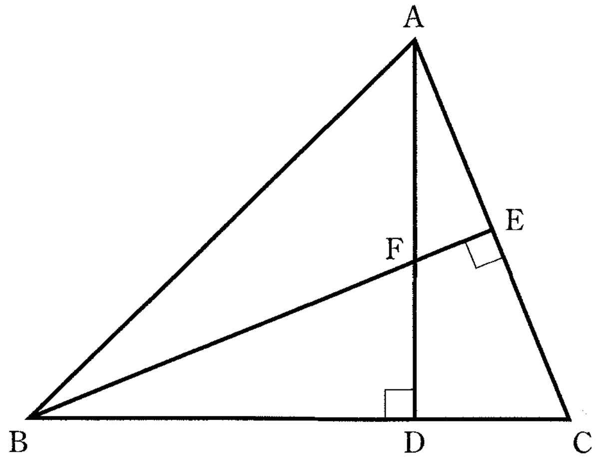
解答欄

問1	cm^3
問2	〔証明〕
問3	cm^2

【問8】

図のように，∠ABC＝45°である三角形ABCがある。頂点Aから辺BCに引いた垂線と辺BCとの交点をDとし，頂点Bから辺ACに引いた垂線と辺ACとの交点をEとする。また，線分ADと線分BEとの交点をFとする。このとき，△ADC≡△BDFであることを証明しなさい。

（新潟県　2010年度）



解答欄

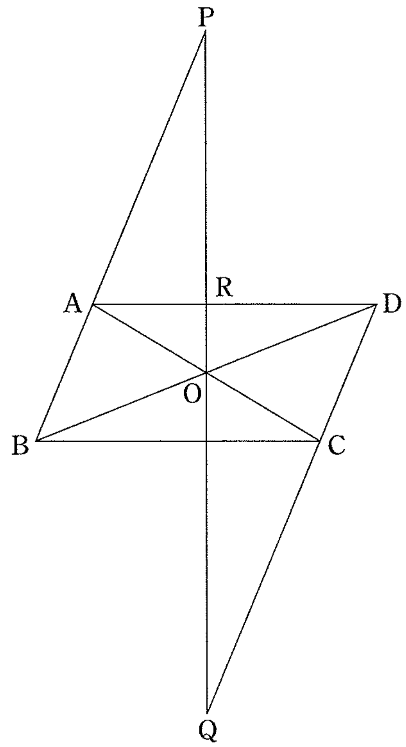
〔証明〕

【問9】

図のように，平行四辺形ABCDにおいて，辺BAの延長上の点Pと対角線の交点Oを通る直線をひき，辺DCの延長との交点をQ，辺ADとの交点をRとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2010年度）

(1)　△AOP≡△COQとなることを証明しなさい。ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。



(2)　AR:RD＝2:3，AB＝4 cmとするとき，線分CQの長さを求めなさい。

解答欄

(1)	△AOPと△COQにおいて
(2)	cm

【問10】

直樹さんと明子さんは，一辺の長さが8 cmの合同な正方形の紙ABCDとEFGHの重なった部分について調べた。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（山梨県　2010年度）

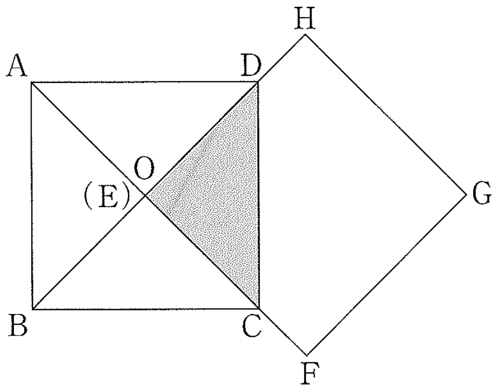
問1　2人は，【1回目の重ね方】にしたがって，図1のように2枚の正方形の紙を重ねた。

【1回目の重ね方】

① 正方形ABCDの対角線の交点Oに，正方形EFGHの頂点Eを重ねる。

② 辺EF，EHをそれぞれ対角線上のOC，ODに重ねる。

図1



このとき，重なった部分の面積を求めなさい。

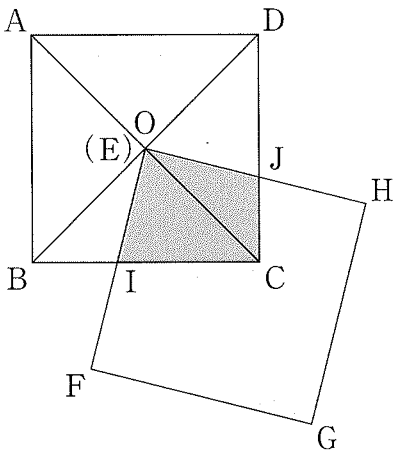
問2　次に，【2回目の重ね方】にしたがって，図2のように2枚の正方形の紙を重ねた。

【2回目の重ね方】

① 正方形ABCDの対角線の交点Oに，正方形EFGHの頂点Eを重ねる。

② 辺BCと辺EF，辺CDと辺EHが交わるように重ね，それぞれの交点をI，Jとする。

図2



このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

(1)　直樹さんは，DJの長さが分かると，OJの長さが求められることに気づいた。DJの長さが5 cmのとき，OJの長さを求めなさい。

(2)　明子さんは，△OICと△OJDが合同であることに気づいた。△OIC≡△OJDとなることを証明しなさい。

(3) 明子さんは，DJの長さを何回か変えながら重ね，次の予想を立てた。

【明子さんの予想】
重なった部分の面積は，DJの長さにかかわらず，いつでも一定である。

【明子さんの予想】が正しい理由を説明しなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔証明〕</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td></td></tr>
</table>

【問11】

AB＝AC＝12 cm, BC＝6 cmの二等辺三角形ABCがある。図1のように, 辺AB上の点A, Bとは異なる位置に点Pをとる。点B, C, Pを通る円Oをかき, 円周と辺ACの交点をQとする。また, 線分BQ, CPの交点をRとする。次の各問いに答えなさい。

（長野県　2010年度）

問1　円の中心Oは, 次のア～エの中の, 2つの直線の交点と一致する。どの2つの直線か, 次のア～エから2つ選び, 記号を書きなさい。

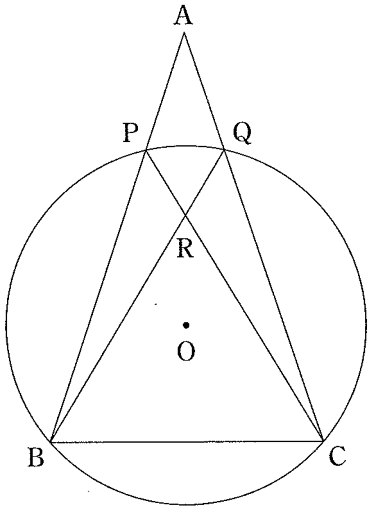
ア　∠BACの二等分線

イ　辺ACの垂直二等分線

ウ　∠BPCの二等分線

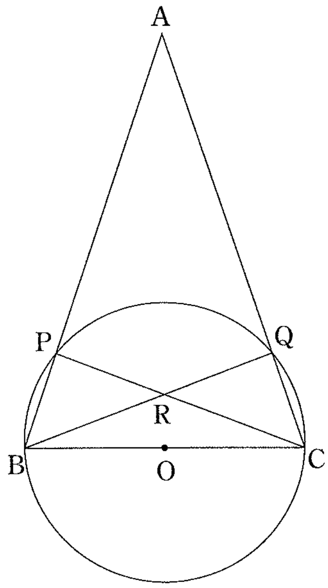
エ　辺BPの垂直二等分線

図1



問2　△ABQ≡△ACPを証明しなさい。

図2



問3　図1において, BP＝7 cmとなるように点Pをとるとき, BR：RQを求めなさい。

問4　図2は, 図1において, 円の中心Oが辺BC上の点となるように点Pをとったものである。

(1)　BPの長さを求めなさい。

(2)　△RBCの面積を求めなさい。

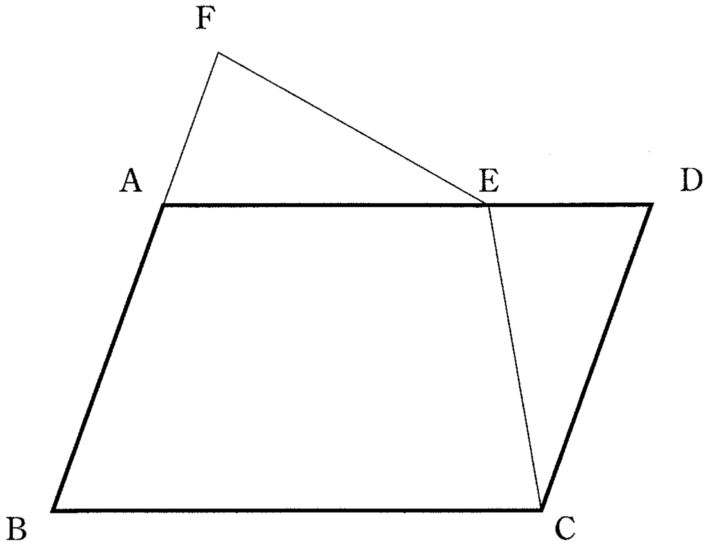
問5　図1において, BP＝6 cmとなるように点Pをとるとき, 円Oの半径を求めなさい。

解答欄

問1		
問2		
問3	：	
問4	(1)	cm
	(2)	cm^2
問5	cm	

【問12】

図のように，平行四辺形ABCDの辺AD上にAB＝AEとなる点Eをとり，BAの延長上にAD＝BFとなる点Fをとる。AとF，EとF，CとEをそれぞれ結ぶ。



次の問1，問2に答えなさい。

（岐阜県　2010年度）

問1　△AEF≡△DCEであることを証明する。次の証明の続きを書き，証明を完成させなさい。

〔証明〕
△AEFと△DCEで，
仮定から，
BF＝AD　…①
AB＝AE　…②
①，②から，
AF＝DE　…③

問2　AとC，DとFをそれぞれ結び，△EACと△EDFをつくる。AB＝3 cm，BC＝5 cmのとき，△EACの面積は△EDFの面積の何倍であるかを求めなさい。

解答欄

問1	〔証明〕 △AEFと△DCEで, 仮定から, BF＝AD　…① AB＝AE　…② ①, ②から, AF＝DE　…③
問2	倍

【問13】

線分BCを直径とする円周上に2点A，Dをとり，AD // BCである台形ABCDをつくる。このとき，△ABC≡△DCBであることを次のように証明したい。(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ) にあてはまる式として最も適当なものを，下のアからカまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書きなさい。

（愛知県B 2010年度）

〔証明〕

△ABCと△DCBで，

BCは直径だから，　∠BAC＝∠CDB＝90°　…①

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから，(Ⅰ) …②

AD // BCだから，(Ⅱ) …③

②，③から，(Ⅲ) …④

共通な辺だから，BC＝CB …⑤

①，④，⑤から，

直角三角形の斜辺と1つの鋭角が，それぞれ等しいので，

△ABC≡△DCB

ア　∠ADB＝∠ABD

イ　∠ADB＝∠ACB

ウ　∠ADB＝∠DBC

エ　∠ACB＝∠ABD

オ　∠ACB＝∠DBC

カ　∠ABC＝∠DCB

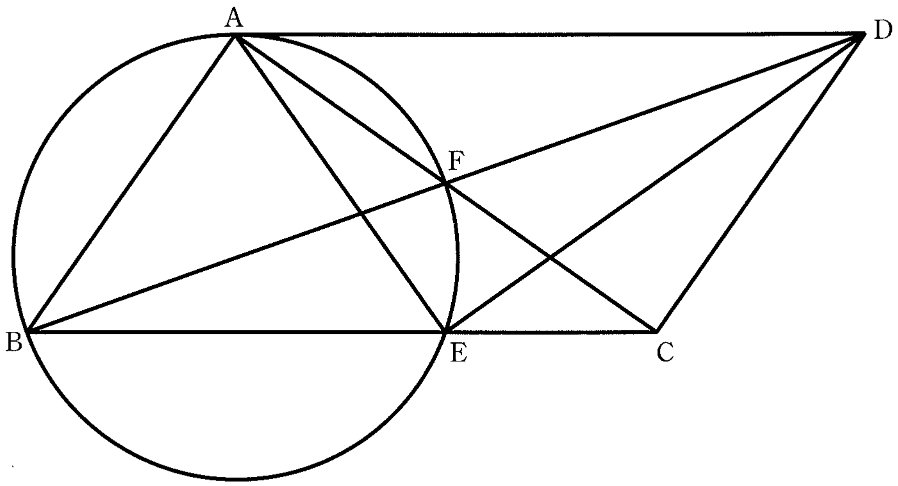
解答欄

Ⅰ (　　　)，Ⅱ (　　　)，Ⅲ (　　　)

【問14】

図のように，平行四辺形ABCDの辺BC上にAB＝AEとなる点Eをとる。3点A，B，Eを通る円が，平行四辺形ABCDの対角線の交点Fを通るとき，△AED≡△DCAであることを証明しなさい。ただし，点Eは点Bと異なる点とする。

（三重県　2010年度）

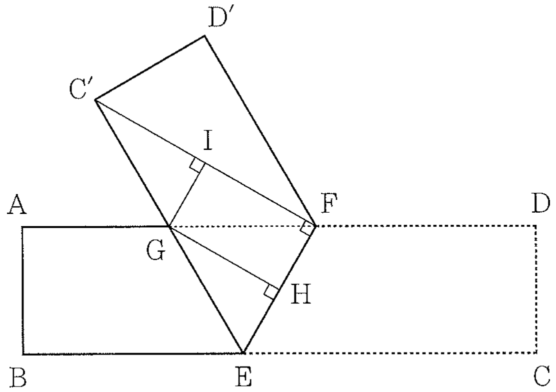


解答欄

〔証明〕

【問15】

長方形の紙テープABCDを図のようにEFで折り返したとき，点C，Dはそれぞれ点C′，D′に移動した。このとき，AFとC′Eの交点をGとし，点GからEF，FC′にそれぞれ垂線GH，GIをひいた。また，EG＝6 cm，EH＝3 cmであった。さらに，EG＝GC′＝AGとなり，∠EFC′＝90°となった。



次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2010年度）

問1　△EHGと△GIC′が合同であることを次のように証明した。$\boxed{a}$ と $\boxed{b}$ にあてはまるものの組み合わせを，下の語群ア～エから選んで記号を書き，この証明を完成させなさい。

〔証明〕
△EHGと△GIC′において
∠EHG＝∠GIC′＝90°　…①
また，∠EFC′＝∠GIC′より $\boxed{a}$ となるので，同位角の関係より
∠HEG＝∠IGC′　…②
さらに　EG＝GC′　…③
よって，①，②，③から $\boxed{b}$ ので
△EHG≡△GIC′

語群

ア	$\boxed{a}$	:EF // GI	$\boxed{b}$	:直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
イ	$\boxed{a}$	:EF⊥IF	$\boxed{b}$	:直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
ウ	$\boxed{a}$	:EF // GI	$\boxed{b}$	:直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

問2　線分ABの長さは何cmか，求めなさい。

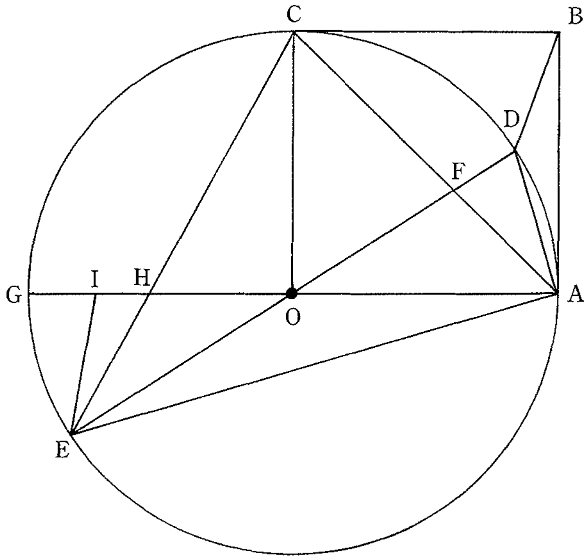
問3　長方形の紙テープABCDの面積は何cm^2か，求めなさい。

解答欄

問1	
問2	cm
問3	cm^2

【問16】

図のような，正方形OABCと，中心が点Oで線分OAを半径とし点Cを通る円Oがある。正方形OABCの内部にある弧$\overset{\frown}{AC}$上に，2点A，Cと異なる点Dをとる。点Oと点Dを通る直線をひき，円Oとの交点のうち点Dと異なる点をEとする。点Aと点Cを結び，線分ACと線分ODとの交点をFとする。点Aと点D，点Aと点E，点Bと点D，点Cと点Eをそれぞれ結ぶ。直線OAと円Oとの交点のうち点Aと異なる点をGとする。線分OGと線分CEとの交点をHとする。線分GH上に点Iを，∠OAE＝∠HEIとなるようにとる。点Eと点Iを結ぶ。



このとき，次の問1では $\boxed{}$ に適当な数を書き入れ，その後の指示に従って答えなさい。問2では $\boxed{}$ に適当な数を書き入れなさい。

（岡山県　2010年度）

問1　∠AEC＝ $\boxed{}$ °である。また，△OAF≡△OEIを証明しなさい。

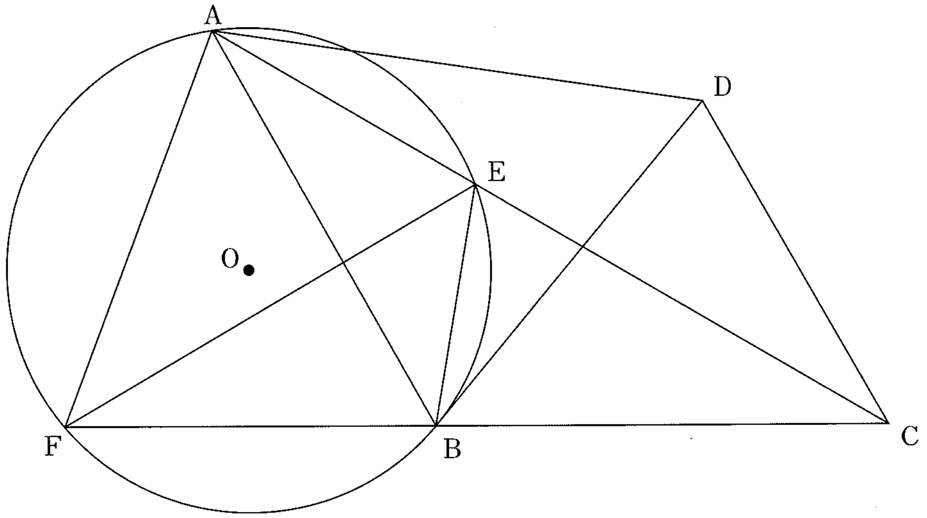
問2　EI＝4 cm，∠OAE＝15°であるとき，∠AOF＝ $\boxed{（ア）}$ °，OI＝ $\boxed{（イ）}$ cmである。また，円Oの半径は $\boxed{（ウ）}$ cmであり，△ABDの面積は $\boxed{（エ）}$ cm^2である。

解答欄

問1	∠AEC＝　　　　　°	
	〔証明〕	
問2	(ア)	°
	(イ)	cm
	(ウ)	cm
	(エ)	cm^2

【問17】

図のように，円OとAB // DCの台形ABCDがあり，2点A，Bは円Oの円周上の点です。対角線ACと円Oとの交点をE，CBの延長と円Oとの交点をFとします。このとき，EF＝EC，∠BEF＝∠CBDです。



これについて，次の問1・問2に答えなさい。

（広島県　2010年度）

問1　△AFB≡△BDCであることを証明しなさい。

問2　△ABDの面積が12 cm^2，BC＝5 cmのとき，点Aと直線CFとの距離は何cmですか。

解答欄

問1	〔仮定〕図において，4点A，B，E，Fは円Oの円周上の点，AB // DC，EF＝EC，∠BEF＝∠CBD 〔結論〕△AFB≡△BDC 〔証明〕
問2	cm

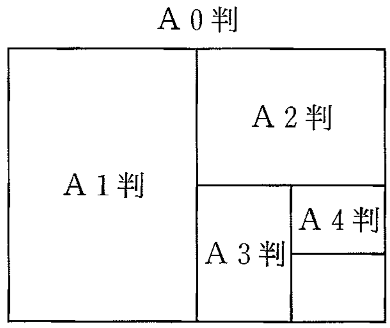
【問18】

身のまわりにある教科書やノート，コピー用紙の大きさは，A判やB判という紙の規格にもとづいているものが多い。そのうち，A判の紙の大きさは，次のように決められている。

① となり合う2辺の長さの比が$1:\sqrt{2}$で，面積が1 m^2の長方形の紙の大きさをA0判とする。

② A0判の紙を，長い方の辺が半分になるように切ってできた長方形の紙の大きさを，A1判とする。

③ 同じように，長方形の長い方の辺が半分になるように次々と切ってできた長方形の紙の大きさを順に，A2判，A3判，A4判，…とする。



次の問1～問4に答えなさい。

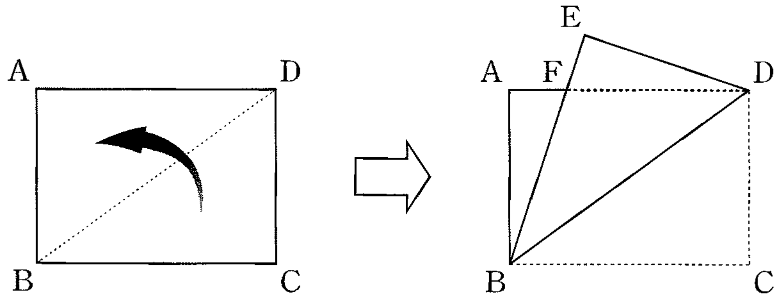
（山口県　2010年度）

問1　A0判の紙の短い方の辺の長さをa cmとするとき，A2判の紙の長い方の辺の長さをaを使って表しなさい。

問2　A3判の紙の面積は，A0判の紙の面積の何倍か。求めなさい。

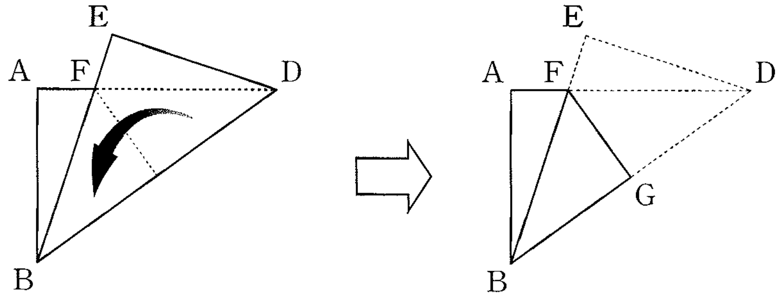
問3　図1のように，A4判の紙ABCDを対角線BDで折り返したとき，頂点Cが移った点をE，線分ADと線分BEの交点をFとする。このとき，△ABF≡△EDFであることを証明しなさい。

図1



問4　図2のように，図1でできた図形を，さらに点Dが点Bに重なるように折り返すと，点Eは点Aに重なった。このとき，折り目となる線分をFGとする。AB＝21 cm，AD＝$21\sqrt{2}$ cmとするとき，線分FGの長さを求めなさい。

図2



解答欄

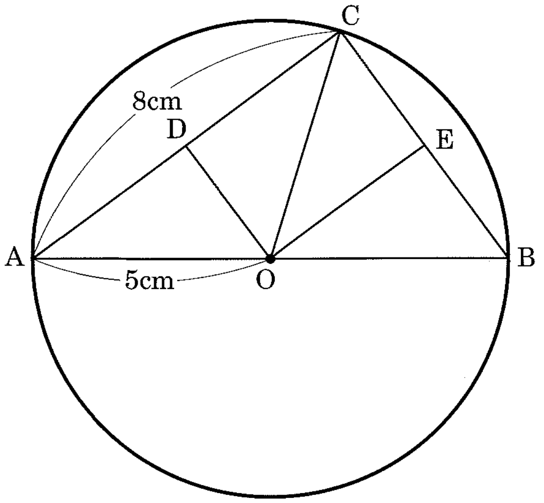
問1	cm
問2	倍
問3	〔証明〕
問4	cm

【問19】

図のように，線分ABを直径とする半径5 cmの円Oの周上にAC＝8 cmとなる点Cをとる。点Oを通り，線分BCに平行な直線が線分ACと交わる点をD，線分ACに平行な直線が線分BCと交わる点をEとする。次の問1・問2に答えなさい。

（徳島県　2010年度）

図1



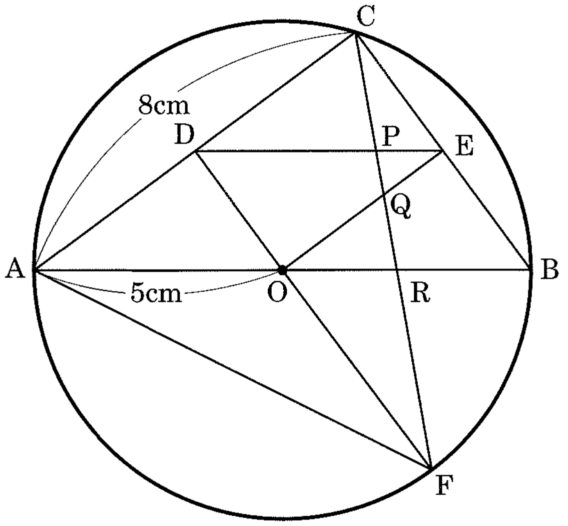
問1　図1のように，線分OCをひく。次の(1)・(2)に答えなさい。

(1)　線分BCの長さを求めなさい。

(2)　△CDO≡△OEBを証明しなさい。

問2　図2のように，線分DOを延長し，点Cを含まない$\overset{\frown}{AB}$と交わる点をFとし，線分DE，AF，CFをひく。また，線分CFと線分DE，OE，OBとの交点をそれぞれ，P，Q，Rとする。次の(1)・(2)に答えなさい。

図2



(1)　∠DAOの大きさをa度とするとき，∠OAFの大きさを，aを用いて表しなさい。

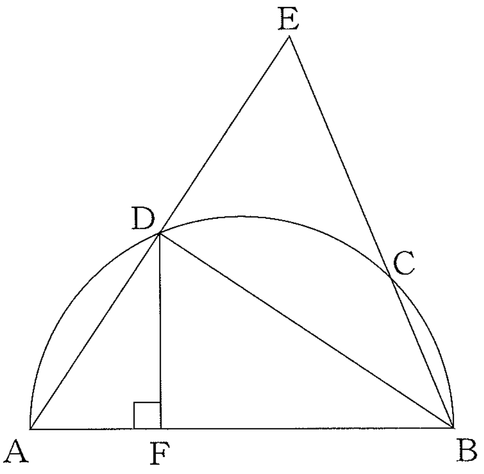
(2)　四角形EQRBの面積を求めなさい。

解答欄

問1	(1)	cm
	(2)	〔証明〕
問2	(1)	(　　　　　　) 度
	(2)	

【問20】

図のような，線分ABを直径とする半円があり，点Cは$\overset{\frown}{AB}$上の点である。∠CBAの二等分線をひき，$\overset{\frown}{AC}$との交点をDとし，直線ADと直線BCとの交点をEとする。また，点Dから線分ABに垂線をひき，その交点をFとする。



このとき，次の問いに答えなさい。

（香川県　2010年度）

問い　線分ECの中点をGとし，点Dと点Gを結ぶとき，△ADF≡△EDG　であることを証明せよ。

解答欄

〔証明〕

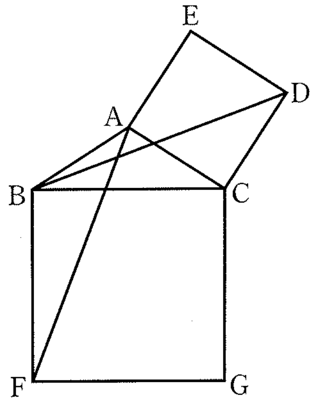
【問21】

図1のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCがあり，2辺AC，BCをそれぞれ1辺とする正方形ACDE，BFGCを二等辺三角形ABCの外側につくる。また，点Aと点Fを結び△ABFを，点Bと点Dを結び△DCBをそれぞれつくる。このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県　2010年度）

問1　△ABF≡DCBであることを証明せよ。

図1

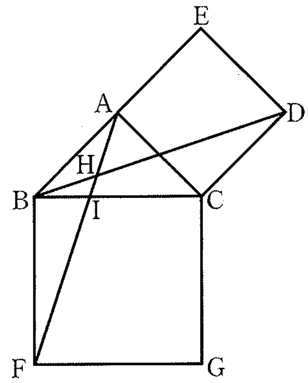


問2　右の図2のように，∠BAC＝90°で，BC＝2 cmであるとき，

(1)　線分BDの長さを求めよ。

(2)　線分AFと，線分BD，BCとの交点をそれぞれH，Iとする。このとき，線分HIの長さを求めよ。

図2



解答欄

問1	〔証明〕	
問2	(1)	cm
	(2)	cm

【問22】

図1～図3のように，3点A，B，Cは円周上にある点で，三角形ABCは1辺の長さが4 cmの正三角形である。点Cをふくまない弧AB上に∠ACP＝15°となる点Pをとる。このとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2010年度）

図2，図3において，線分CP上にAP＝CQとなる点Qをとるとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　△PBA≡△QBCであることを証明せよ。

(2)　図3において，点Bから線分CPにひいた垂線と線分CPとの交点をHとするとき，次の①，②に答えよ。

①　線分BHの長さは何cmか。

②　三角形BQHの面積は何cm^2か。ただし，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書くこと。

図1

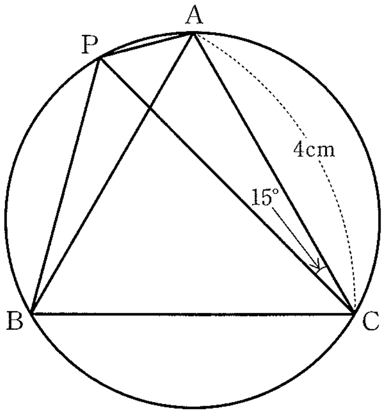


図2

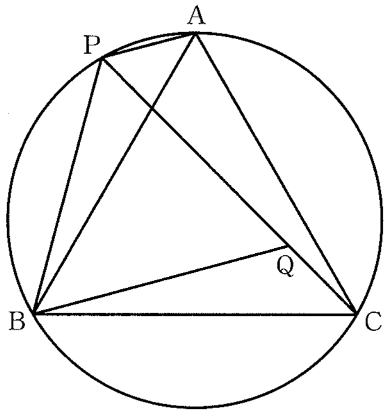
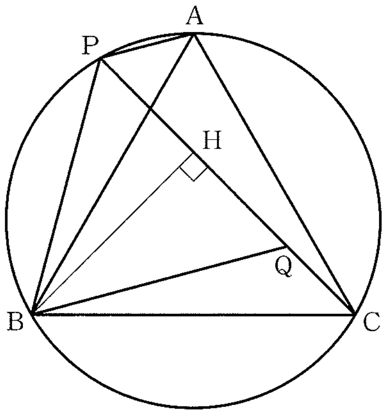


図3



解答欄

(1)	〔証明〕	
(2)	①	cm
	②	答 $\boxed{}$ cm^2