

5. 二次関数と速さ・落下運動に関する問題

【問1】

Jさんは、自動車がブレーキをかけ始めてから止まるまでの距離について調べるために、警察署に行った。下の内は、Jさんと警察官の会話の一部である。

Jさん 「自動車がブレーキをかけ始めてから止まるまでの間に、どのくらい進みますか。」

警察官 「自動車がブレーキをかけ始めてから止まるまでの距離を、制動距離といいます。制動距離は、自動車の速さの2乗に比例します。たとえば、自動車 P がかわいた舗装道路をまっすぐに走っている場合、時速 20 km で走っているときの制動距離は 2.5 m、時速 40 km で走っているときの制動距離は 10 m になります。つまり、自動車 P の速さが2倍になれば、制動距離は4倍になります。自動車 P の速さが4倍になれば、制動距離は何倍になりますか。」

Jさん 「自動車 P の速さが4倍になれば、制動距離は(ア)倍になります。」

警察官 「そうです。しかし、実際には、運転者が危険を感じてからブレーキをかけ始めるまでに時間がかかります。たとえば、時速 50 km で走っている自動車 P の運転者が、危険を感じてからブレーキをかけ始めるまでに 0.9 秒間かかったとすると、その 0.9 秒間に自動車 P は(イ)m 進みます。」

Jさん 「運転者が危険を感じてからブレーキをかけ始めるまでに、そんなに進むのですね。自動車が止まるまでの距離は、予想していた以上に長いことがわかりました。」

次の(1)~(3)の の中にあてはまる最も簡単な数、式または記号を記入せよ。

(福岡県 2002 年度)

(1) 会話文中の(ア)、(イ)にあてはまる最も簡単な数は、

(ア) , (イ) である。

(2) 会話文中の下線部について、自動車 P がかわいた舗装道路を時速 x km で走っているときの制動距離を y m

とするとき、 y を x の式で表すと、 $y =$ である。

(3) Jさんは、自動車の制動距離が速さの2乗に比例することを知った。そこで、身のまわりのともなって変わる量について興味を持ち、下の A~D の場合について調べ、それぞれを表にまとめた。 y が x の2乗に比例するのは、

A~D のうちの である。

<p>A 12ℓ 入る空の容器に毎分 x ℓ の割合で水を入れるとき、この容器が水でいっぱいになるまでの時間 y 分</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>y</td><td>12</td><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>24</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	5	y	12	6	4	3	24	<p>B ばねに質量 x g のおもりをつるしたときのばねの長さ y cm</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td></tr> <tr><td>y</td><td>5</td><td>5.5</td><td>6</td><td>6.5</td><td>7</td></tr> </table>	x	0	10	20	30	40	y	5	5.5	6	6.5	7
x	1	2	3	4	5																				
y	12	6	4	3	24																				
x	0	10	20	30	40																				
y	5	5.5	6	6.5	7																				
<p>C 秒速 4 m の自転車が x 秒間に進んだ道のり y m</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	4	y	0	4	8	12	16	<p>D 球が斜面をころがり始めてから x 秒間にころがる距離 y m</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>0.5</td><td>1</td><td>1.5</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>0.5</td><td>2</td><td>0.5</td><td>8</td></tr> </table>	x	0	0.5	1	1.5	2	y	0	0.5	2	0.5	8
x	0	1	2	3	4																				
y	0	4	8	12	16																				
x	0	0.5	1	1.5	2																				
y	0	0.5	2	0.5	8																				

(1)	(ア)	(イ)
(2)		
(3)		

【問2】

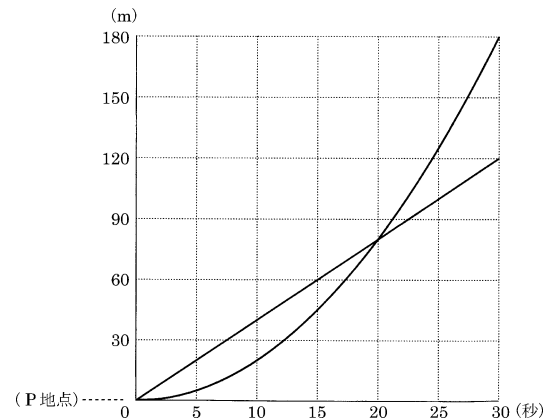
東西に一直線にのびた道路上のP地点にバスが停車している。バスはこの道路を東に向かって進むものとし、バスがP地点を出発してから x 秒後までにバスが進む道のりを y mとする。 x の変域が $0 \leq x \leq 30$ のとき、 y を x の式で表すと、 $y = \frac{1}{5}x^2$ ($0 \leq x \leq 30$)である。次の(1)~(3)の の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。

(福岡県 2005 年度)

(1) バスがP地点を出発してから25秒後までにバスが進む道のりは m である。

(2) バスが進む道路と同じ道路を東に向かって一定の速さで走っている自転車がある。バスがP地点を出発すると同時に、自転車がP地点を通過した。バスがP地点を出発してから20秒後に、バスは自転車に追いついた。図は、バスがP地点を出発してから30秒後までの時間とバスが進む道のりの関係をグラフに表したものに、自転車の進むようすをかき入れたものである。

自転車の速さは、 毎秒 m である。

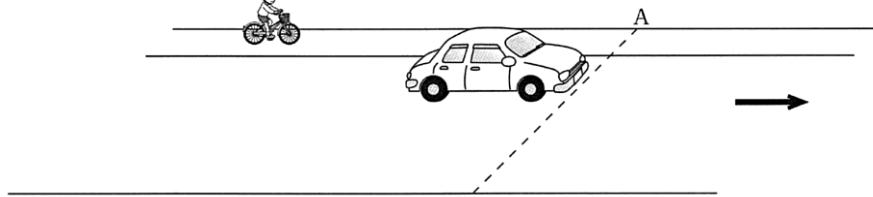


(3) バスが進む道路と同じ道路を東に向かって一定の速さで走っているバイクがある。バスがP地点を出発した後に、バイクがP地点を通過した。バスがP地点を出発してから10秒後に、バイクはバスに追いついた。バスがP地点を出発してから15秒後に、バイクはバスから15 m 東の地点を走っていた。バイクがP地点を通過したのは、バスがP地点を出発してから 秒後 である。

(1)	<input type="text"/>
(2)	<input type="text"/>
(3)	<input type="text"/>

【問3】

図のように、まっすぐな道路に自動車が出発して、その先端は A 地点にあった。道路に平行な自転車専用道路を、自転車が矢印の方向に向かって一定の速さで走っていて、自転車の先端が A 地点を通過してから 2 秒後に、自動車が矢印の方向に向かって出発した。自動車が出発してから 7 秒後には自動車の先端と自転車の先端が並び、その後自動車が自転車を追い越した。また、自動車が出発してから 10 秒後には、自転車の先端は B 地点を通過し、自動車の先端は A 地点から 60 m 離れた C 地点を通過した。ただし、自動車が出発してから x 秒に進む距離を y m とすると、 $0 \leq x \leq 10$ の範囲では、 $y = ax^2$ (a は定数、 $a > 0$) という関係があるものとし、道路の幅と自転車専用道路の幅は考えないものとする。



このとき、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2007 年度)

問1. a の値を求めなさい。

問2. B 地点と C 地点の距離を求めなさい。

問1	$a =$
問2	m

【問4】

図のように、自転車を運転している太郎君が危険を感じた地点を A、かけたブレーキがききはじめた地点を B、停止した地点を C とする。AB 間では自転車の速さは一定であり、AB 間に要する時間はつねに 0.75 秒である。BC 間の距離は、地点 A での自転車の速さの 2 乗に比例し、地点 A での自転車の速さが毎秒 4 m のとき、BC 間の距離は 2 m である。

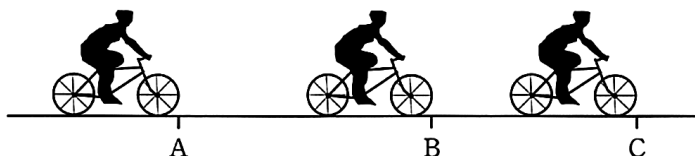
(群馬県 2007 年度)

問1. 地点 A での自転車の速さが毎秒 4 m のとき、AB 間の距離を求めなさい。

危険を感じる

ブレーキが
ききはじめる

停止する



問2. 地点 A での自転車の速さを毎秒 x m、そのときの BC 間の距離を y m とし、 y を x の式で表しなさい。また、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

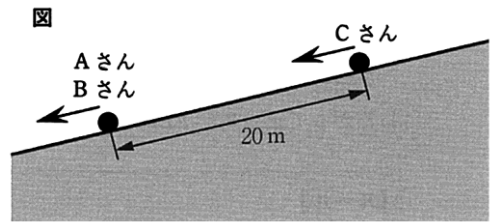
問3. AC 間の距離が 9 m のとき、地点 A での自転車の速さを毎秒 x m とし、方程式をつくり、その速さを求めなさい。

問1	m
問2	$y =$
問3	<p>解</p> <div style="text-align: right; padding-right: 20px;"> 答 毎秒 m </div>

【問5】

図のような斜面を、AさんとBさんは同じ場所から、Cさんは2人の20 m 後ろから、それぞれ同時にスタートし、次のように進む。下の問1～問3に答えなさい。

(島根県 2007 年度)



Aさん… 秒速 3 m で走る。

Bさん… スタートしてから最初の t 秒間は秒速 5 m で走り、その後は秒速 2m で歩く。ただし、 $0 < t < 15$ とする。

Cさん… AさんとBさんを自転車で追いかける。スタートしてからの時間を x 秒、その間に進んだ距離を y m とすると、 $y = \frac{1}{2}x^2$ という関係がある。

問1. $x \geq 0$ のとき、 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

問2. 次の(1)～(3)に答えなさい。

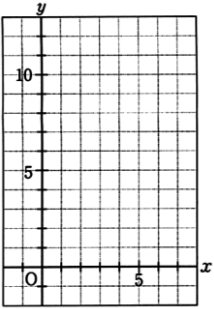
(1) Aさんがスタートしてから 15 秒間に進んだ距離を求めなさい。

(2) Bさんがスタートしてから 15 秒間に進んだ距離を t を使って表すことにした。次の のア～エにあてはまる式を答えなさい。

Bさんはスタートしてから最初の t 秒間は秒速 5 m で走るの、その間に進んだ距離は ア m である。その後、 t 秒後から 15 秒後までの イ 秒間は秒速 2 m で歩くので、その間に進んだ距離は ウ m である。したがって、Bさんがスタートしてから 15 秒間に進んだ距離は エ m である。

(3) スタートしてから 15 秒後に、AさんがBさんに追いついた。Bさんが歩き始めたのは、スタートしてから何秒後だったか答えなさい。

問3. CさんがAさんに追いつくまでの時間を求めたい。スタートしてからCさんがAさんに追いつくまでの時間を a 秒として、方程式をつくりなさい。また、それを解いて、CさんがAさんに追いつくまでの時間を求めなさい。

問1					
問2	(1)	m			
	(2)	ア	イ	ウ	エ
		m	秒間	m	m
(3)	秒間				
問3	方程式		追いつくまでの時間 秒		

【問6】

電車 A が B 駅を出発し、B 駅から 270 m 離れた地点まで進むのに 30 秒かかります。この区間において、電車 A が B 駅を出発して進む距離は、B 駅を出発してからの時間の 2 乗に比例するものとします。このとき、電車 A が B 駅を出発して 120 m 進むのにかかる時間は何秒ですか。

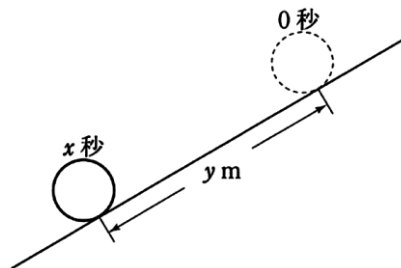
(広島県 2007 年度)

秒

【問7】

ボールが斜面をころがり始めてからの時間を x 秒、その間をころがる距離を y m とすると、 $y=2x^2$ という関係があった。このとき、1 秒後から 3 秒後までの平均の速さは毎秒何 m か。

(佐賀県 前期 2007 年度)

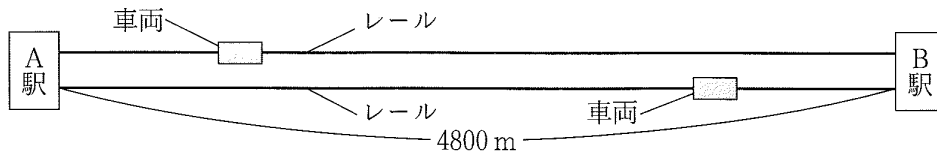


毎秒 m

【問8】

図は、A 駅と B 駅を 2 本の平行なレールで一直線に結ぶモノレールを、真上から見たものである。車両が 2 台あり、1 台は A 駅、もう 1 台は B 駅に止まっている状態から運行を開始する。2 台の車両は同時に動き出し、両駅の間地点ですれ違い、駅に到着するたびに 10 分間停車する。その後、再び同時に動き出し、A 駅と B 駅との間の往復をくり返す。A 駅と B 駅との間の距離は 4800m であり、2 台の車両はそれぞれ常に一定の速さで走り、その速さは毎分 400m であるものとする。あとの問いに答えなさい。ただし、駅と車両の大きさは考えないものとする。

(山形県 2009 年度)



(1) A 駅を出発した車両が初めて B 駅に到着するのは、A 駅を出発してから何分後か、求めなさい。

(2) 下の文章は、2 台の車両がどのようにすれ違うかについて表したものである。

ア, イ, エ にはあてはまる数を, ウ にはあてはまる文字式を, それぞれ書きなさい。

2 台の車両が 1 回目にすれ違うのは運行を開始してから ア 分後で、すれ違ってから、2 台の車両は ア 分かけてそれぞれの駅に到着する。そこで 10 分間停車し、再び動き出してから ア 分後に 2 回目のすれ違いがある。よって、2 台の車両は イ 分間隔ですれ違うことになる。

したがって、 n 回目にすれ違うのは、運行を開始してから (ウ) 分後である。

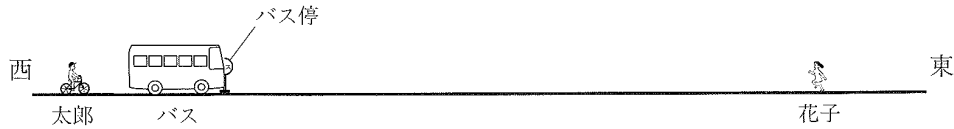
午前 9 時に 2 台の車両が運行を開始する場合、その日の午後 1 時 30 分には、エ 回目のすれ違いをすることになる。

(1)	分後	
(2)	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	

【問9】

図のように、東西にまっすぐ延びている道路があり、バス停にバスが停車している。太郎君は、自転車で西から東に向かって毎秒 4 m の速さで走り、太郎君の自転車がバス停を通過すると同時にバスが東に向かって動き始めた。バスが動き始めてから x 秒間に進む距離を y m とすると、最初の 10 秒間では $y = \frac{1}{2}x^2$ の関係がある。その後、バスは毎秒 10 m の速さで進む。このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、バスや自転車の位置は、その先端を基準に考えるものとする。

(群馬県 2009 年度)



問1. バスが動き始めてから 10 秒間の、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問2. バスが太郎君の自転車に追いつくのはバスが動き始めてから何秒後か求めなさい。

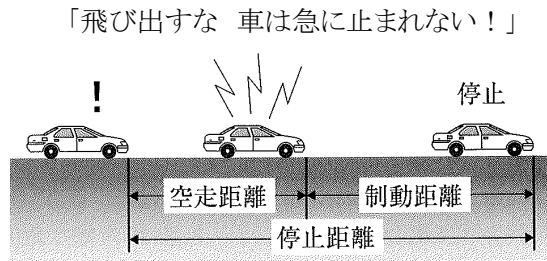
問3. 花子さんは、バスが動き始めたとき、バス停から 130 m 東の地点を西に向かって毎秒 2 m の速さで走っていた。バスが花子さんとすれ違うのは、バスが動き始めてから何秒後か、求めなさい。

問1	
問2	秒後
問3	秒後

【問 10】

由美さんは、学校の交通安全教室で、自動車が急に止まれないことを知り、自動車の運転者が急ブレーキをかけて自動車が止まるまでの距離について調べてみた。次は、その結果の一部である。これを見て問1～問3に答えなさい。

(徳島県 2009 年度)



自動車の運転者が、急ブレーキが必要と判断した地点から自動車が停止した地点までの距離を「停止距離」といいます。この停止距離は「空走距離」と「制動距離」の和として表されます。

空走距離…自動車の運転者が、急ブレーキが必要と判断してから、ブレーキを踏み込みブレーキがきき始めるまでの距離。自動車の速さに比例します。このときの比例定数は、路面の状態に関係しません。

制動距離…ブレーキがきき始めてから、自動車が停止するまでの距離。自動車の速さの 2 乗に比例します。このときの比例定数は、路面の状態によって決まります。

表は、路面が乾いたアスファルトであるときの、ある自動車の速さと空走距離、制動距離を表したものです。ただし、ここでの「自動車の速さ」は、運転者が急ブレーキが必要と判断したときの速さのことです。

表

自動車の速さ(km/時)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
空走距離 (m)	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0	18.0	20.0
制動距離 (m)	0.5	2.0	4.5	8.0	12.5	18.0	24.5	32.0	40.5	50.0

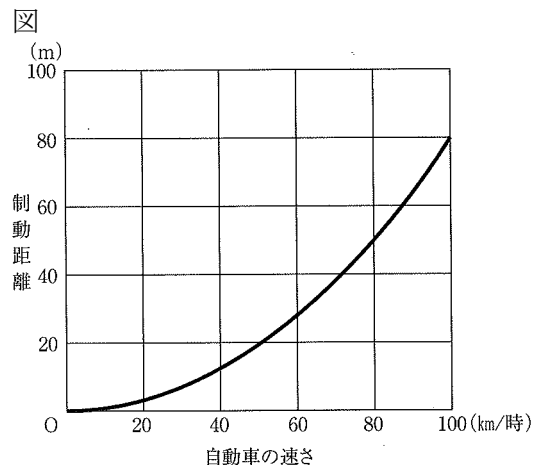
また、図は、同じ道路で、路面がぬれているときの同じ自動車の速さ (km/時) と制動距離 (m) の関係を表したものです。

このことから、雨天時に、この道路を、時速 50 km で走行しているこの自動車が、急ブレーキが必要と判断してから止まるまでの停止距離は、少なくとも 30 m は必要であることがわかります。

問1. この自動車の速さが時速 a km のとき、空走距離は何 m になりますか。

問2. 路面が乾いたアスファルトであるときの、この自動車の速さを時速 x km、制動距離を y m とする。 x 、 y の関係を式に表しなさい。

問3. ———線部について、この判断が正しい理由を、表や図をもとに、言葉や式を用いて説明しなさい。

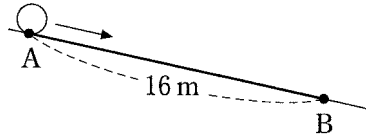


問1	m
問2	
問3	

【問 11】

一郎さんと次郎さんは右の図のような斜面上で、A 地点からボールを転がしている。この斜面では、ボールが転がり始めてから、 x 秒間に転がる距離を y m とすると、 x と y の間に $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係があるという。A 地点から 16 m 離れた地点を B 地点として、次の問いに答えなさい。

(富山県 2010 年度)



問1 ボールが A 地点から B 地点まで転がるときの、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問2 一郎さんは、ボールが転がり始めるのと同時に A 地点を出発し、B 地点に向かって一定の速さで斜面を進んだところ、ボールが転がり始めてから 6 秒後に一郎さんとボールは同じ地点を通過した。このとき、次の問いに答えなさい。

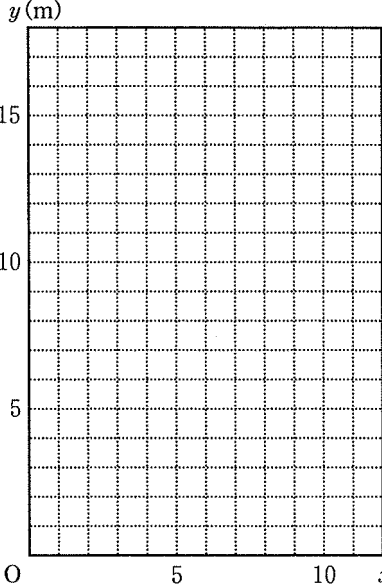
(1) 一郎さんの進む速さは毎秒何 m か、求めなさい。

(2) 次の文は、一郎さんとボールの進む様子について述べたものである。文中の I , II にあてはまる言葉の組み合わせとして正しいものを下のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

A 地点から 8 m の地点を先に通過するのは I で、
 B 地点に先に到着するのは II である。

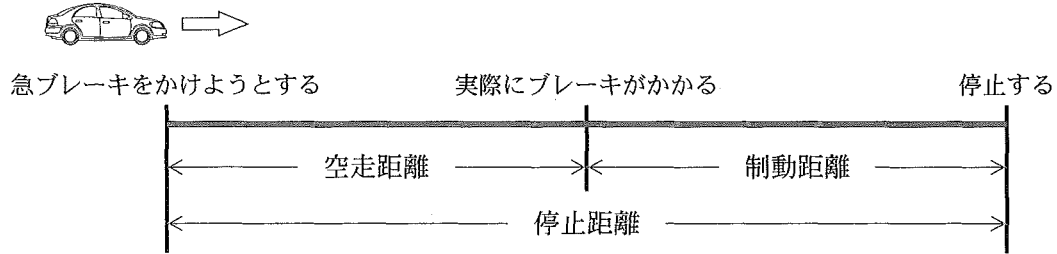
	I	II
ア	ボール	ボール
イ	ボール	一郎さん
ウ	一郎さん	ボール
エ	一郎さん	一郎さん

問3 次郎さんは、ボールが転がり始めてからしばらくして A 地点を出発し、B 地点に向かって毎秒 4m の速さで斜面を進んだところ、ボールが転がり始めてから 4 秒後に、次郎さんとボールは同じ地点を通過した。次郎さんが B 地点に到着したときの、次郎さんとボールの距離を求めなさい。

問1		
問2	(1)	每秒 m
問3	(2)	m

【問 14】

ある自動車会社では、車の安全性を高めるために、停止距離に関する実験を行っている。この実験では、停止距離を空走距離と制動距離の和として考える。空走距離とは、運転者が急ブレーキをかけようとしてから実際にブレーキがかかるまでの間に、車が走行する距離である。制動距離とは、実際にブレーキがかかってから停止するまでの間に、車が走行する距離である。



いま、この会社の A さんがある車を運転して、会社のテストコースで実験を行っている。このとき、急ブレーキをかけようとしてから実際にブレーキがかかるまでの時間は常に 0.8 秒であり、その間、車は一定の速さのまま走行する。また、秒速 x m で走行したときの制動距離は ax^2 m で表されることがわかっており、秒速 25 m で走行したときの制動距離は 50 m であった。次の問1～問4に答えなさい。

(岐阜県 2011 年度)

問1 秒速 25 m で走行したときの停止距離を求めなさい。

問2 秒速 x m で走行するとき、

- (1) 空走距離を x の 1 次式で表しなさい。
- (2) 制動距離は ax^2 m で表される。この式の a の値を求めなさい。

問3 停止距離が 48 m になったとき、急ブレーキをかけようとしたのは、秒速何 m で走行していたときかを求めなさい。

問4 問3で求めた速さの半分の速さで走行するとき、

- (1) 制動距離は、問3の制動距離の何倍になるかを求めなさい。
- (2) 停止距離は、問3の停止距離の何倍になるかを求めなさい。

問1	m	
問2	(1)	m
	(2)	$a=$
問3	秒速	
問4	(1)	倍
	(2)	倍

【問 15】

図1のように、東西にのびるまっすぐな道路上に地点 A と地点 B があり、地点 A、B 間の距離は 240 m である。一定の速さで東から西へ進むバスが地点 B を通過したのと同時に、地点 A に止まっていた乗用車が東へ向けて出発した。バスは、地点 B を通過してから 20 秒後に乗用車とすれちがい、その 10 秒後に地点 A を通過した。乗用車が地点 A を出発してからの時間を x 秒、バスと乗用車それぞれの、地点 A からの距離を y m とする。

図2は、バスについて、地点 B から地点 A までの進行のようすを表したものである。乗用車について、 $0 \leq x \leq 40$ の範囲では、 x と y との関係は $y = ax^2$ で表されるといふ。次の問1、問2に答えなさい。ただし、各自動車の大きさは考えないものとする。

(岐阜県 2011 年度)

問1 (1) a の値を求めなさい。

図1

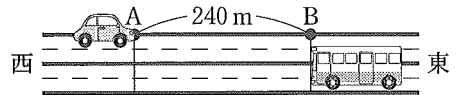
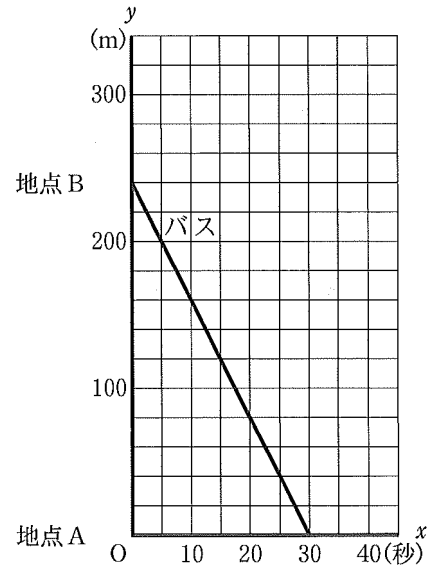


図2



(2) 乗用車について、 x と y との関係を表すグラフをかきなさい。

$(0 \leq x \leq 40)$

問2 秒速 8 m のトラックが、この道路上を西から東へ向けて進んでいた。

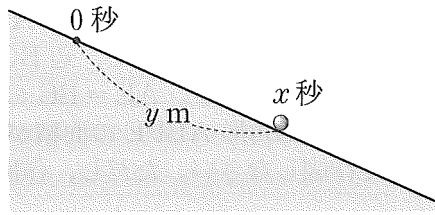
(1) トラックが地点 A を通過したのが、乗用車が地点 A を出発したのと同時であったとする。トラックがバスとすれちがったのは、トラックが地点 A を通過してから何秒後であったかを求めなさい。

(2) トラックが地点 A を通過したのが、乗用車が地点 A を出発した後であったとする。乗用車が地点 A を出発してから 40 秒後までの間に、トラックは乗用車を追い越したが、追い越してから 20 秒後に乗用車に追いつかれた。トラックが地点 A を通過したのは、乗用車が地点 A を出発してから何秒後であったかを求めなさい。

問1	(1)	
	(2)	
問2	(1)	秒後
	(2)	秒後

【問 16】

図のような斜面で、ボールが転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y m とするとき、 x と y の間には、 $y=2x^2$ の関係がある。次の問1、問2に答えなさい。



(山口県 2011 年度)

問1 ボールが転がり始めた位置から転がる距離が 18 m となるのは、転がり始めてから何秒後か。答えなさい。

問2 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問1	秒後
問2	