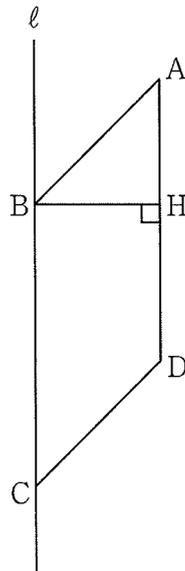


5-2. 空間図形の求積(長さ・面積・体積・角度ほか) 【2010年度実施】

【問1】

図のように、平行四辺形 $ABCD$ があり、直線 l 上に辺 BC があります。頂点 B から辺 AD に垂線をひき、辺 AD との交点を H とします。 $AD=10$ cm, $BH=4$ cm のとき、平行四辺形 $ABCD$ を、直線 l を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

(北海道 2010 年度)



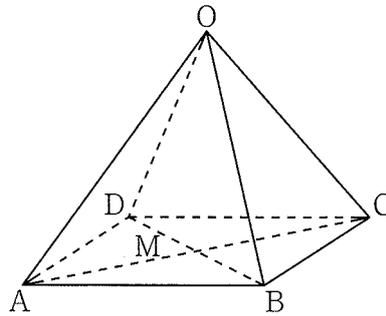
解答欄

cm^3

【問2】

図のように、1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD を底面とする正四角錐があります。OA=6 cm とし、線分 AC と BD の交点を M とします。点 M から辺 OC に垂線をひき、辺 OC との交点を P とします。線分 MP の長さを求めなさい。

(北海道 2010 年度)



解答欄

[計 算]

答

cm

【問3】

図1のように、1辺の長さが4 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ が平面 P の上にあります。辺 CD の中点を M とします。この立方体に、次の **1** , **2** の操作を順に行います。図2は、**1** の操作を行った後の立方体です。このとき、次の(1), (2)に答えなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

(北海道 2010 年度)

- 1** 辺 EF を軸として、2点 A, B が平面 P 上の点となるように 90° まわす。
- 2** **1** によって動いた図2の立方体の辺 AE を軸として、2点 D, H が平面 P 上の点となるように 90° まわす。

図1

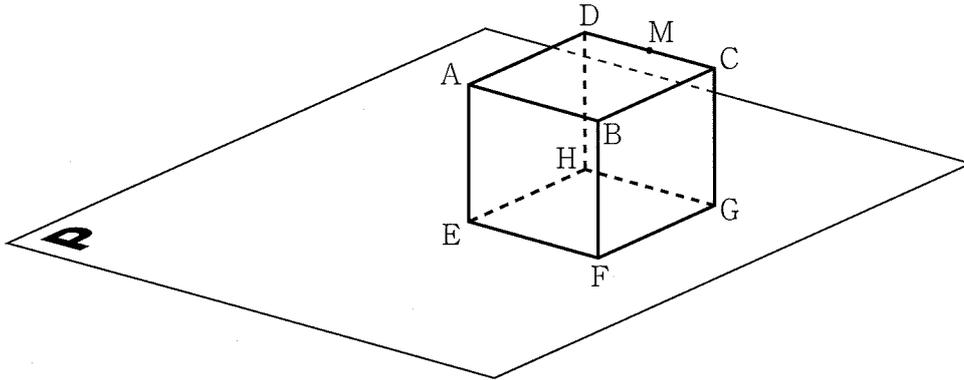
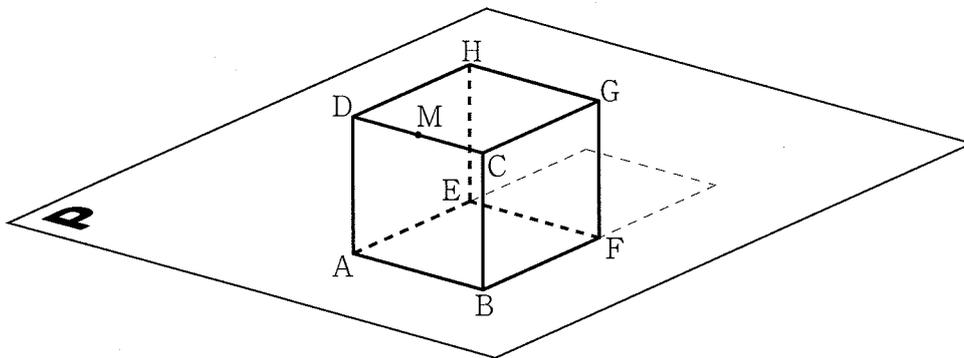


図2



- (1) **1** , **2** のそれぞれの操作によって、点 G が動いてできた弧の長さの和を求めなさい。
- (2) **1** , **2** のそれぞれの操作によって、線分 DM が動いてできた図形の面積の和を求めなさい。

解答欄

(1)		cm
(2)		cm^2

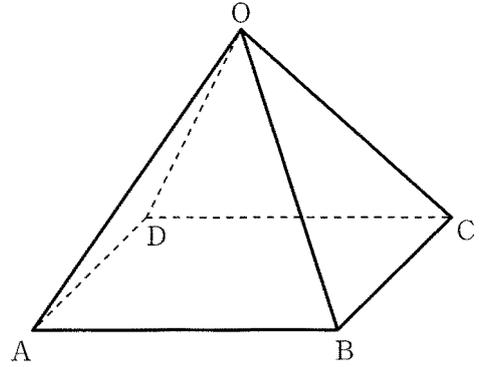
【問4】

図の正四角すいは $OA=5\text{ cm}$, $AB=3\sqrt{2}\text{ cm}$ である。次の(1), (2)に答えなさい。

(青森県 前期 2010 年度)

(1) 対角線 AC の長さを求めなさい。

(2) 点 C と直線 OA の距離を求めなさい。



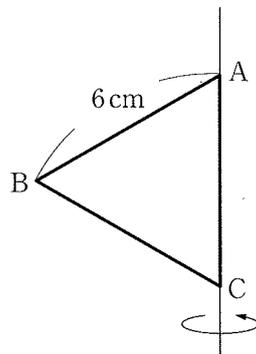
解答欄

(1)	cm
(2)	cm

【問5】

図の正三角形 ABC を、直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(青森県 後期 2010 年度)



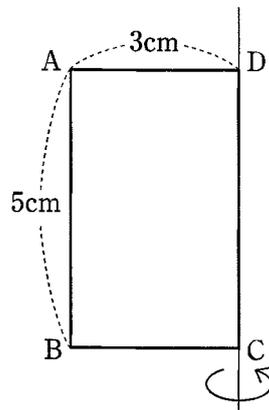
解答欄

cm ³

【問6】

図の長方形 ABCD を、辺 CD を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(岩手県 2010 年度)



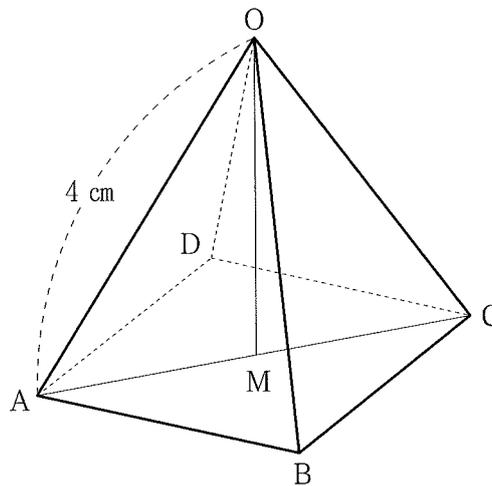
解答欄

cm^3

【問7】

図のように、正四角錐 O-ABCD において、線分 AC の中点 M と頂点 O を結ぶ線分をひきます。△OAC が 1 辺 4 cm の正三角形であるとき、線分 OM の長さとその正四角錐の体積を求めなさい。

(宮城県 2010 年度)



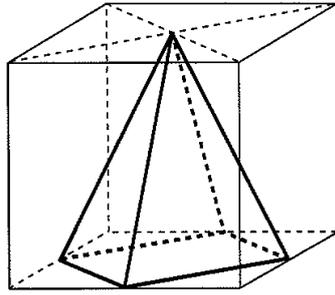
解答欄

線分 OM の長さ	cm
正四角錐の体積	cm^3

【問8】

図のように、立方体の 1 つの面の各辺の midpoint と、その面に平行な面の対角線の交点を頂点とする正四角錐がある。立方体の 1 辺が 6 cm のとき、この正四角錐の体積を求めなさい。

(秋田県 2010 年度)



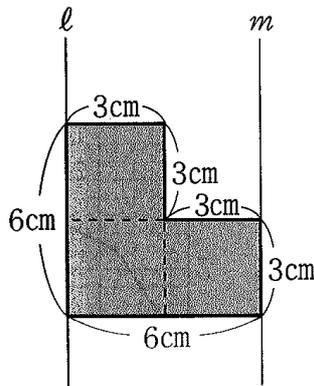
解答欄

cm^3

【問9】

図のように、1 辺が 3 cm の正方形を 3 つ組み合わせた図形がある。この図形を、直線 l を軸として 1 回転してできる立体を P、直線 m を軸として 1 回転してできる立体を Q とする。P と Q では、表面積はどちらがどれだけ大きいのか、求めなさい。

(秋田県 2010 年度)



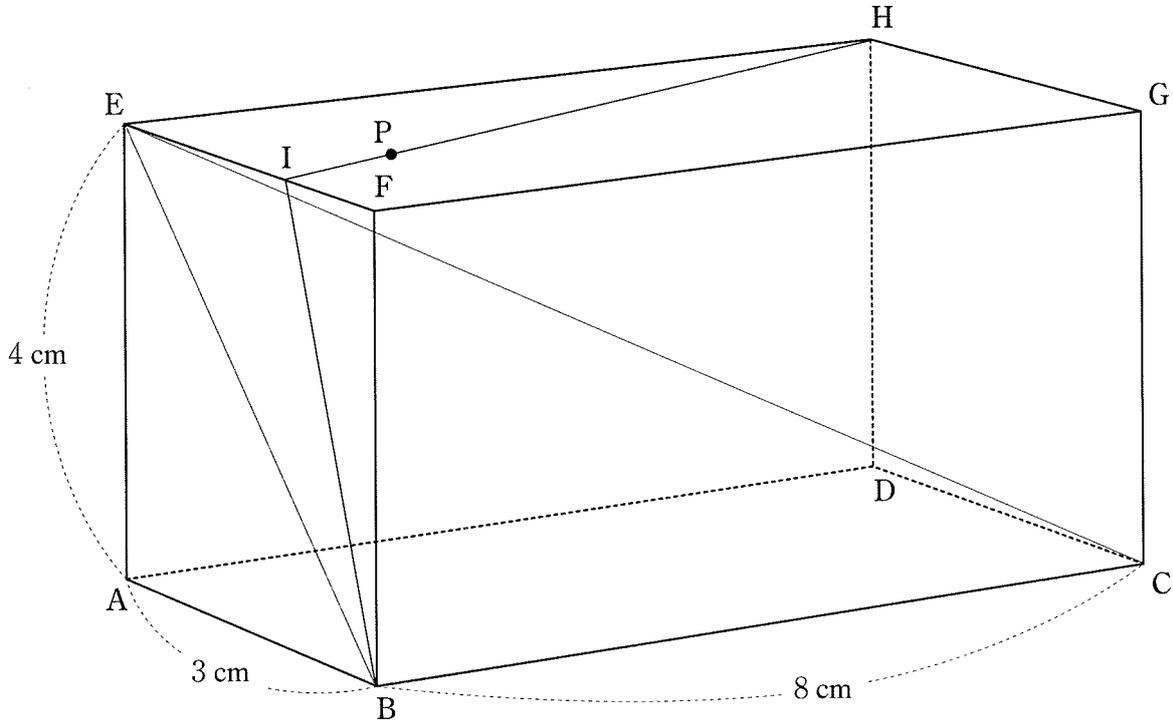
解答欄

が cm^2 大きい

【問 10】

図のような、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ を底面とし、高さが 4 cm の直方体がある。辺 EF 上に、線分 BI と線分 IH の長さの和が最も小さくなるように点 I をとる。また、線分 IH 上に $IP:PH=1:7$ となる点 P をとる。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(福島県 2010 年度)



問1 $\triangle BCE$ の面積を求めなさい。

問2 F から線分 BE にひいた垂線と BE との交点を J とするとき、線分 FJ の長さを求めなさい。

問3 4 点 P, B, C, E を結んでできる三角すいの体積を求めなさい。

解答欄

問1	cm^2
問2	cm
問3	cm^3

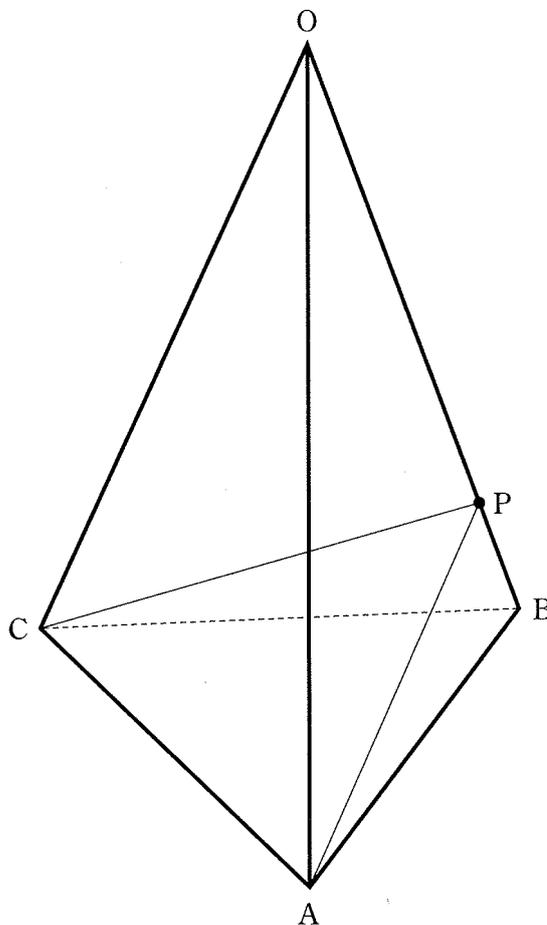
【問 11】

図のように、1 辺が 4 cm の正三角形 ABC を底面とし、 $OA=OB=OC=8$ cm とする正三角すい OABC がある。
辺 OB 上に点 P をとる。このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(茨城県 2010 年度)

問1 $\triangle OAC$ の面積を求めなさい。

問2 $AP+PC$ の長さを最も短くしたとき、4 点 P, A, B, C を頂点とする立体の体積を求めなさい。



解答欄

問1	cm ²
問2	cm ³

【問 12】

円周率を π とする。底面の半径が 3 cm, 体積が $63\pi \text{ cm}^3$ の円柱の高さを求めなさい。

(栃木県 2010 年度)

解答欄

cm

【問 13】

図1のような, 直径 12 cm の半円の形の紙があります。この紙を, 重ならないように折り曲げて図2のような底面のない円錐をつくります。別の紙で, この円錐の底面をつくります。この底面の面積を求めなさい。ただし, 円周率は π とします。

(埼玉県 前期 2010 年度)

図1

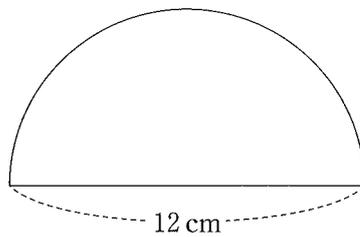
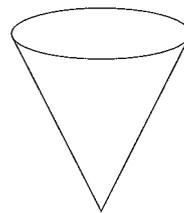


図2



解答欄

cm^2

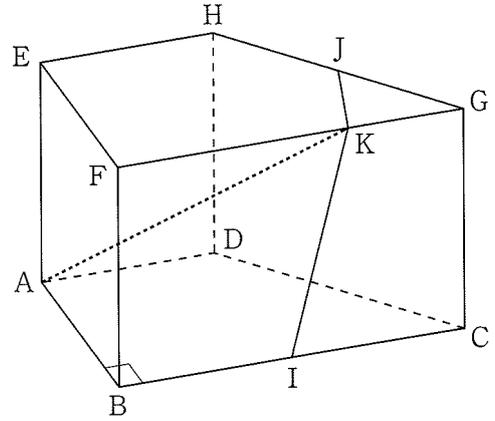
【問 14】

図は、 $AD \parallel BC$, $AD=3 \text{ cm}$, $BC=6 \text{ cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ の台形 $ABCD$ を底面とし、 $AE=BF=CG=DH=4 \text{ cm}$ を高さとする四角柱であり、四角形 $ABFE$ は正方形である。また、2 点 I, J はそれぞれ辺 BC , 辺 GH の中点である。このとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2010 年度)

問1 この四角柱の表面積を求めなさい。

問2 この四角柱の表面上に、点 I から辺 FG に交わるように点 J まで線を引く。このような線のうち、長さが最も短くなるように引いた線が、辺 FG に交わっている点を K とするとき、2 点 A, K 間の距離を求めなさい。



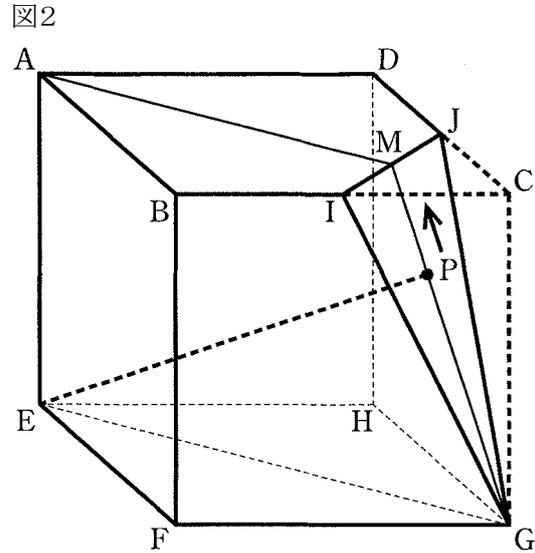
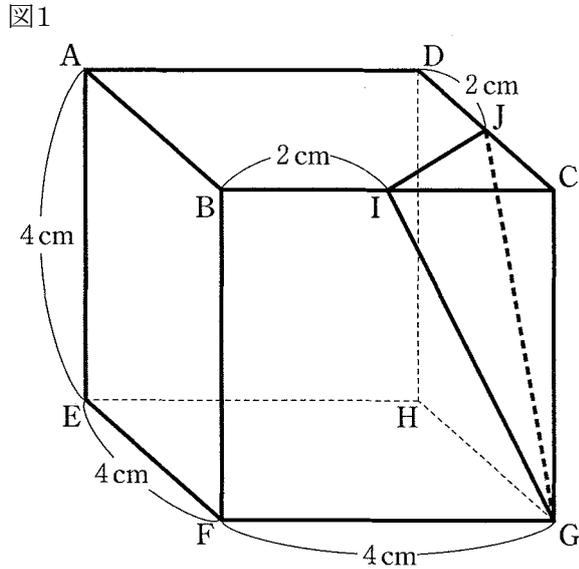
解答欄

問1	cm^2
問2	cm

【問 15】

図1のように、1辺の長さが4 cm の立方体があり、辺 BC, CD の中点をそれぞれ I, J とする。図2は図1の立方体から4点 C, I, J, G を結んでできる三角すいを切り取ってできた立体であり、辺 IJ の中点を M とする。また、点 P は、線分 GM 上を、点 G から点 M まで移動する点である。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(新潟県 2010 年度)



問1 図1の三角すい CIJG の体積を求めなさい。

問2 図2の線分 EG, 線分 AM の長さを、それぞれ求めなさい。

問3 図2の線分 EP の長さが最も小さくなるとき、その長さを求めなさい。

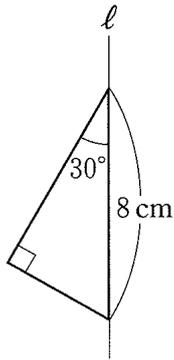
解答欄

問1	<p>[求め方]</p> <p style="text-align: right;">答 _____ cm^3</p>
問2	<p>[求め方]</p> <p style="text-align: right;">答 EG = _____ cm, AM = _____ cm</p>
問3	<p>[求め方]</p> <p style="text-align: right;">答 EP = _____ cm</p>

【問 16】

図の直角三角形を直線 l のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(福井県 2010 年度)



解答欄

cm^3

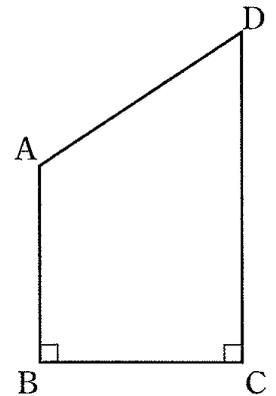
【問 17】

図は、 $AB \parallel DC$ の台形で、 $AB=3 \text{ cm}$ 、 $DC=5 \text{ cm}$ 、 $AD=4 \text{ cm}$ 、 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ である。

(長野県 2010 年度)

(1) 辺 BC の長さを求めなさい。

(2) 直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体をア、直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体をイとする。このとき、アとイの体積についてまとめた次の文の、**I** にはアとイのいずれかの記号を、**II** には当てはまる値を書きなさい。ただし、円周率は π とする。



アとイの体積を比べると、 I の方が II cm^3 大きい。	
--	--

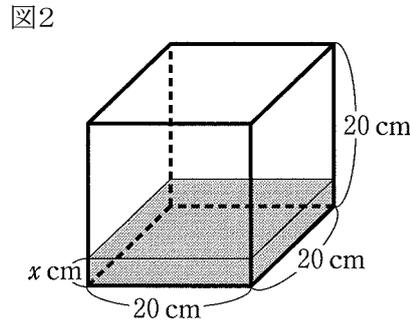
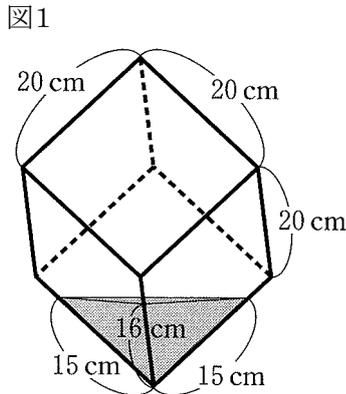
解答欄

(1)		cm
(2)	I	
	II	cm^3

【問 18】

1 辺の長さが 20 cm の立方体状の容器に水を入れた。この容器を傾けたところ、図1のようになった。次に、この容器を水平に戻したところ、図2のようになった。x の値を求めなさい。

(岐阜県 2010 年度)



解答欄

【問 19】

図1のように、高さがともに 24 cm である円すい形の容器 A と、正四角柱の鉄のおもり B がある。容器 A を底面が水平になるようにして水で満たし、その中に鉄のおもり B を底面を水平にして静かに沈めたところ、図2のようにおもり B はその高さの $\frac{1}{2}$ まで沈んだところで容器 A に 4 点で触れて静止した。あふれ出た水の体積が 600 cm^3 であったとき、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。ただし、容器 A の厚さは考えないものとする。円周率は π とする。また、答えは根号をつけたままでよい。

(愛知県 A 2010 年度)

(1) おもり B の底面の正方形の 1 辺の長さは何 cm 図1
か、求めなさい。

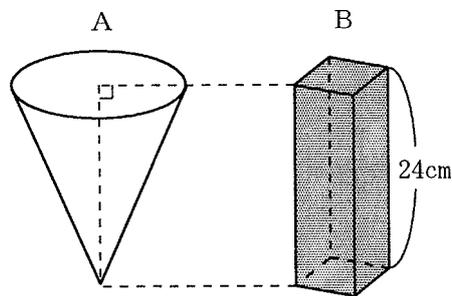
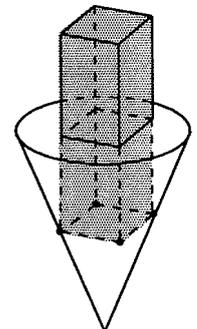


図2



(2) 容器 A の側面積は何 cm^2 か、求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2

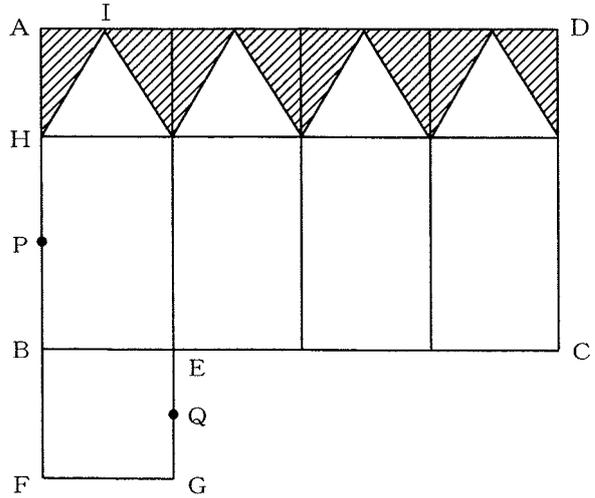
【問 20】

図で、四角形 ABCD は長方形、E は辺 BC 上の点で、 $BE = \frac{1}{4}BC$ 、四角形 BFG E は正方形である。

また H, I はそれぞれ辺 AB, AD 上の点で、 $AH = \frac{1}{3}AB$ 、 $AI = \frac{1}{8}AD$ である。この図から $\triangle AHI$ と合同な 8 つの三角形 (図の  部分) を切り取って、底面が正方形で、底面に隣り合う面が 4 つの長方形、残りの面が 4 つの二等辺三角形である九面体の展開図をつくる。AB=15 cm, BC=24 cm のとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。答えは根号をつけたままでよい。

(愛知県 B 2010 年度)

(1) 線分 HB, EG の中点をそれぞれ P, Q とする。この展開図を組み立てて九面体をつくったとき、線分 PQ の長さは何 cm か、求めなさい。



(2) この展開図を組み立ててできる九面体の体積は何 cm^3 か、求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

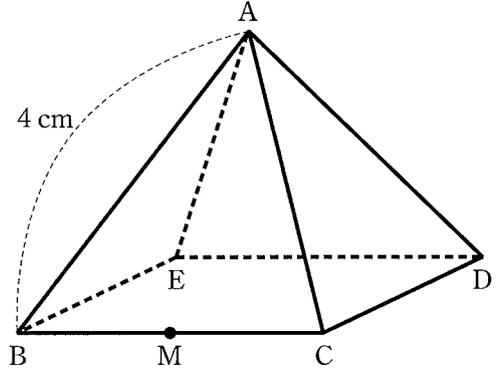
【問 21】

図1のように、各辺の長さがすべて 4 cm の正四角すい ABCDE があり、辺 BC の中点を M とする。このとき、次の各問いに答えなさい。なお、各問いにおいて、答えに $\sqrt{\quad}$ がふくまれるときは、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

(三重県 2010 年度)

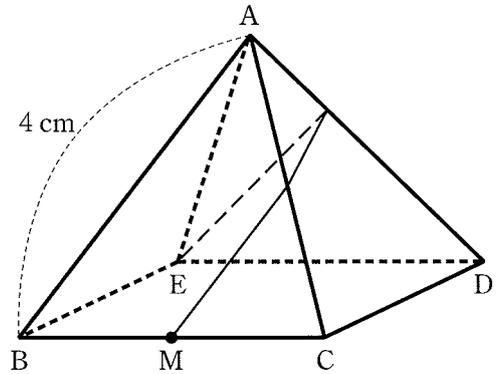
(1) 底面 BCDE の対角線 BD の長さを求めなさい。

図1



(2) この正四角すい ABCDE の体積を求めなさい。

図2



(3) 図2のように、この正四角すい ABCDE の側面に、点 M から頂点 E まで、辺 AC, 辺 AD に交わるようにひもをかける。かけたひもの長さをもっとも短くなるときのひもの長さを求めなさい。

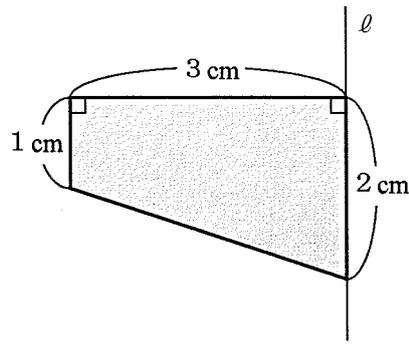
解答欄

(1)	BD =	cm
(2)		cm ³
(3)		cm

【問 22】

図のような四角形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(滋賀県 2010 年度)



解答欄

cm ³

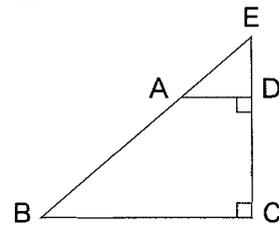
【問 23】

図1のように、 $AB=8\text{ cm}$, $BC=9\text{ cm}$, $DA=3\text{ cm}$, $\angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$ である台形 $ABCD$ があり、線分 BA を延長した直線と線分 CD を延長した直線との交点を E とする。このとき、次の問1・問2に答えよ。ただし、円周率は π とする。

(京都府 2010 年度)

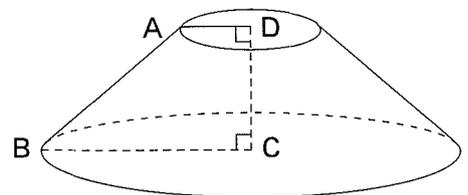
問1 線分 CD の長さを求めよ。また、線分 DE の長さを求めよ。

図1



問2 図1の台形 $ABCD$ を線分 CD を軸として 1 回転させてできる立体は、右の図2のようになる。この立体の体積を求めよ。

図2



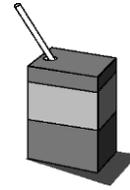
解答欄

問1	CD = cm	DE = cm	
問2	cm ³		

【問 24】

写真のような紙パック飲料をモデルにした問題である。図1～図3において、立体 $ABCD-EFGH$ は直方体であり、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ 、 $AE=6\text{ cm}$ である。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は、その形のままでよい。

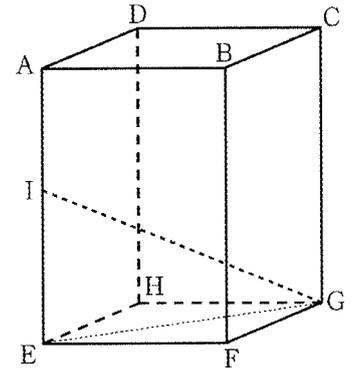
(大阪府 後期 2010 年度)



問1 図1において、 I は、辺 AE 上にあつて A 、 E と異なる点である。 E と G 、 I と G とをそれぞれ結ぶ。 $IG=6\text{ cm}$ である。

- (1) 線分 EG の長さを求めなさい。
- (2) E と直線 IG との距離を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

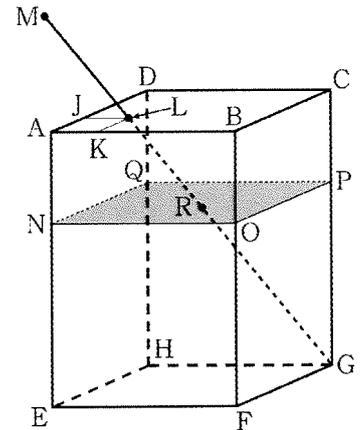
図1



問2 図2、図3において、 J 、 K は、それぞれ辺 AD 、 AB 上の点であり、 $AJ=AK=1\text{ cm}$ である。 L は、 J を通り辺 AB に平行な直線と K を通り辺 AD に平行な直線との交点である。

- (1) 図2において、 M は、直線 LG 上にあつて L について G と反対側にある点であり、 $MG=10\text{ cm}$ である。 N は、辺 AE 上にあつて A 、 E と異なる点である。 O 、 P 、 Q はそれぞれ辺 BF 、 CG 、 DH 上にあつて、 $NE=OF=PG=QH$ となる点である。 $NE=x\text{ cm}$ とし、 $0 < x < 6$ とする。このとき、4点 N 、 O 、 P 、 Q は同じ平面上にあつて、この4点を結んでできる四角形 $NO PQ$ は長方形である。 R は、平面 $NO PQ$ と直線 MG との交点である。

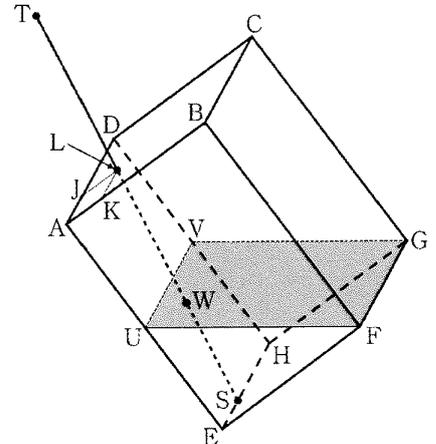
図2



- ① 線分 ML の長さを求めなさい。
- ② 線分 RG の長さを x を用いて表しなさい。

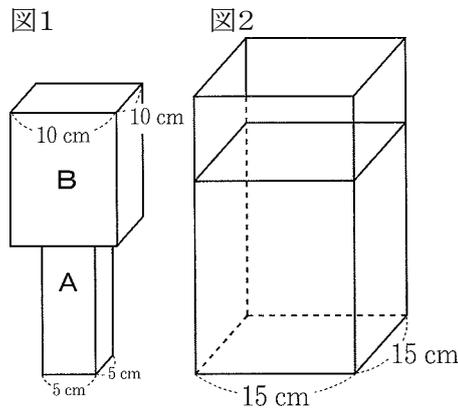
- (2) 図3は、図2中の直方体 $ABCD-EFGH$ を直線 EH を軸として回転させた状態を示している。図3において、 S は、辺 EH 上の点であり、 $ES=1\text{ cm}$ である。 T は、直線 LS 上にあつて L について S と反対側にある点であり、 $TS=10\text{ cm}$ である。 U 、 V は、それぞれ辺 AE 、 DH の中点である。このとき、4点 U 、 F 、 G 、 V は同じ平面上にあつて、この4点を結んでできる四角形 $UFGV$ は長方形である。 W は、平面 $UFGV$ と直線 TS との交点である。線分 WS の長さを求めなさい。

図3



【問 25】

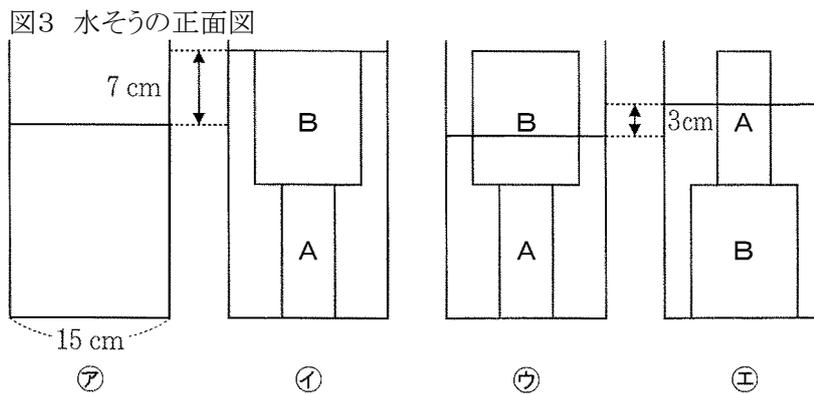
高さが等しい 2 つの直方体 A, B がある。直方体 A の底面は一辺 5 cm の正方形で、直方体 B の底面は一辺 10 cm の正方形である。図1のような直方体 A, B を合わせた立体物を、図2のような底面が一辺 15 cm の正方形である水の入った直方体の水そうに沈め、水面の変化を調べた。



次の問いに答えなさい。ただし、立体物は水に浮くことはなく、水そうの厚さは考えないものとする。また、図3の㉗～㉙は、水そうに立体物を入れたときの様子を正面から見た図である。

(兵庫県 2010 年度)

問1 図3の㉗の水そうに、図3の㉘のように立体物を沈めると、水面が 7 cm 上がり、水の深さと立体物の高さがちょうど同じになった。立体物の体積は何 cm^3 か、求めなさい。



問2 図3の㉘の状態のとき、水の深さは何 cm か、求めなさい。

問3 図3の㉘の状態のとき、誤って水を少しこぼしてしまったため、図3の㉙のようになった。そこで、こぼした水の体積を調べるため、図3の㉙のように立体物をひっくり返して入れなおしたところ、図3の㉘より水面が 3 cm 上がった。こぼした水の体積は何 cm^3 か、求めなさい。

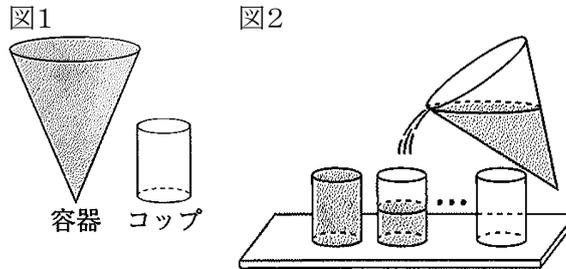
解答欄

問1	cm^3
問2	cm
問3	cm^3

【問 26】

図1のように、水がいっぱいに入った円錐の形をした容器と、円柱の形をした空のコップがある。容器とコップの口の形はそれぞれ円で、容器の口の円の面積はコップの口の円の面積の 6 倍であり、容器の高さはコップの高さの 2 倍である。水平の台にこのコップをいくつか置き、図2のように、容器の水をこぼれないようにコップに移しかえる。1 つのコップがいっぱいになれば、次のコップに水を入れて、すべての水をコップに移す。すべての水を移したとき、水の入ったコップはいくつあるか、求めなさい。ただし、容器とコップの厚さは考えないものとする。

(和歌山県 2010 年度)

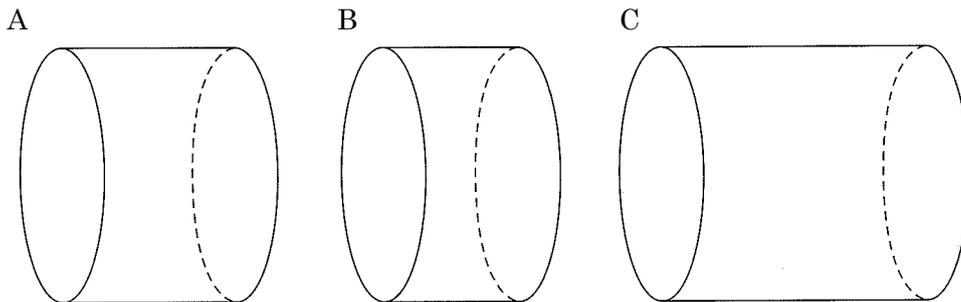


解答欄

個

【問 27】

底面の半径が 3 cm、高さが 13 cm の円柱があります。正しくつくられた大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、大きい方のさいころの出た目の数を x 、小さい方のさいころの出た目の数を y とします。下の図の円柱 A, B, C は、この円柱を、円柱 A の高さが x cm、円柱 C の高さが y cm となるように、3 つの円柱に切り分けたものです。



これについて、次の問いに答えなさい。

(広島県 2010 年度)

問い 円柱 B の高さが 4 cm となるとき、円柱 A と円柱 C の側面積の和は何 cm^2 ですか。ただし、円周率は π とします。

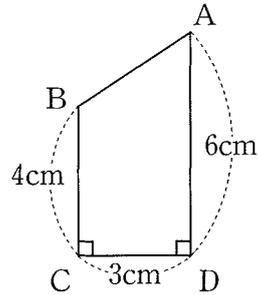
解答欄

cm^2

【問 28】

図のような台形 ABCD がある。辺 AD を軸として、この台形を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(山口県 2010 年度)



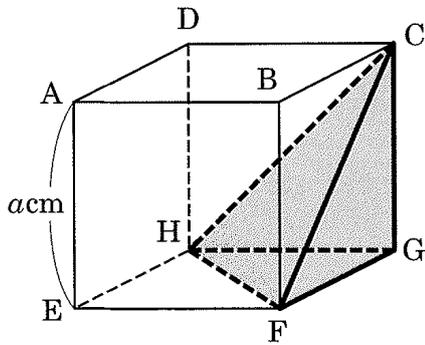
解答欄

cm³

【問 29】

図のように、1 辺の長さが a cm の立方体がある。この立方体を平面 CHF で切つてできる三角錐の体積は何 cm^3 か、次のア～エから 1 つ選びなさい。

(徳島県 2010 年度)



- ア $\frac{1}{3}a^3$ (cm^3)
- イ $\frac{1}{4}a^3$ (cm^3)
- ウ $\frac{1}{5}a^3$ (cm^3)
- エ $\frac{1}{6}a^3$ (cm^3)

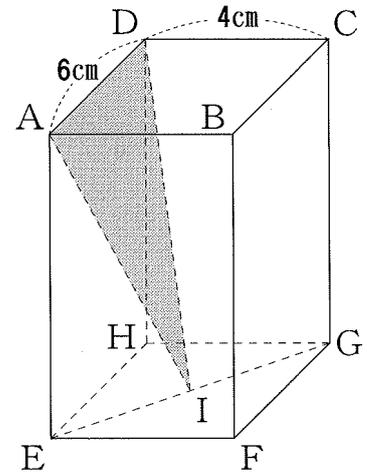
解答欄

【問 30】

図のような直方体があり、 $AD=6\text{ cm}$ 、 $DC=4\text{ cm}$ である。点 E と点 G を結び、線分 EG の中点を I とし、点 A と点 I、点 D と点 I をそれぞれ結ぶ。 $\triangle AID$ の面積が 21 cm^2 であるとき、次の (1)、(2) の問いに答えよ。

(香川県 2010 年度)

(1) 点 A と点 C を結ぶ線分 AC の長さは何 cm か。



(2) この直方体の体積は何 cm^3 か。

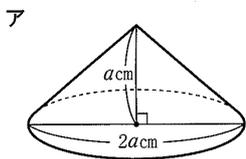
解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

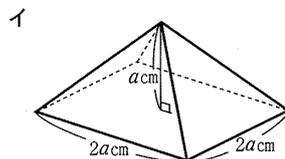
【問 31】

次のア～エの立体のうち、体積が最大であるものはどれか。適当なものを 1 つ選び、その記号を書け。

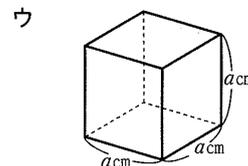
(愛媛県 2010 年度)



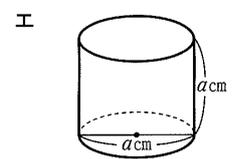
底面が直径 $2a\text{ cm}$ の円で、高さが $a\text{ cm}$ の円すい



底面が 1 辺 $2a\text{ cm}$ の正方形で、高さが $a\text{ cm}$ の正四角すい



1 辺が $a\text{ cm}$ の立方体



底面が直径 $a\text{ cm}$ の円で、高さが $a\text{ cm}$ の円柱

解答欄

【問 32】

底面の直径が 6 cm, 母線の長さが x cm の円すいの側面積を x を使った式で表せ。ただし, 円周率には π を用いること。

(高知県 前期 2010 年度)

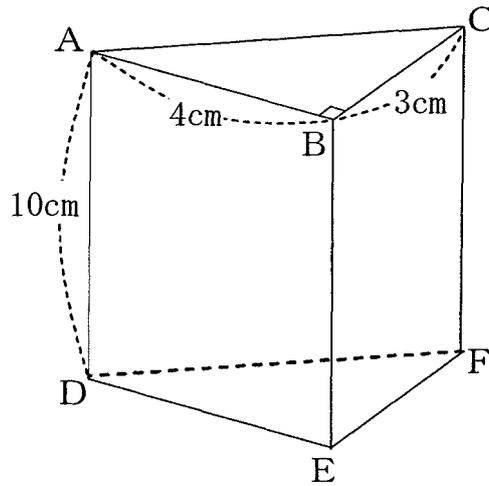
解答欄

cm^2

【問 33】

図は A, B, C, D, E, F を頂点にもち, 底面が直角三角形で, 側面はすべて長方形の三角柱である。AB=4 cm, BC=3 cm, AD=10 cm, $\angle ABC=90^\circ$ のとき, この三角柱の表面積を求めよ。

(高知県 後期 2010 年度)



解答欄

cm^2

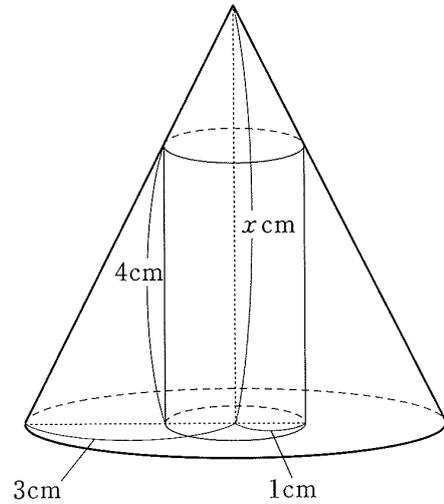
【問 34】

図のように、底面の半径が 3 cm の円すいの中に、底面の半径が 1 cm 、高さが 4 cm の円柱がある。円柱の上面は円すいの側面に接し、底面は円すいの底面に固定されている。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 前期 2010 年度)

(1) 円すいの高さを $x\text{ cm}$ とするとき、 x の値を求めなさい。

(2) 円すいから円柱を除いた部分の体積を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	cm^3

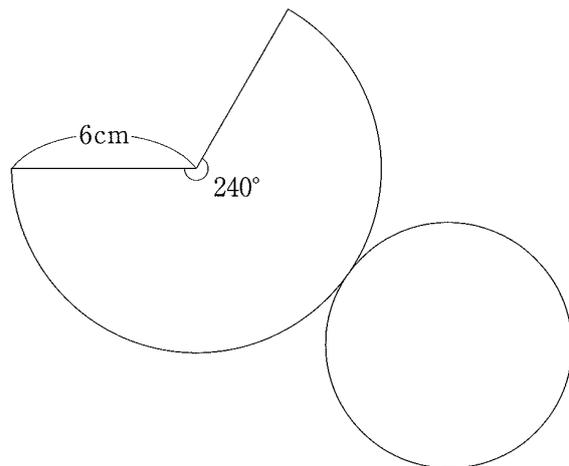
【問 35】

図のような円すいの展開図がある。側面の展開図は、半径が 6 cm 、中心角が 240° のおうぎ形である。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 後期 2010 年度)

(1) 底面の半径を求めなさい。

(2) 円すいの体積を求めなさい。



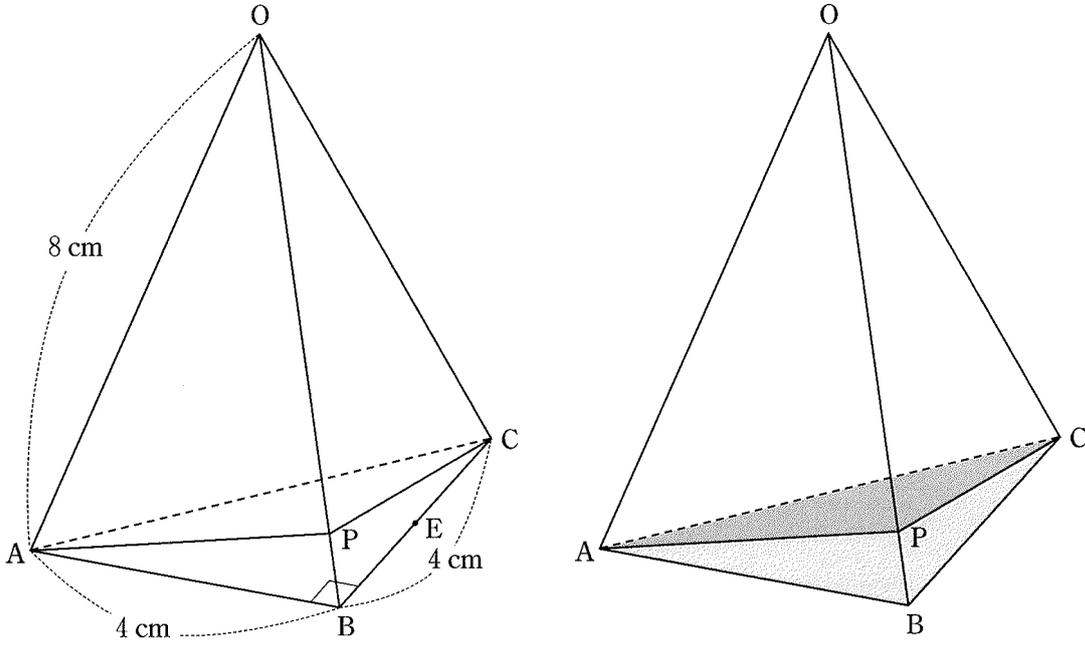
解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

【問 36】

図のように、底面は $BA=BC=4$ cm の直角二等辺三角形で、 $OA=OB=OC=8$ cm の三角すい $OABC$ がある。辺 BC の中点を E とする。また、点 A から辺 OB を通って、点 C まで最短となるようにひいた線と辺 OB の交点を P とする。次の問1～問3に答えなさい。

(大分県 2010 年度)



問1 線分 OE の長さを求めなさい。

問2 線分 PC の長さを求めなさい。

問3 三角すい $PABC$ の体積を求めなさい。

解答欄

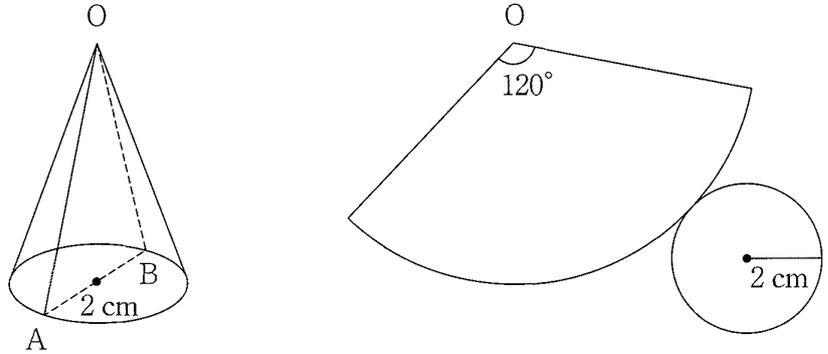
問1	cm
問2	cm
問3	cm^3

【問 37】

図のように、頂点が O で、底面の半径が 2 cm の円すいがある。また、底面の周上に直径 AB となるような 2 点 A , B をとる。図1はこの円すいの展開図で、おうぎ形の中心角は 120° である。このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(沖縄県 2010 年度)

問1 図1のおうぎ形の弧の長さを求めなさい。



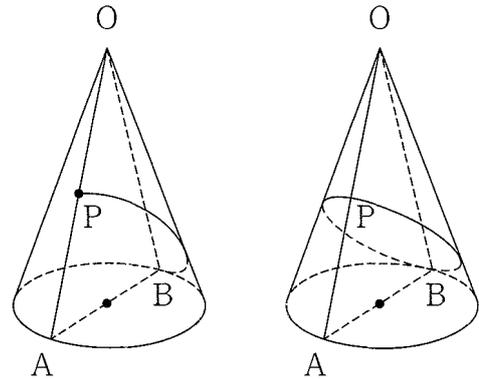
問2 母線 OA の長さを求めなさい。

問3 母線 OA の中点を P とする。また、下の図2, 図3のように円すいの側面上で点 P , B を結び、その最小の長さ PB の長さとする。

(1) PB の長さを求めなさい。

図2

図3



(2) 円すいの側面上を点 P から B を通って点 P に戻ってきたとき、その線を境界として側面を 2 つに分ける。このとき、分けられた側面のうち点 A を含む部分の面積を求めなさい。

解答欄

問1	cm	
問2	cm	
問3	(1)	cm
	(2)	cm ²