

## 7. 二次方程式の利用 ② 図形関連問題(面積・長さほか)

**【問1】**

ある中学校では、図のように、校舎の壁にそった長方形の花だんをつくることにしました。この花だんの壁がわの1辺を除いた3辺の長さの和が 24 m、面積が 72 m<sup>2</sup>となるようにします。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(岩手県 2002 年度)



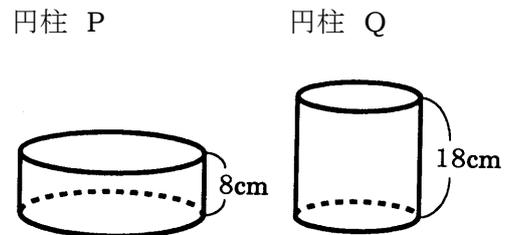
- (1) 花だんの縦の長さを求めるために、その長さを  $x$  m として、方程式をつくりなさい。
- (2) 花だんの縦の長さを求めなさい。

(1)	
(2)	m

**【問2】**

図のような、高さが 8 cm と 18 cm の2つの円柱 P、Q がある。円柱 P、Q の体積は等しく、円柱 Q の底面の半径は円柱 P の底面の半径より 5 cm 短い。円柱 P の底面の半径を  $x$  cm として方程式をつくり、円柱 P の底面の半径を求めなさい。

(栃木県 2002 年度)



答 \_\_\_\_\_ cm

【問3】

ある正方形の縦を 5 cm, 横を 10 cm それぞれのばして長方形をつくと, その面積がもとの正方形の面積の6倍になった。このとき, もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。

(鳥取県 2002 年度)

cm
----

【問4】

縦が  $x$  cm, 横が 12 cm の長方形がある。この長方形から1辺が  $x$  cm の正方形を1個切り取ったら, 残りの面積が  $20 \text{ cm}^2$  になった。このときの  $x$  の値をすべて求めなさい。

(秋田県 2003 年度)

--

【問5】

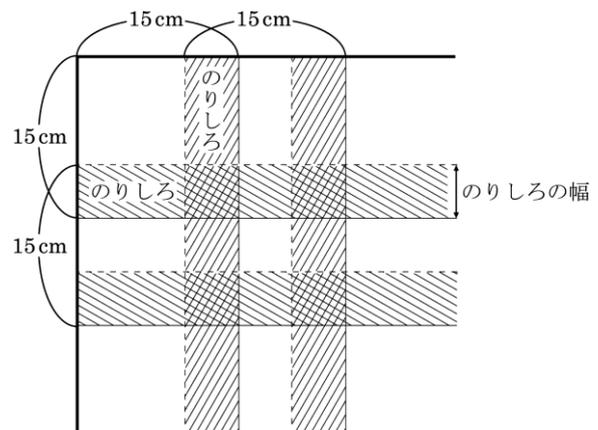
図のように, 1辺の長さが 15 cm の正方形の折り紙を, のりしろの幅をすべて等しくして重ねてはり合わせ, 大きな正方形をつくる。このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(新潟県 2003 年度)

(1) のりしろの幅をすべて 1 cm とするとき, 次の①, ②の問いに答えなさい。

① 9枚の折り紙をはり合わせたとき, できた大きな正方形の1辺の長さとな積をそれぞれ答えなさい。

②  $n^2$  枚の折り紙をはり合わせたとき, できた大きな正方形の面積を  $n$  を用いて表しなさい。ただし,  $n$  は自然数とする。



(2) のりしろの幅をすべて  $x$  cm とし, 81 枚の折り紙をはり合わせて1辺が 125 cm の正方形をつくった。このとき,  $x$  の値を求めなさい。

(1)	①	1辺の長さ	cm	面積	cm <sup>2</sup>
	②			cm <sup>2</sup>	
(2)	x =				

【問6】

図1のような1辺 6 cm の正方形のうすい紙が、4枚ある。この4枚の正方形の紙を図2のようにはりあわせ、面積が 100 cm<sup>2</sup> の大きな正方形の紙をつくることを、太郎さんと花子さんはそれぞれ考えた。なお、のりしろ(はりあわせる部分)の幅はすべて同じとし、その幅を  $x$  cm とする。

次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(岐阜県 2003 年度)

(1) 図2の大きな正方形の紙の1辺の長さを、 $x$ を用いて表しなさい。

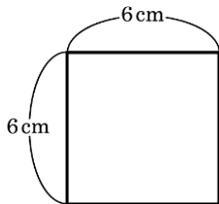


図1

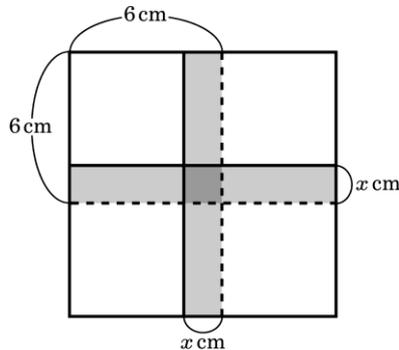


図2

(2) 太郎さんと花子さんはそれぞれ次のように考えた。

ア~ウには文字を使った式を、エには整数を、オには1次方程式を、それぞれあてはまるように書きなさい。

太郎さんの考え

図2の大きな正方形の紙の面積が 100 cm<sup>2</sup> であることから、 $x$  についての2次方程式をつくと、

= 100 となる。

左辺を展開して、 $x^2 + bx + c = 0$  の形にすると、 = 0 となり、

この左辺を因数分解することによって、 = 0 となる。

花子さんの考え

図2の大きな正方形の紙の面積が 100 cm<sup>2</sup> であることから、2乗して 100 になる数を考えると、

大きな正方形の紙の1辺の長さは  cm であることがわかる。

このことから、 $x$  についての1次方程式をつくと、 となる。

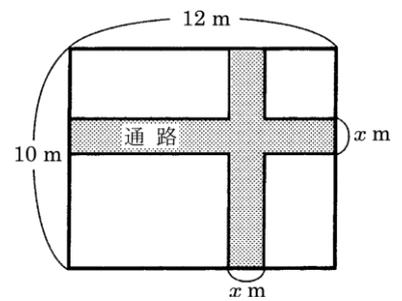
(3) このとき、のりしろの幅を何 cm にすればよいかを求めなさい。

(1)	cm		
(2)	ア		イ
	ウ		エ
	オ		
(3)	cm		



【問9】

縦の長さが 10 m, 横の長さが 12 m の長方形の土地がある。図のように, 縦と横に同じ幅のまっすぐな通路をつくり, 通路を除いた土地の面積がちょうど 80 m<sup>2</sup> になるようにしたい。このとき通路の幅を  $x$  m とする。



次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(岐阜県 2005 年度)

- (1) 次の A と B の2通りの方法で方程式をつくった。ア~エには  $x$  の1次式を, オには  $x$  の2次式を, それぞれあてはまるように書きなさい。

A	通路を除いた土地の面積は, 縦の通路と横の通路を右の図のように移しても変わらない。 通路を除いた土地の面積の関係を方程式で表すと, ( <input type="text" value="ア"/> )( <input type="text" value="イ"/> ) = 80となる。	
B	通路の面積は, 縦の通路の面積と横の通路の面積をたして, 重なった部分の面積をひくと求めることができる。 通路の面積の関係を方程式で表すと, <input type="text" value="ウ"/> + <input type="text" value="エ"/> - <input type="text" value="オ"/> = $10 \times 12 - 80$ となる。	

- (2) (1)の2通りの方法でつくった方程式を, それぞれ変形すると, 同じ2次方程式  $x^2 + bx + c = 0$  となる。この2次方程式を書きなさい。

- (3) 通路の幅を何 m にすればよいかを求めなさい。

	ア	イ	ウ	エ	オ
(1)					
(2)	= 0				
(3)	m				

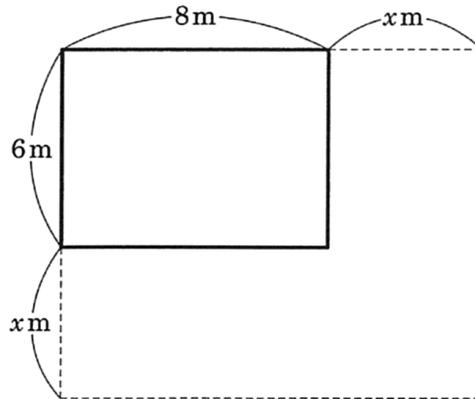




【問 14】

縦の長さが 6 m、横の長さが 8 m の長方形の花だんがある。この花だんの縦と横の長さをそれぞれ  $x$  m のばして、面積が元の花だんの面積の  $\frac{5}{2}$  倍になるようにする。 $x$  の値を求めなさい。

(徳島県 2007 年度)

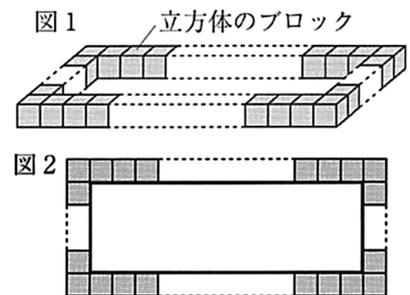


【問 15】

次の問題を方程式をつくって解け。解答は、解く手順にしたがって  の中に完成させ、答えを  の中に記入せよ。

(福岡県 2007 年度)

A さんの学級では、「花いっぱい運動」に取り組み、図 1 のように、1 辺が 20 cm の立方体のブロックを並べて、長方形の花だんをつくった。図 2 は、長方形の花だんを真上から見た図である。並べたブロックの内側にできた長方形の土地(一で囲まれた部分)は、横の長さが縦の長さよりも 4 m 長く、面積が  $12 \text{ m}^2$  であった。並べたブロックの個数を求めよ。



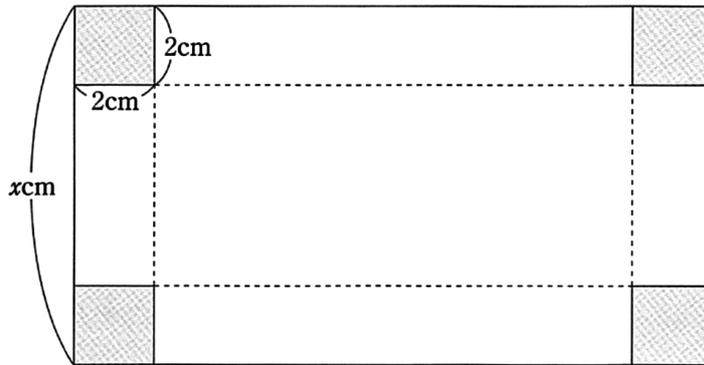
解答

並べたブロックの内側にできた長方形の土地の縦の長さを  $x$  m とする。

【問 16】

図のように、横が縦より 7 cm 長い長方形の厚紙がある。この 4 すみから 1 辺が 2 cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積が  $120 \text{ cm}^3$  になった。このとき、はじめの厚紙の縦の長さを求めなさい。  
 ただし、はじめの厚紙の縦の長さを  $x \text{ cm}$  として方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(佐賀県後期 2007 年度)

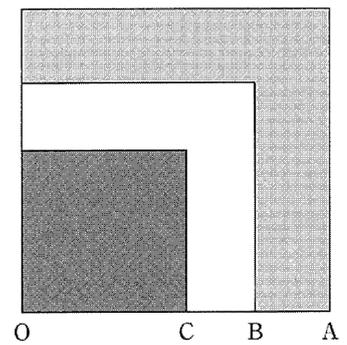


【問 17】

図のように、線分  $OA$  を 1 辺とする正方形があります。辺  $OA$  上に  $AB=1 \text{ cm}$ ,  $AC=2 \text{ cm}$  となるように 2 点  $B, C$  をとり、 $OA$  を 1 辺とする正方形と同じ側に、2 つの線分  $OB, OC$  を 1 辺とする正方形をそれぞれつくります。  
 で示された部分の面積と で示された部分の面積が等しいとき、 $OC$  の長さを求めなさい。

ただし、用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり、それを解く過程も書きなさい。

(岩手県 2008 年度)



答                      cm

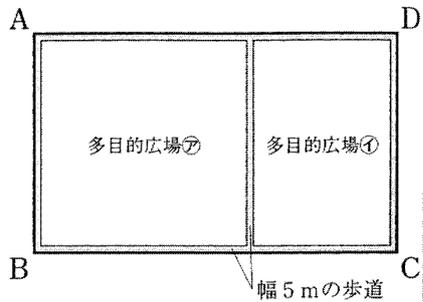


【問 20】

次の問題を方程式をつくって解け。解答は、解く手順にしたがって  の中に完成させ、答えを  の中に記入せよ。

(福岡県 2008 年度)

M 市では、市民の体力づくりのために、右の図のように、長方形 ABCD の土地に、正方形の多目的広場⑦と長方形の多目的広場⑧と幅 5 m の歩道 (-----の部分) をつくった。多目的広場⑧は、横の長さが縦の長さより 50 m 短く、面積が  $15000\text{m}^2$  である。長方形 ABCD の土地の周囲(——の部分) に、5 m 間隔で点 A から木を 1 本ずつ植えることにした。ただし、木の大きさは考えないものとする。長方形 ABCD の土地の周囲に植える木の本数を求めよ。



The diagram shows a large rectangle ABCD. Inside, there are two smaller rectangles and a path. The left rectangle is labeled '多目的広場⑦' and is a square. The right rectangle is labeled '多目的広場⑧'. A path of width 5m, indicated by a dashed line and a label '幅 5 m の歩道', runs vertically between the two inner rectangles. The vertices of the outer rectangle are labeled A (top-left), B (bottom-left), C (bottom-right), and D (top-right).

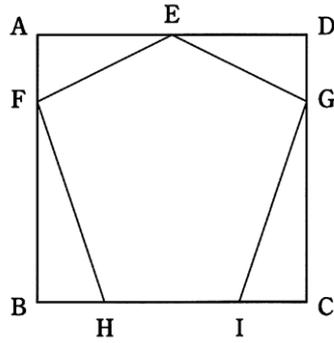
解答  
多目的広場⑧の縦の長さを  $x\text{ m}$  とする。

答 長方形 ABCD の土地の周囲に植える木の本数は  本

【問 21】

図のように、1 辺の長さが 10 cm の正方形 ABCD がある。AD の中点を E とし、AB 上に点 F、DC 上に点 G、BC 上に点 H、I を、 $AF=BH=IC=GD$  となるようにとる。このとき、五角形 EFHIG の面積が  $64\text{cm}^2$  となるのは、AF の長さが何 cm のときか、求めなさい。ただし、 $AF=x\text{ cm}$  ( $0 < x < 5$ ) として方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(佐賀県後期 2008 年度)



方程式と過程

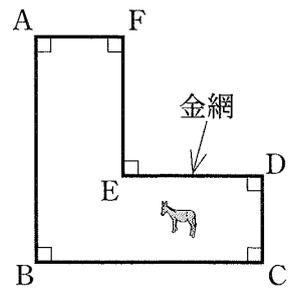
【問 22】

幅が一定で、長さが 48 m の金網がある。この金網を使って、図のように、周の長さが 48 m である囲いをつくり、動物を飼う場所にする。ただし、 $AF=CD$ 、 $FE=DE$ となるようにする。このとき、動物を飼う場所の面積が  $80 \text{ m}^2$  になるようにしたい。

次の問1～問3に答えなさい。

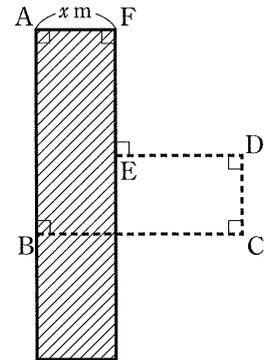
(岐阜県 2009 年度)

問1 AF の長さを  $x \text{ m}$  として、太郎さんと花子さんは、それぞれ次のように考えて方程式をつくった。ア, ウ, エ, カには  $x$  の 1 次式を, イには  $x$  の 2 次式を, オ, キには数を, それぞれあてはまるように書きなさい。



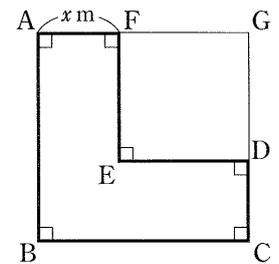
太郎さんの考え

右の図の斜線部分のような、横の長さが  $x \text{ m}$  で、動物を飼う場所と面積が等しい長方形を考える。この長方形は、周の長さが 48 m だから、縦の長さを  $x$  を使った式で表すと、(  ) m となる。この長方形の面積が  $80 \text{ m}^2$  になればよいため、 $x$  についての 2 次方程式をつくり、 $x^2 + bx + c = 0$  の形にすると、 = 0 となる。この式の左辺を因数分解すると、(  ) (  ) = 0 となる。



花子さんの考え

直線 AF と直線 CD との交点を G とする。動物を飼う場所の周の長さは 48 m だから、AG の長さは  m になり、FG の長さを  $x$  を使った式で表すと、(  ) m になる。動物を飼う場所の面積を  $80 \text{ m}^2$  にするためには、正方形 FEDG の面積が   $\text{m}^2$  になればよいため、 $x$  についての 2 次方程式をつくと、(  )<sup>2</sup> =  となる。



問2 AF の長さを何 m にすればよいかを求めなさい。

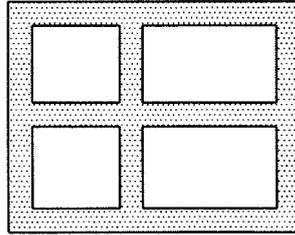
問3 点 F にロープの端を固定し、もう一方の端に動物をつなぐことにする。このとき、点 F と動物の間のロープの長さが 8 m であるとする、動物が動くことのできる土地の面積は何  $\text{m}^2$  になるかを求めなさい。ただし、動物やロープが囲いの外に出ることはなく、動物の大きさは考えないものとする。円周率は  $\pi$  を用いなさい。

問1			
ア	イ	ウ	エ
オ	カ	キ	
問2			
問3			

【問 23】

横が縦より2 m 長い長方形の土地がある。この土地に、図のように同じ幅の道 (図の  の部分) をつくり、残った4つの長方形の土地を花だんにする。道幅が1 m、4つの花だんの面積の合計が35 m<sup>2</sup> のとき、この土地の縦の長さは何 m か。

(愛知県B 2009 年度)



m
---

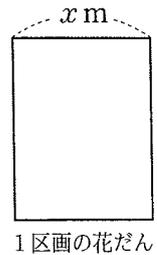
【問 24】

A さんの学校では、花だんを何区画かつくることにした。このとき、どの区画も形と大きさが同じ長方形となるようにする。次の問1、問2に答えなさい。

(山口県 2009 年度)

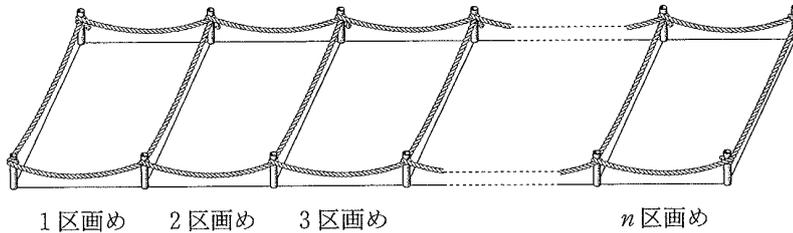
問1 1区画の花だんは、縦を横より1 m 長くし、面積が12 m<sup>2</sup> となるようにする。図1のように横の長さを  $x$  m として、2次方程式をつくり、 $x$  の値を求めなさい。

図 1



問2 図2のように、 $n$  区画の花だんを横に並べてつくりたい。各区画の花だんの四隅に支柱を立ててロープを張り、となり合う区画の花だんは、境界線上の支柱とロープを共有するものとする。このとき、必要な支柱の本数を  $n$  を使った式で表しなさい。

図 2



問1	解	
問2	本	答 $x =$

【問 25】

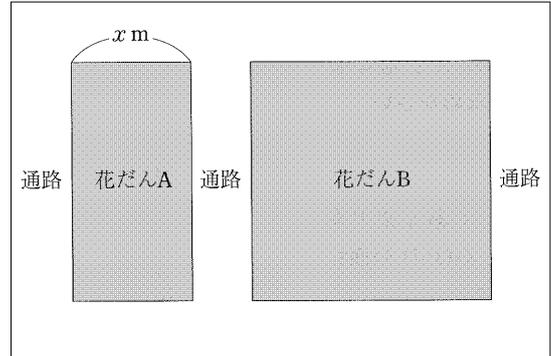
図のように、長方形の土地に、花だん A、花だん B、およびそのまわりに通路をつくることにした。花だん A は長方形、花だん B は正方形とし、花だん B の横の長さは花だん A の横の長さの 2 倍、2 つの花だんの縦の長さは同じとする。また通路の幅はすべて 1 m とする。

花だん A の横の長さを  $x$  m とするとき、次の(1)～(3)に答えなさい。

(佐賀県後期 2009 年度)

(1) 長方形の土地の横の長さを  $x$  を使った式で表しなさい。

(2) 花だん A の面積を  $8 \text{ m}^2$  とするとき、長方形の土地の横の長さを求めなさい。



(3) 長方形の土地全体の面積を  $96 \text{ m}^2$  とするとき、花だん A の横の長さを求めなさい。ただし、 $x$  についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(1)	$x$ m
(2)	$x$ m
(3)	

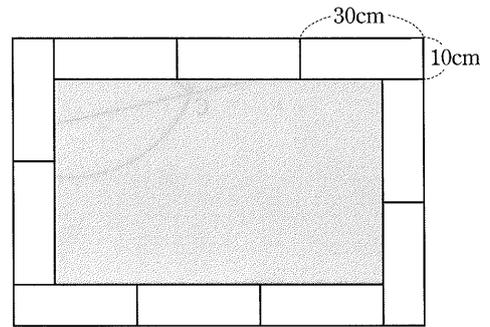
【問 26】

校庭に同じ大きさのレンガを並べて、長方形の花だんをつくる。レンガの上の面は、縦 10 cm、横 30 cm の長方形である。ただし、レンガの高さは考えないものとする。

次の(1), (2)の問いに答えなさい。

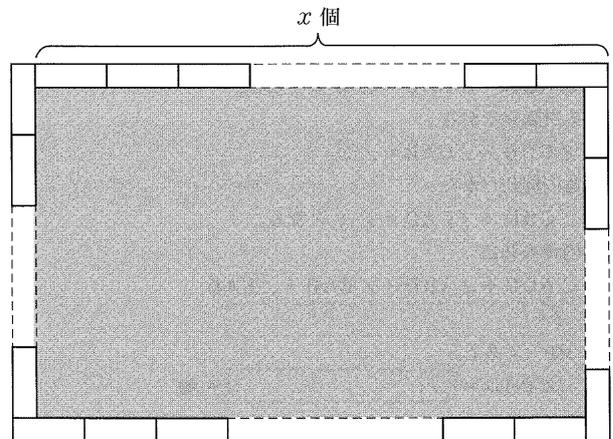
(大分県 2009 年度)

- (1) 下の図のように、レンガ 10 個を並べて花だんをつくった。このとき、レンガに囲まれた  の部分の面積を求めなさい。



- (2) レンガ 36 個を(1)と同じように並べて花だんをつくった。このとき、レンガに囲まれた  の部分の面積が  $64000 \text{ cm}^2$  となった。

下の図のように、横に並べたレンガの数を  $x$  個として、 $x$  についての方程式をつくりなさい。また、 $x$  の値を求めなさい。ただし、花だんの横の長さは縦の長さより長いものとする。



(1)	$\text{cm}^2$
(2)	方程式
	$x =$



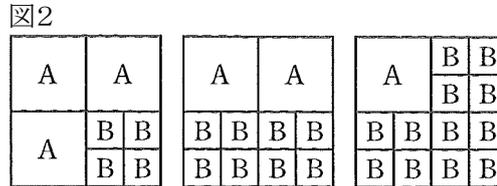
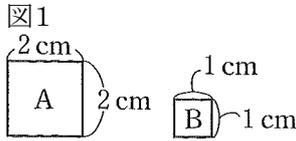
【問 29】

図1のような、1 辺の長さが 2 cm の正方形の紙 A と、1 辺の長さが 1 cm の正方形の紙 B がある。A と B をどちらも 1 枚以上使い、これらをすき間なく重ならないように並べて正方形をつくる。このとき、A と B の並べ方に関係なく、それぞれ並べた枚数について考える。

例えば、1 辺の長さが 4 cm の正方形は、図2のように、A を 3 枚と B を 4 枚並べた場合、A を 2 枚と B を 8 枚並べた場合、A を 1 枚と B を 12 枚並べた場合がある。

次の問1、問2、問3に答えなさい。

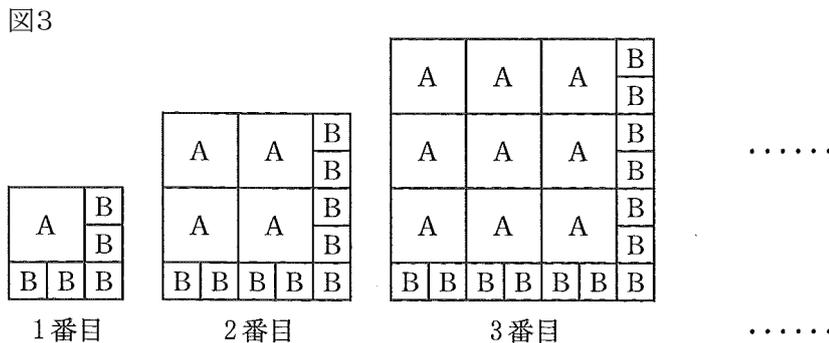
(栃木県 2011 年度)



問1 A を 2 枚用いて、1 辺の長さが 5 cm の正方形をつくるには、B は何枚必要か。

問2 A と B を用いて、1 辺の長さが 6 cm の正方形をつくる。このとき、A と B の枚数の組み合わせは何通りあるか。

問3 A と B を用いて、1 辺の長さが  $a$  cm ( $a$  は奇数) の正方形をつくる。A を最も多く用いたとき、図3のように、 $a=3$  の正方形を 1 番目の正方形、 $a=5$  の正方形を 2 番目の正方形、 $a=7$  の正方形を 3 番目の正方形、…とする。



このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)  $n$  番目の正方形をつくったところ、A と B を用いた枚数の合計が 61 枚であった。このとき、 $n$  についての方程式をつくり、 $n$  の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(2) A と B をそれぞれ何枚か用いて、 $m$  番目の正方形だけをいくつかつくる。これらをすき間なく重ならないように並べて、縦の長さが 180 cm、横の長さが 270 cm の長方形をつくる時、考えられる  $m$  の値のうち、最も大きい値を求めなさい。

問1		枚
問2		通り
問3	(1)	答え ( $n =$ )
	(2)	

【問 30】

1 辺が 1 cm の白い立方体がたくさんある。これらの立方体をすき間なく 2 段に積み上げて並べ、縦  $n$  cm、横  $(n + 1)$  cm、高さ 2 cm の直方体をつくり、その側面を黒くぬる。

次に、2 段目に積み上げた立方体のうち、黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

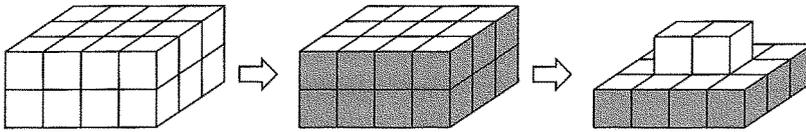
このとき、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数を調べることにする。ただし、 $n$  は 3 以上の整数とする。

例

$n=3$  のとき、図1のように、縦 3 cm、横 4 cm、高さ 2 cm の直方体をつくり、その側面を黒くぬり、2 段目に積み上げた立方体のうち、黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

この結果、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数は 14 個となる。

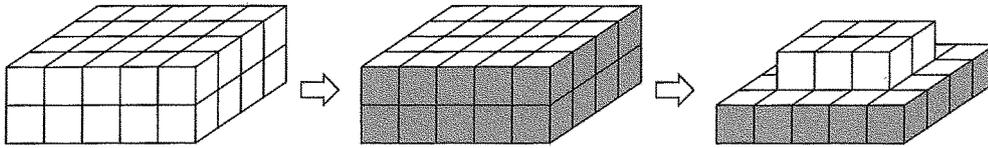
図1



$n=4$  のとき、図2のように、縦 4 cm、横 5 cm、高さ 2 cm の直方体をつくり、その側面を黒くぬり、2 段目に積み上げた立方体のうち、黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

この結果、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数は 26 個となる。

図2



このとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2011 年度)

問1  $n=5$  のとき、このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数を求めなさい。

問2 このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数が 222 個のとき、 $n$  の値を求めなさい。

問1	個
問2	$n =$

【問 31】

図1のような、直方体の形をした空の容器があり、 $AE=8\text{ cm}$ 、 $EF=6\text{ cm}$ 、 $FG=8\text{ cm}$  である。

また、図2のような、三角柱の形をした鉄のおもりがあり、 $IJ=8\text{ cm}$ 、 $JK=6\text{ cm}$ 、 $IK=10\text{ cm}$ 、 $KN=8\text{ cm}$  である。

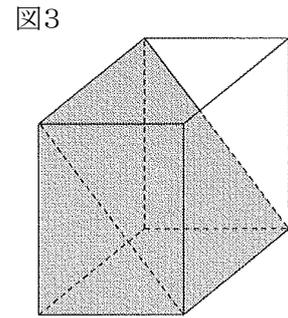
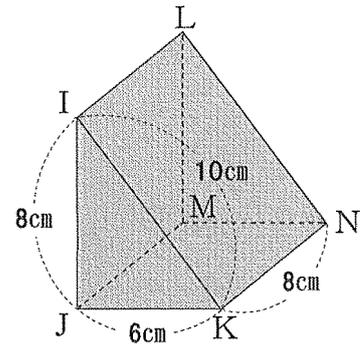
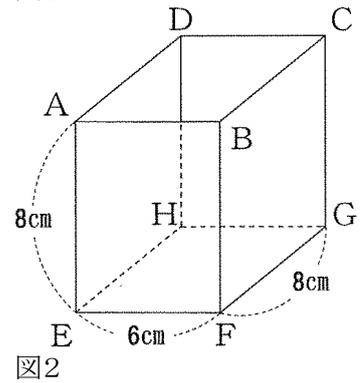
図3のように、図1の空の容器の中に図2の鉄のおもりを置き、できた容器を容器①とする。また、図4のような、直方体の形をした空の容器があり、 $PT=8\text{ cm}$ 、 $TU=5\text{ cm}$ 、 $UV=3\text{ cm}$  である。これを容器②とする。容器はすべて水平に置き、容器の厚さは考えないものとする。これについて、次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(香川県 2011 年度)

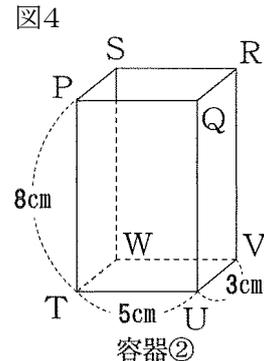
(1) 図2の三角柱の形をした鉄のおもりの表面積は何  $\text{cm}^2$  か。

(2) 図5のように、容器①に水を入れた。容器の底面から水面までの高さが  $x\text{ cm}$  であるとき、入れた水の体積は何  $\text{cm}^3$  か。  $x$  を使った式で表せ。

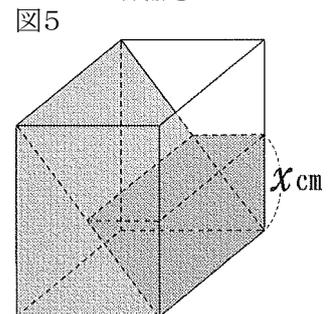
(3) 容器①の水をいったん捨てる。次に、容器①の底面から水面までの高さ  $x$  と、容器②の底面から水面までの高さ  $x$  が同じになるように、両方の容器に水を入れる。容器①に入れた水の体積が、容器②に入れた水の体積より  $18\text{ cm}^3$  だけ大きくなるのは、容器の底面から水面までの高さが何  $\text{cm}$  のときか。容器の底面から水面までの高さを  $x\text{ cm}$  として、 $x$  の値を求めよ。  $x$  の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。



容器①



容器②



(1)	$\text{cm}^2$
(2)	$\text{cm}^3$

(3)	<p>[<math>x</math> の値を求める過程]</p> <p style="text-align: right;">答 <math>x</math> の値 _____</p>
-----	--

【問 32】

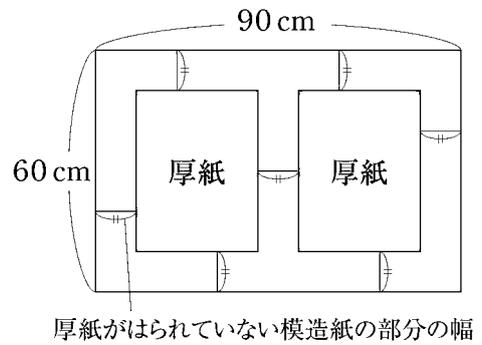
次の問題を方程式をつかって解け。解答は、解く手順にしたがって  の中に完成させ、答を  の中に記入せよ。

(福岡県 2011 年度)

A 中学校では、在校生が卒業生へのメッセージを 2 枚の厚紙にかいて、その厚紙を、右の図のように、縦 60 cm、横 90 cm の長方形の模造紙にはることにした。2 枚の厚紙は合同な長方形で、厚紙 1 枚の面積は  $1200 \text{ cm}^2$  である。

厚紙の縦と横の辺をそれぞれ模造紙の縦と横の辺に平行にし、厚紙がはられていない模造紙の部分の幅をすべて等しくなるようにする。

厚紙がはられていない模造紙の部分の幅を求めよ。



〔解答〕

答 厚紙がはられていない模造紙の部分の幅は  cm