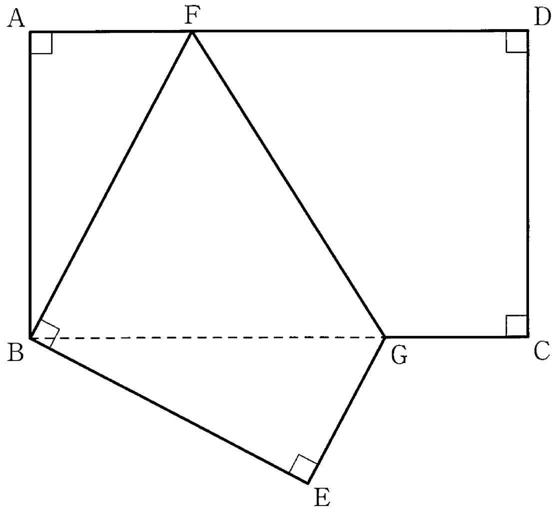
3－5. 平面図形　合同の証明 複合問題ほか　2008年度出題

【問1】

縦と横の長さが異なる長方形の紙ABCDを，頂点Dが頂点Bと重なるように折った。頂点Cが移った点をE，折り目の線分をFGとする。下の図は，折る前の図形と折った後の図形を表したものである。次の問1～問4に答えなさい。

（青森県　2008年度）



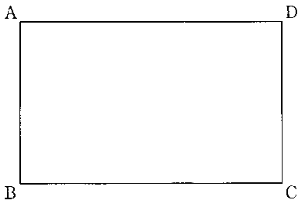
問1．上の図で，四角形ABCDがどのような長方形であっても，線分BGと長さが等しくなる線分を2つ書きなさい。

問2．線分FGを作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。

問3．△ABFと△EBGが合同になることを証明しなさい。

問4．AB＝$2\sqrt{10}$ cm，AD＝10 cm　であるとき，FGの長さを求めなさい。

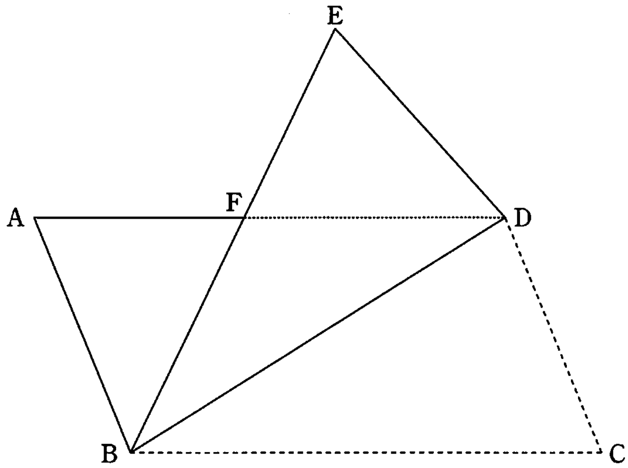
解答欄

問1	
問2	
問3	証明
問4	cm

【問2】

図のように，AB＜ADである平行四辺形ABCDを，対角線BDを折り目として折り返します。折り返したあとの頂点Cの位置をEとし，ADとBEの交点をFとします。このとき，△ABF≡△EDFであることを証明しなさい。

（岩手県　2008年度）



解答欄

証明

【問3】

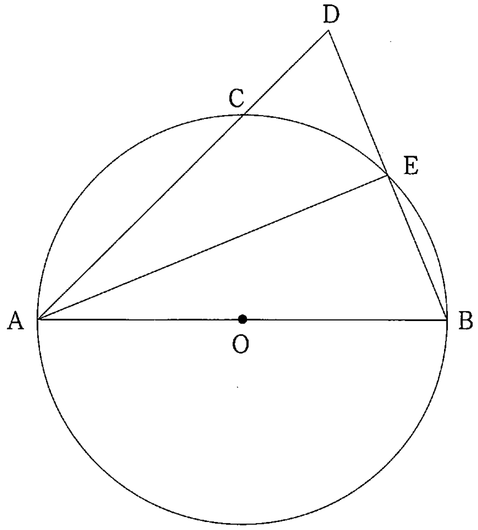
図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，点Cを$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$となるようにとります。また，線分ACをCの方へ延長し，その上に点DをAB＝ADとなるようにとります。さらに，線分BDと円Oとの交点のうち，B以外の点をEとし，点Aと点Eを結びます。あとの問1～問3に答えなさい。

（宮城県　2008年度）

問1．∠DABの大きさを求めなさい。

問2．△ABE≡△ADEであることを証明しなさい。

問3．円Oの半径を2　cmとし，点Bと点C，点Cと点Eをそれぞれ結びます。△BCEの面積を求めなさい。



解答欄

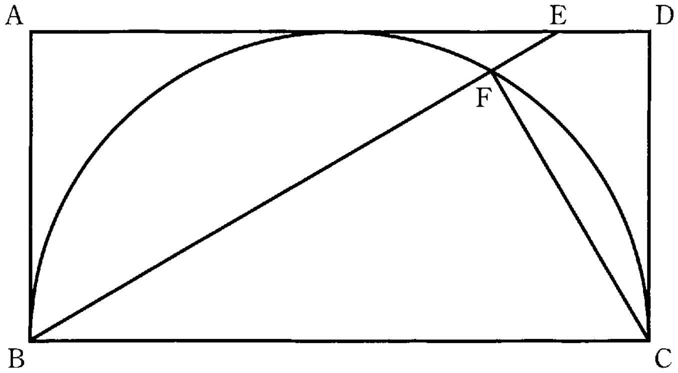
問1	度
問2	証明
問3	cm²

【問4】

　図のようにAD＝2ABである長方形ABCDと，その辺BCを直径とした辺ADに接する半円がある。辺AD上に点Eを

BC＝BEとなるようにとり，線分BEと$\overset{\frown}{BC}$との交点をFとする。このとき，△ABE≡△FCBであることを証明しなさい。

（茨城県　2008年度）



解答欄

証明

【問5】

図1で，△ABCは正三角形である。点Pは辺BC上にある点で，頂点B，頂点Cのいずれにも一致しない。点Qは辺AC上にある点で，頂点A，頂点Cのいずれにも一致しない。頂点Aと点Pを結んだ線分と，頂点Bと点Qを結んだ線分との交点をRとする。次の各問に答えよ。

（東京都　2008年度）

問1．図1において，$\angle CBQ = 40°$，$\angle BAP = a°$ とするとき，鋭角である$\angle ARQ$の大きさをaを用いた式で表せ。

問2．右の図2は，図1において，CP＝AQの場合を表している。次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　△APC≡△BQAであることを証明せよ。

(2)　AB＝8 cm，BP＝5 cmのとき，線分ARの長さは何cmか。

図1

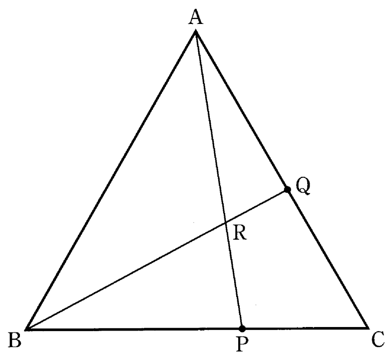
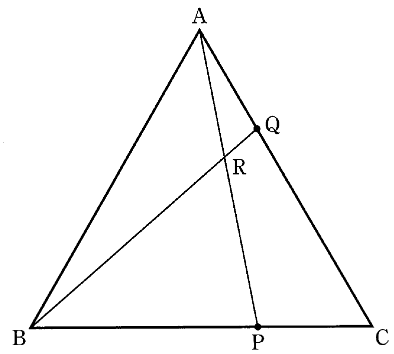


図2



解答欄

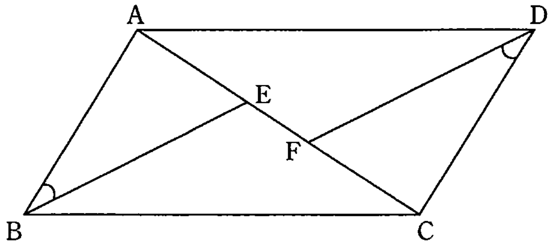
問1		度
問2	(1)	証明 △APCと△BQAにおいて， △APC≡△BQA
	(2)	cm

【問6】

図のように，平行四辺形ABCDの対角線AC上に∠ABE＝∠CDFとなるように，点E，Fをとる。このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2008年度）

(1) △ABE≡△CDFを証明しなさい。ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。



(2) AB＝4 cm，AC＝6 cm，∠ABE＝∠ACBのとき，ECの長さを求めなさい。

解答欄

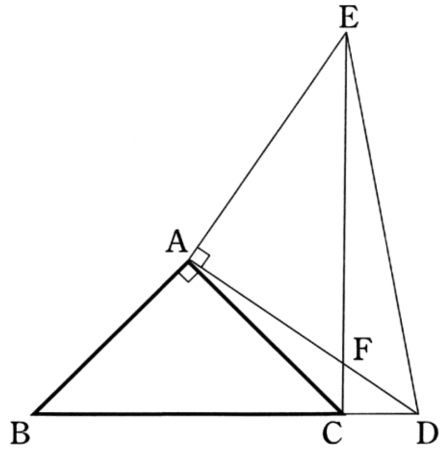
(1)	△ABEと△CDFにおいて
(2)	cm

【問7】

図のように，AB＝ACの直角二等辺三角形ABCの辺BCの延長上に点Dをとり，AD＝AEの直角二等辺三角形ADEをつくる。辺ADとECとの交点をFとする。次の問1，問2に答えなさい。

（岐阜県 2008年度）

問1．△ABD≡△ACEであることを証明しなさい。



問2．辺BCの中点をMとし，AとMを結ぶ。BC＝4 cm，CD＝1 cmのとき，AMとEFの長さを，それぞれ求めなさい。

解答欄

問1	証明
問2	AMの長さ　　cm，　EFの長さ　　cm

【問8】

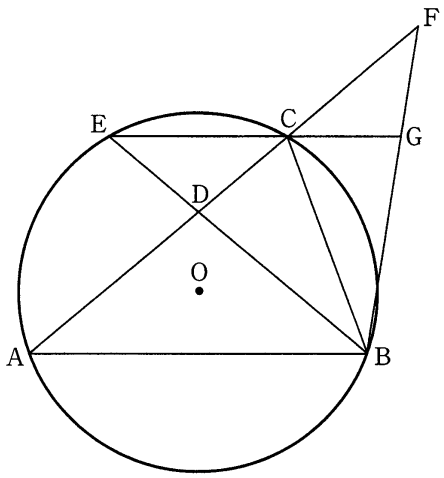
図8において，3点A，B，Cは円Oの円周上の点であり，AB＝ACである。また，点Dは，∠DAB＝∠DBAであるAC上の点である。BDの延長と円Oとの交点をEとし，ACの延長上に∠CBE＝∠CBFとなる点Fをとる。ECの延長とBFとの交点をGとする。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（静岡県 2008年度）

問1．△CBE≡△CBFであることを証明しなさい。

問2．CF＝3 cm，FB＝5 cmのとき，DCの長さを求めなさい。

図８



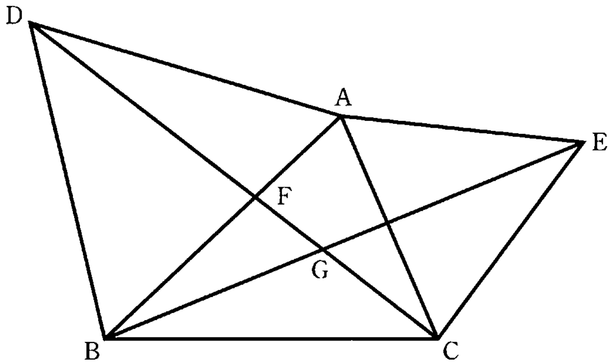
解答欄

問1	証明
問2	cm

【問9】

図のように，三角形ABCがあり，辺AB，ACをそれぞれ1辺とする2つの正三角形ABD，ACEをつくる。線分DCと線分AB，EBとの交点をそれぞれF，Gとする。このとき，あとの各問いに答えなさい。

（三重県 2008年度）



問1．△ABE≡△ADCであることの証明を，次の $\boxed{(ア)}$ ～ $\boxed{(ウ)}$ のそれぞれにあてはまる適切なことがらを書き入れて完成しなさい。

証明
△ABEと△ADCにおいて，
仮定より，△ABDと△ACEはともに正三角形だから，
AB＝AD①
$\boxed{\quad(ア)\quad}$ …②
また，∠BAE＝ $\boxed{(イ)}$ ＋60°
∠DAC＝60°＋ $\boxed{(イ)}$
であるから，
∠BAE＝∠DAC …③
①，②，③より，$\boxed{\quad(ウ)\quad}$ がそれぞれ等しいので，
△ABE≡△ADC

問2．∠BGF＝60° であることを証明しなさい。

問3．点Dから線分ABに垂線DMをひく。AF＝3 cm，BF＝5 cmのとき，次の各問いに答えなさい。

(1) DMの長さを求めなさい。なお，答えに $\sqrt{\ }$ がふくまれるときは，$\sqrt{\ }$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

(2) BGの長さを求めなさい。

解答欄

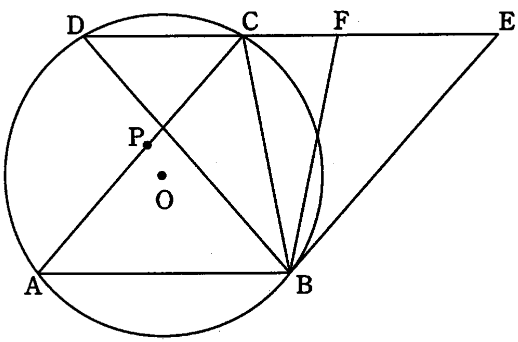
問1	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
問2	証明	
問3	(1)	DM＝　　　　cm
	(2)	BG＝　　　　cm

【問10】

図で，円Oは半径7 cmの円である。4点A，B，C，Dは円Oの周上にあり，AB // DC，AB＝11 cm，CD＝7cmである。点Bを通り線分ACに平行な直線と，線分DCの延長との交点をEとする。また，線分CE上に，DC＝FEとなる点Fをとる。点Pを，線分AC上を動く点とする。各問いに答えよ。

（奈良県 2008年度）

問1．△BCD≡△BFEであることを証明せよ。



問2．∠APB＝90° となるとき線分BPと線分BCの長さの比を求めよ。

問3．線分APと線分PCの長さの比が3：1となるとき，線分DPの延長と線分BCとの交点をGとする。△CDGの面積を求めよ。

解答欄

問1	証明
問2	BP:BC＝　　　　:
問3	cm^2

【問11】

問1. 図1のような長方形ABCDがある。この長方形を，図2のように，頂点Bが頂点Dに重なるように折ったときにできる折り目をPQとする。次の(1)～(3)に答えなさい。

（島根県　2008年度）

(1) 折り目PQを定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

(2) ∠QPD＝a°とするとき，∠PDQの大きさはいくらか。次のア～エから1つ選んで記号で答えなさい。

ア　a°
イ　$2a^\circ$
ウ　$90^\circ-a^\circ$
エ　$180^\circ-2a^\circ$

(3) △PQDが正三角形になるとき，もとの長方形ABCDで，辺ABと辺BCの長さの比は1:$\square$である。$\square$の中にあてはまる数を答えなさい。

図１

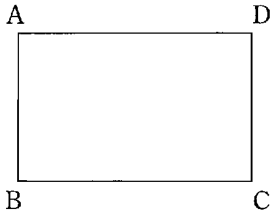
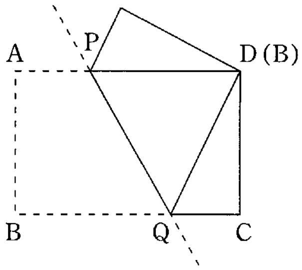


図２



問2. 図3のように，正三角形ABCと，3つの頂点を通る円Oがある。点Aを含まない$\overset{\frown}{BC}$上に点Pをとる。次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) ∠APBの大きさを求めなさい。

(2) 図4のように，線分AP上に∠PBQ＝60°となるように点Qをとる。△ABQ≡△CBPであることを証明しなさい。

(3) AP＝BP＋CPであることを次のように証明したい。$\square$の中に証明の続きを書き，証明を完成させなさい。

図３

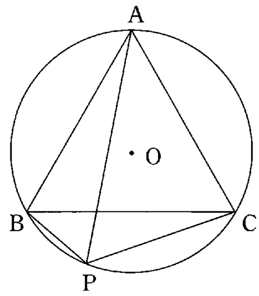
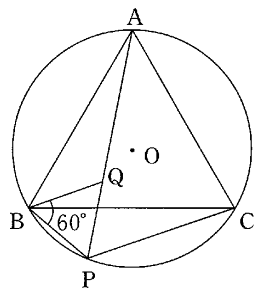


図４

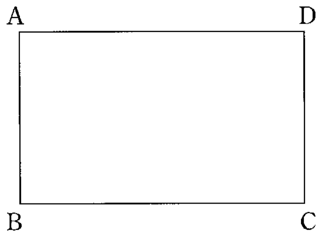


(証明)
図4において，△ABQ≡△CBPよりAQ＝CP　…①

$\square$

したがって，AP＝BP＋CPである。

解答欄

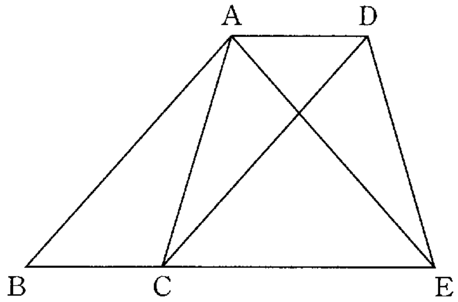
問1	(1)	作図 
	(2)	
	(3)	
問2	(1)	°
	(2)	証明
	(3)	

【問12】

図のように，平行四辺形ABCDの辺BCの延長上に，AB＝AEとなる点Eをとる。次の問1，問2に答えなさい。

（山口県 2008年度）

問1. △ABC≡△EADであることを証明しなさい。



問2. AB＝9 cm，BC＝4 cm，AC＝7 cmのとき，△ACEの面積を求めなさい。

解答欄

問1	証明
問2	cm^2

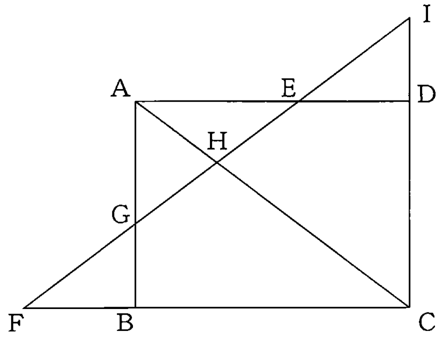
【問13】

図のように長方形ABCDがある。辺AD上に，2点A，Dと異なる点Eをとり，辺CBの延長上に，DE＝BFとなる点Fをとる。また，点Aと点Cを結ぶ。2点F，Eを通る直線と辺AB，線分AC，辺CDの延長との交点をそれぞれG，H，Iとする。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（香川県　2008年度）

問1．△GFB≡△IEDであることを証明せよ。

問2．HA＝HGであることを証明せよ。



解答欄

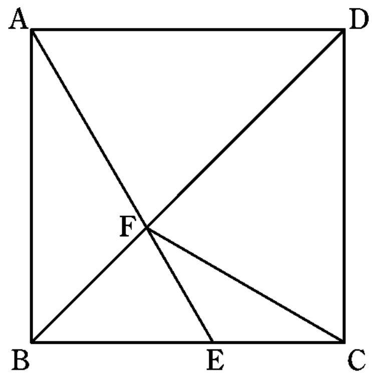
問1	証明
問2	証明

【問14】

図のように，正方形ABCDがある。この正方形の辺BC上に点Eをとり，対角線BDと線分AEとの交点をFとし，点Cと点Fを結ぶ。このとき，次の問1・問2に答えなさい。

（高知県 2008年度）

問1．△ADF≡△CDFを証明せよ。



問2．BE:EC＝4:3のとき，CF:EFを最も簡単な整数の比で表せ。

解答欄

問1	証明 △ADFと△CDFにおいて したがって△ADF≡△CDF
問2	CF:EF＝

【問15】

図1のように，長方形ABCDがあり，AB＝4 cm，BC＝2 cmである。辺CD上を動く点Eをとるとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2008年度）

図1

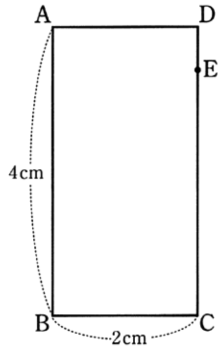
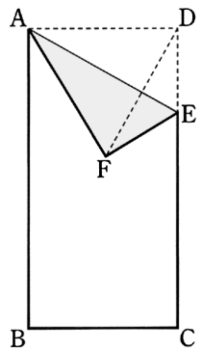


図2



問1．図2のように，図1の長方形ABCDを線分AEを折り目として折り返したとき，点Dが移った点をFとする。三角形AFDが正三角形となるように点Eの位置を定めたとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1) ∠DEFの大きさは何度か。

(2) 正三角形AFDの面積は何cm^2か。

問2．図3，図4のように，図1の長方形ABCDから三角形AEDを切り取って四角形ABCEをつくり，その内部に点Oをとる。ただし，点Oから3辺AB，CE，EAまでの距離は等しいものとする。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

図3

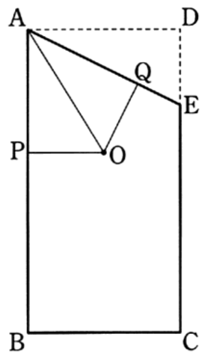
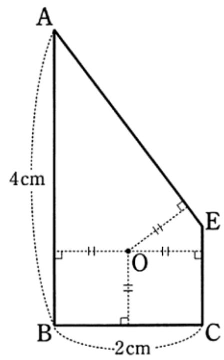


図4

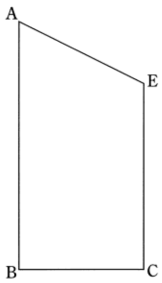


(1) 図3において，点Oから2辺AB，EAにひいた垂線と2辺AB，EAとの交点をそれぞれP，Qとする。このとき，△OAP≡△OAQであることを証明せよ。

(2) 図3の四角形ABCEにおける点Oを定規とコンパスを用いて解答用紙の図に作図し，その位置を点・で示せ。ただし，定規は直線や線分をひくときのみに使い，長さを測ったり角度を利用したりしてはならない。また，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。なお，解答用紙の図は，図3の四角形ABCEを拡大したものである。

(3) 図4のように，点Oから4辺AB，BC，CE，EAまでの距離がすべて等しいとき，辺CEの長さは何cmか。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>°</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>作図

</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm</td></tr>
</table>

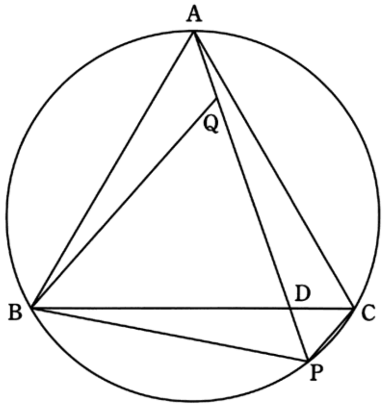
【問16】

図のように，円周上の3点A，B，Cを頂点とする正三角形ABCがある。点Aを含まない$\overset{\frown}{BC}$上に点Pをとり，線分APとBCの交点をDとする。また，∠BPQ＝∠BQPとなるように線分AP上に点Qをとる。次の問1，問2に答えなさい。

（大分県　2008年度）

問1．△ABQ≡△CBPであることを証明しなさい。

問2．AB＝10 cm，BD＝8 cmのとき，△CBPの周の長さを求めなさい。



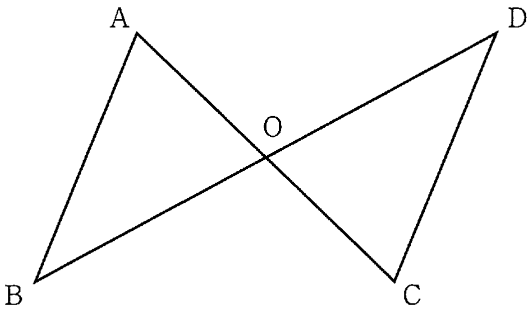
解答欄

問1	証明
問2	cm

【問17】

図は，線分ACと線分BDの交点をOとして，AB＝DC ，AB∥DCとなるようにかいたものである。このとき，△OAB≡△OCDであることを証明しなさい。

（沖縄県　2008年度）



解答欄

証明
△OABと△OCDにおいて

よって，△OAB≡△OCD