

4-1. 平面図形 相似の証明 複合問題ほか 2002年度出題

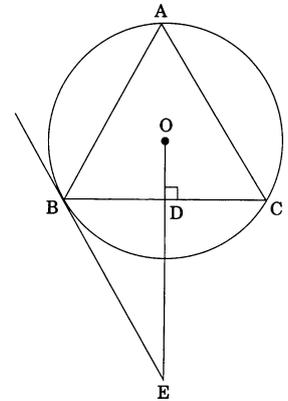
【問1】

図のように、円Oに内接する△ABCがあります。円の中心Oから辺BCに垂線をひき、辺BCとの交点をDとします。ODの延長と、点Bにおける円Oの接線との交点をEとします。次の問いに答えなさい。

(北海道 2002年度)

問1. $\angle ACB = 55^\circ$ のとき $\angle AOB$ の大きさを求めなさい。

問2. △ABCを正三角形とします。OD = 2 cm のとき、△OCDの面積を求めなさい。



問3. △OCD ∽ △BED を証明しなさい。

解答欄

問1	度
問2	cm^2
問3	証明

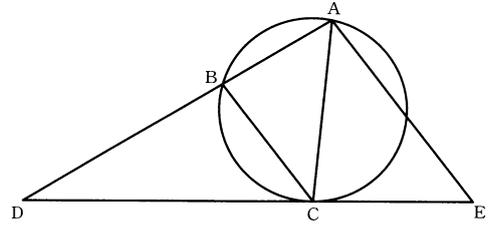
【問2】

図で、円周上に3点A, B, Cがあり、ABの延長とCにおける円の接線との交点をDとする。Aを通過してBCに平行な直線を引き、接線CDとの交点をEとする。次のア, イに答えなさい。

(青森県 2002年度)

ア. $\triangle ABC$ と相似な三角形を見つけ、証明しなさい。

イ. $AE=6\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$ のとき、 AC の長さを求めなさい。



解答欄

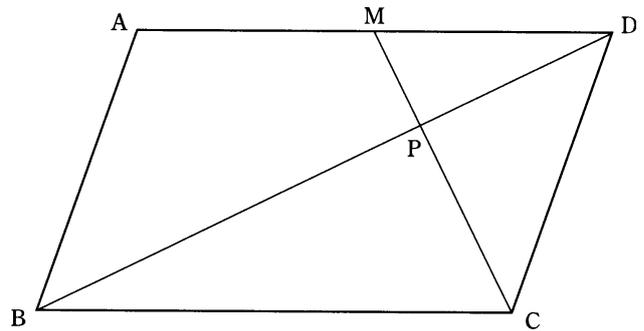
ア	相似な三角形… $\triangle ABC$ と \triangle _____ 証明
イ	_____ cm

【問3】

図のように、平行四辺形ABCDがあり、辺ADの中点をM、対角線BDと線分CMの交点をPとします。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(岩手県 2002年度)

(1) $\triangle PDM \sim \triangle PBC$ であることを証明しなさい。



(2) $\triangle PDM$ の面積が 3 cm^2 のとき、四角形ABCMの面積を求めなさい。

解答欄

(1)	証明
(2)	cm^2

【問4】

図 I のように、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ があり、点 A と点 C を結びます。 $AB=AC=5$ cm、 $AD=3$ cm、 $\angle ADC=90^\circ$ とします。あとの1, 2の問いに答えなさい。

(宮城県 2002年度)

図 I

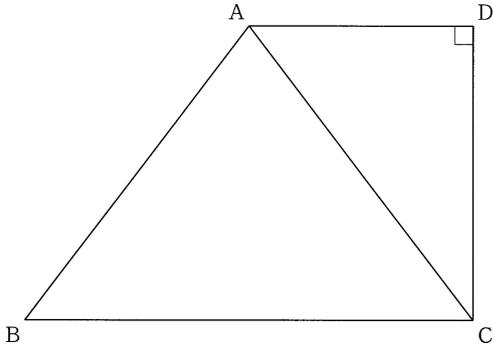
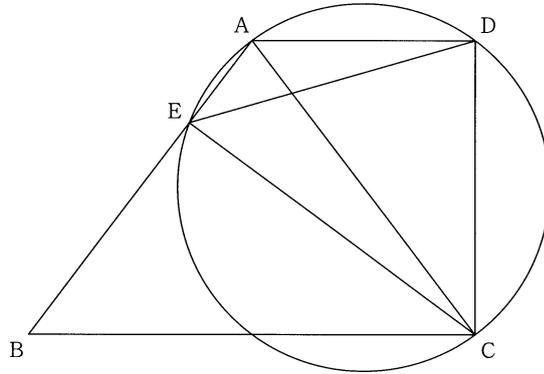


図 II



1. 辺 DC の長さを求めなさい。

2. 図 II は、図 I において $\triangle DAC$ の外接円をかき辺 AB との交点を E として点 E と点 C 、点 E と点 D を結んだものです。

あとの(1)~(3)の問いに答えなさい。

(1) $\triangle DAC \sim \triangle EBC$ であることを証明しなさい。

(2) 線分 EB の長さを求めなさい。

(3) $\triangle DEC$ の面積を求めなさい。

解答欄

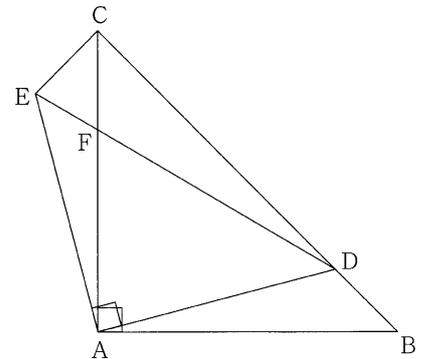
1	cm	
2	(1)	証明
	(2)	cm
	(3)	cm ²

【問5】

図の△ABCは、 $AB=AC=4$ cmの直角二等辺三角形である。辺BC上に点Dをとり、図のように $AD=AE$ となる直角二等辺三角形ADEをつくり、DEとACとの交点をFとする。あとの問いに答えなさい。

(山形県 2002年度)

1. △ABDと△ACEが合同であることを証明しなさい。



2. △ABDと△DCFが相似であることを、下のように証明した。

□ア□ , □ウ□ には、それぞれあてはまる数字や記号を、□イ□ には、あてはまる言葉を書きなさい。

<p><証明> △ABDと△DCFにおいて 仮定より $\angle ABD = \angle DCF = 45^\circ \dots \text{①}$ 1の結果より $\angle ACE = \text{□ア□}^\circ \dots \text{②}$ ①, ②より $\angle ECD = \angle DAE = 90^\circ$ よって、$\angle ECD + \angle DAE = 180^\circ$ だから 四角形ADCEは □イ□ 。…③</p>	<p>③より $\angle EAC = \text{□ウ□} \dots \text{④}$ 1の結果と④より $\angle DAB = \angle FDC \dots \text{⑤}$ ①, ⑤より 2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABD \sim \triangle DCF$</p>
--	---

3. 点Dが辺BC上を動くと、△ABDと△DCFが合同になるときがある。このときの△ADFについて、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) DからACに垂線をひきACとの交点をHとするとき、DHの長さを求めなさい。

(2) △ADFの面積を求めなさい。

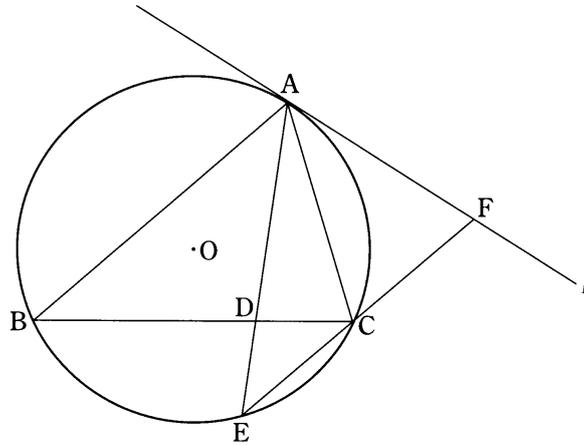
解答欄

1	証明		
	ア	イ	ウ
2			
3	(1)	cm	
	(2)	cm ²	

【問6】

図のように、円Oに内接する $\triangle ABC$ とAにおける接線 ℓ がある。ただし、 $AC < BC$ とする。辺BC上に $AD = BD$ となるように点Dをとり、ADの延長と円Oとの交点をE、ECの延長と ℓ との交点をFとする。このとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle AEF$ が相似であることを証明しなさい。

(福島県 2002年度)



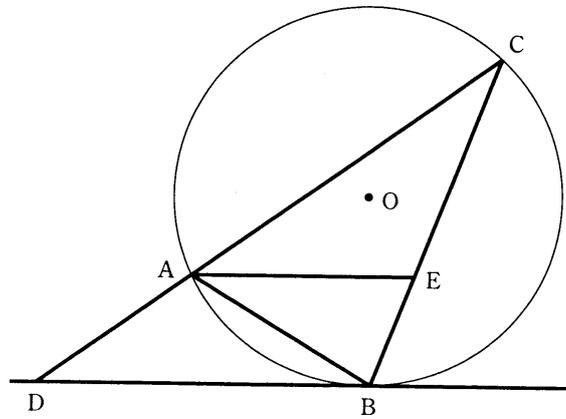
解答欄

証明

【問7】

図において、 $\triangle ABC$ は円Oに内接し、辺BCは辺ABよりも長い。いま、点Bにおける円Oの接線と辺CAの延長との交点をDとする。また、辺BC上に点Eを $AE \parallel DB$ となるようにとる。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle EBA$ であることを証明しなさい。

(茨城県 2002年度)



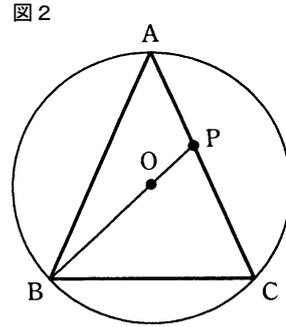
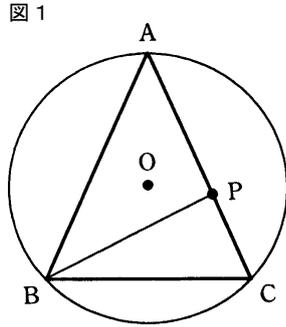
解答欄

証明

【問8】

図1で、 $\triangle ABC$ は円Oに内接する $AB=AC$ の二等辺三角形である。点Pは、 $\triangle ABC$ の辺AC上にある点で、頂点A, Cのいずれにも一致しない。頂点Bと点Pを結ぶ。次の各問に答えよ。

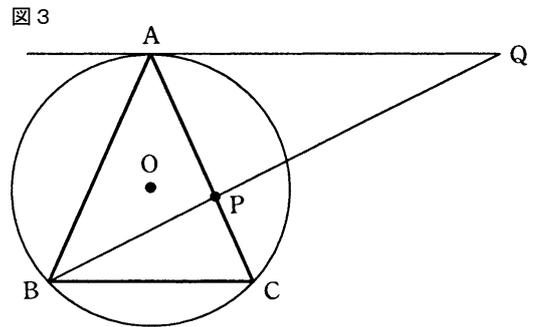
(東京都 2002年度)



問1. 図2は、図1において、線分BPが円Oの中心を通る場合を表している。 $\angle ABP=23^\circ$ のとき、 $\angle ABC$ の大きさは何度か。

問2. 図3は、図1において、点Aにおける円Oの接線と線分BPをPの方向に延ばした直線との交点をQとした場合を表している。次の①, ②に答えよ。

① $\triangle PAQ \sim \triangle PCB$ であることを証明せよ。



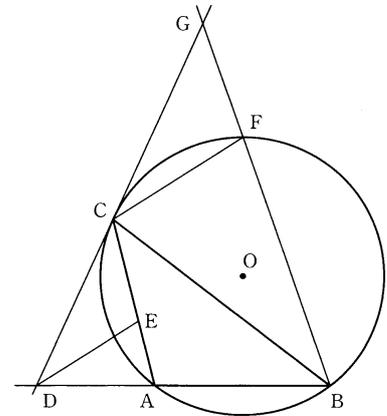
② $AB=5\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $AP=3\text{ cm}$ のとき、辺AQの長さは何cmか。

【問9】

図のように、 $\angle A$ が鈍角の三角形ABCが円Oに内接している。いま、点Cにおける円Oの接線と線分BAの延長との交点をDとし、 $\angle ADC$ の二等分線と線分ACとの交点をEとする。また、点Fを円Oの周上に、 $DE \parallel CF$ となるようにとり、直線CDと線分BFの延長との交点をGとする。このとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2002年度)

(ア) 三角形ADEと三角形FBCが相似であることを次のように証明した。空欄にあてはまることばとして最も適するものを、 \square (あ)～ \square (う)には【A群】から、 \square (a)～ \square (c)には【B群】から、それぞれ1つずつ選び、その番号を書きなさい。



証明
 $\triangle ADE$ と $\triangle FBC$ において、
 まず、線分DEは $\angle ADC$ の二等分線であるから、
 \square a …①
 また、平行線の同位角は等しいから、
 \square b …②
 ①, ②より、 $\angle ADE = \angle GCF$ …③
 さらに、 \square あ から、
 \square c …④
 ③, ④より、 $\angle ADE = \angle FBC$ …⑤
 次に、 \square い から、
 $\angle DAE = \angle BFC$ …⑥
 ⑤, ⑥より、 \square う から、
 $\triangle ADE \sim \triangle FBC$

【A群】	【B群】
1. 四角形ABFCは円Oに内接している	1. $\angle ABC = \angle ACD$
2. 平行線の錯角は等しい	2. $\angle ADE = \angle CDE$
3. 直線CGは円Oの接線である	3. $\angle AED = \angle FCB$
4. 3組の辺の比が等しい	4. $\angle BAC = \angle CFG$
5. 2組の辺の比が等しく、その間の角が等しい	5. $\angle CDE = \angle GCF$
6. 2組の角がそれぞれ等しい	6. $\angle GCF = \angle FBC$

(イ) $\angle ABC = 38^\circ$, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ のとき、 $\angle CGF$ の大きさを求めなさい。

解答欄

(ア)	(a)	(b)	(c)
	(あ)	(い)	(う)
(イ)	$\angle CGF =$ $^\circ$		

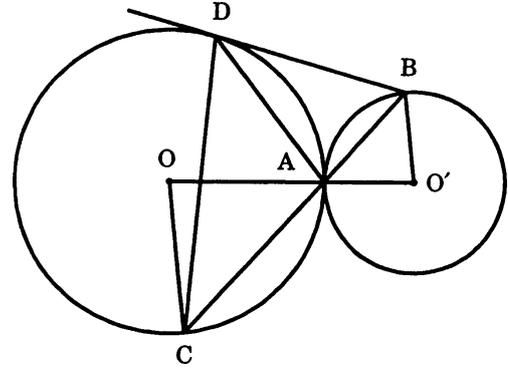
【問10】

図のように、半径5 cmの円O上の点Aにおいて、半径3 cmの円O' が接している。円O' 上にAB=4 cmとなる点Bをとり、線分BAの延長と円Oの交点をC、点Bから円Oに接線を引いたとき、その接点をDとする。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(新潟県 2002年度)

(1) $\triangle ABD \sim \triangle DBC$ であることを証明しなさい。

(2) 線分BDの長さを求めなさい。



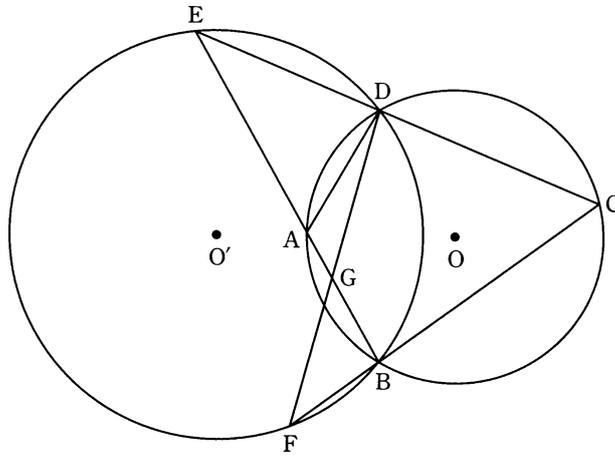
解答欄

	証明	
(1)		
(2)	cm	

【問11】

図は、円Oに内接する四角形ABCDの辺BAの延長と辺CDの延長の交点をEとし、3点B, D, Eを通る円O'をかき、辺CBの延長と円O'の交点をF、弦DFと弦ABの交点をGとしたものである。この図で、△EBCと相似な三角形を2つ見つけなさい。そして、その見つけた2つの三角形が相似であることを証明しなさい。

(山梨県 2002年度)



解答欄

△EBCと相似な三角形 … △ _____ と △ _____

証明

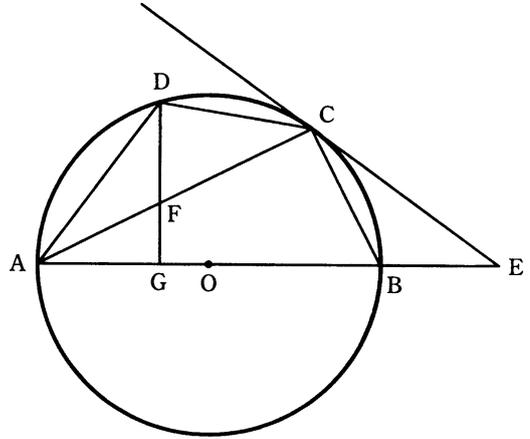
【問12】

図において、四角形ABCDは円Oに内接する四角形であり、辺ABは円Oの直径である。また、 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ である。点Cを接点とする円Oの接線とABの延長との交点をE、点DからABにひいた垂線とAC、ABとの交点をそれぞれF、Gとする。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(静岡県 2002年度)

(1) $\triangle CBE \sim \triangle AFD$ であることを証明しなさい。

図



(2) $OA = 9 \text{ cm}$, $\angle CEB = 34^\circ$ のとき、 \widehat{BC} の長さを求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

(1)	証明	
(2)	cm	

【問13】

図のように、ABを直径とする半円がある。その周上に異なる2点C, Dをとり、直線ADと直線BCの交点をE, 直線ACと直線BDの交点をFとする。このとき4点C, E, D, Fは同じ円周上にある。次の問いに答えよ。

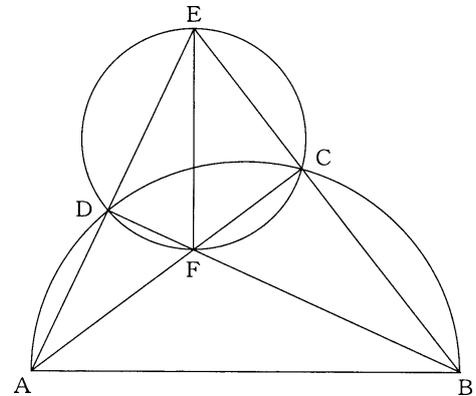
(福井県 2002年度)

(1) $\triangle ABD \sim \triangle FED$ であることを証明せよ。

(2) $AB = BE = 5 \text{ cm}$, $AE = 4 \text{ cm}$ とする。

ア EFの長さを求めよ。

イ $\triangle ABF$ の面積を求めよ。



解答欄

(1)	(証明)	
(2)	ア	cm
	イ	cm ²

【問14】

図のように、 $AB = \sqrt{5}$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 2\sqrt{2}$ cmの $\triangle ABC$ の外接円の中心をOとし、直線AOと外接円との交点のうち、Aと異なるものをDとする。また、Aから辺BCへひいた垂線とBCとの交点をHとし、ADとBCの交点をEとする。

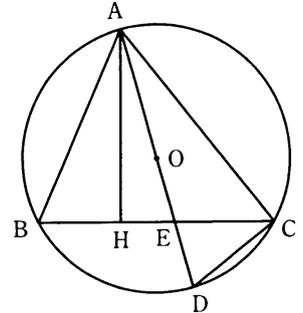
(長野県 2002年度)

(1) $\triangle ABH$ の $\triangle ADC$ を証明しなさい。

(2) 2つの直角三角形 $\triangle ABH$ と $\triangle ACH$ に目をつけて、BHの長さを求めなさい。

(3) 外接円の半径を求めなさい。

(4) $BE:EC$ を求めなさい。



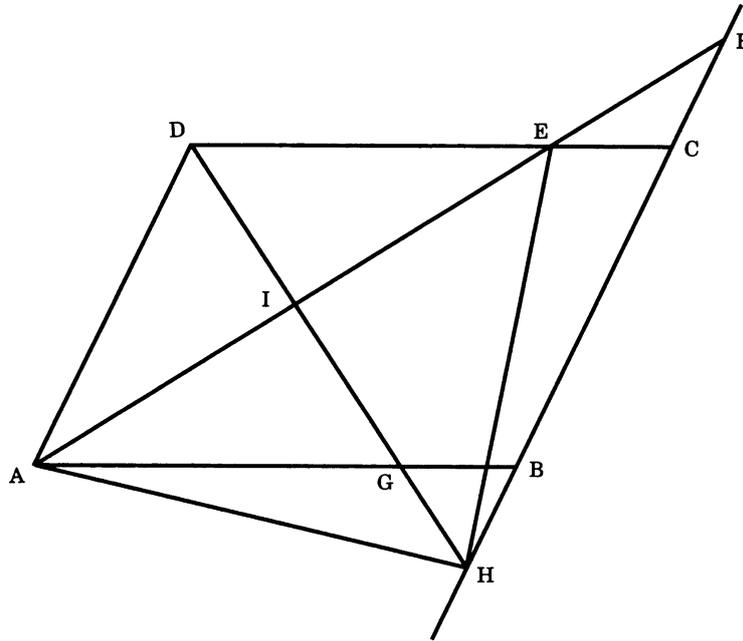
解答欄

(1)		証明
(2)	cm	
(3)	cm	
(4)	:	

【問15】

図のように、 $AB > AD$ である平行四辺形 $ABCD$ があり、 $\angle DAB$ の二等分線と辺 DC の交点を E とし、直線 BC との交点を F 、 $\angle ADC$ の二等分線と辺 AB の交点を G とし、直線 BC との交点を H とする。また、線分 AF と線分 DH の交点を I とする。このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2002年度)



(1) 下のア～エに示した三角形の関係のうち、正しいものはどれか、ア～エからすべて選び、その記号を書きなさい。

- ア. $\triangle DAI \sim \triangle HFI$
- イ. $\triangle DAH \sim \triangle HCD$
- ウ. $\triangle AGD \sim \triangle EDH$
- エ. $\triangle HBG \sim \triangle HCD$

(2) $\triangle ABH \cong \triangle HCE$ であることを証明しなさい。

(3) $AB = 10 \text{ cm}$, $AD = 8 \text{ cm}$ のとき、三角形 IHF の面積と平行四辺形 $ABCD$ の面積の比を求めなさい。ただし、最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

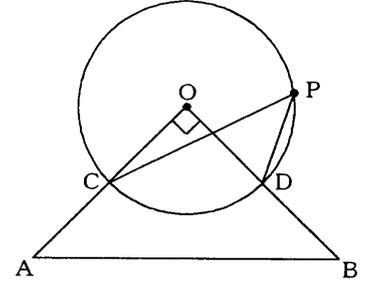
(1)	
(2)	証明
(3)	三角形IHF:平行四辺形ABCD= :

【問16】

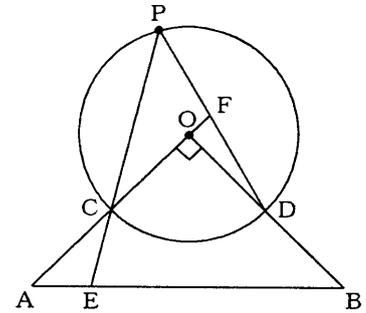
図1のように、 $OA=OB=8\text{ cm}$ 、 $\angle AOB=90^\circ$ の直角二等辺三角形 OAB があり、頂点 O を中心とする半径 4 cm の円 O をかく。直角二等辺三角形 OAB と円 O との交点をそれぞれ C 、 D とする。また、円 O の周上を動く点 P があり、 P と C 、 P と D をそれぞれ結ぶ。ただし、点 P は直角二等辺三角形 OAB の外部にあるものとする。このとき、後の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(滋賀県 2002年度)

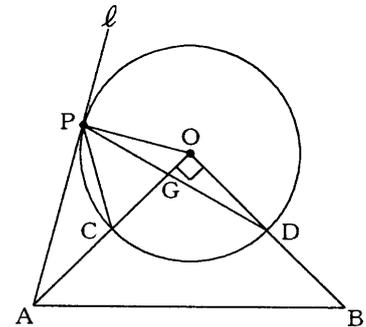
- (1) 点 P が AO の延長上にあるとき、3点 P 、 A 、 D を通る円を、定規とコンパス 図1
を使って作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。



- (2) 図2のように、点 P と C を結んだ延長が AB と交わるとき、その交点を E とし、 AO の延長と PD との交点を F とする。このとき $\triangle ACE \sim \triangle PCF$ であることを証明しなさい。 図2

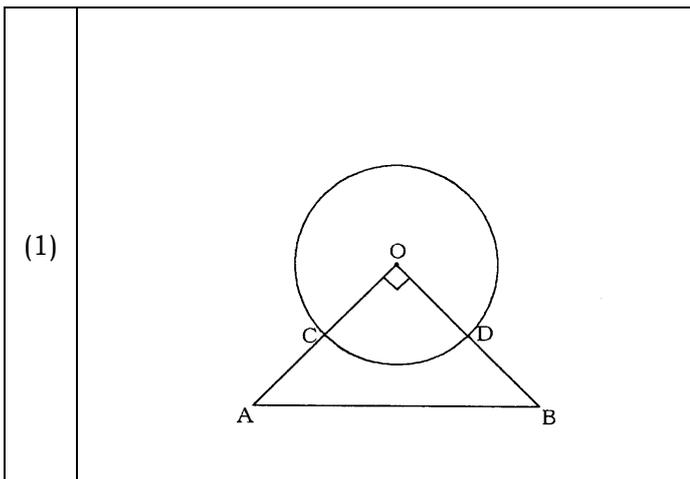


- (3) 図3のように、頂点 A から円 O に接線 ℓ をひく。点 P が接点にあるとき、次の①、②の問いに答えなさい。 図3



- ① 点 P と中心 O を結ぶとき、 $\triangle AOP$ の面積を求めなさい。
- ② AO と PD の交点を G とするとき、 PG と GD の長さの比を求めなさい。

解答欄



(2)

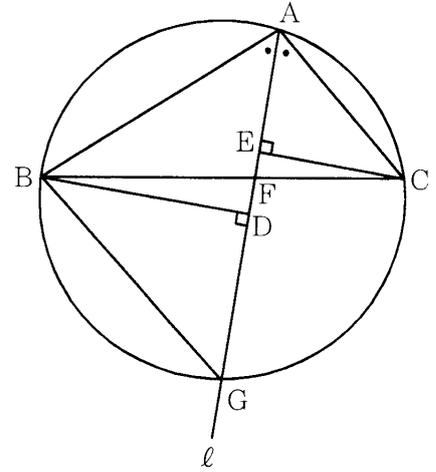
(3)	①	cm ²
	②	:

【問17】

図のように $AB=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $CA=2\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ と $\angle BAC$ の二等分線 ℓ がある。点 B , C から直線 ℓ に垂線をひきそれぞれの交点を D , E とする。また直線 ℓ が BC および $\triangle ABC$ の外接円と交わる点をそれぞれ F , G とする。次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2002年度)

(1) BD と CE の長さの比を求めなさい。



(2) BF の長さを求めなさい。

(3) $\triangle ABG$ と $\triangle AFC$ が相似であることを証明しなさい。

(4) AF の長さを求めなさい。ただし、答えが無理数になるときは、根号を含んだ数で答えなさい。

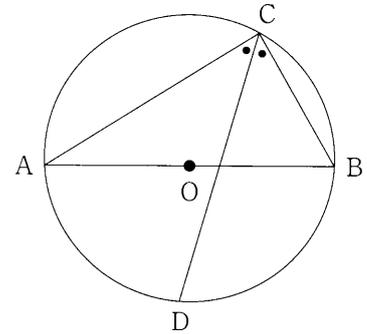
【問18】

図1のように、線分ABを直径、中心をOとする円周上に点Cをとり、 $\angle ACB$ の二等分線と円周との交点をDとする。このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(島根県 2002年度)

問1. 次の1～3に答えなさい。

図1



1. $\angle ACB$ の大きさを求めなさい。

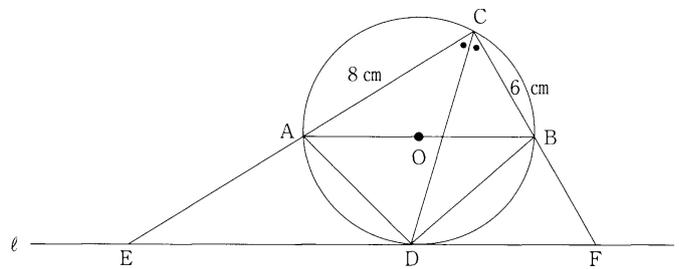
2. $\triangle ADB$ はどんな形の三角形か。次のア～エから最も適当なものを1つ選んで記号で答えなさい。

- ア 正三角形
- イ 直角三角形
- ウ 二等辺三角形
- エ 直角二等辺三角形

3. 解答用紙の図において、 $\angle ACB$ の二等分線を作図しなさい。ただし、作図で用いた線を消さないこと。

問2. 図2のように、点Dを通る円Oの接線を ℓ とし、辺CA、CBを延長した直線と接線 ℓ との交点を、それぞれE、Fとする。線分ACの長さが8 cm、線分BCの長さが6 cmのとき、次の1～3に答えなさい。

図2

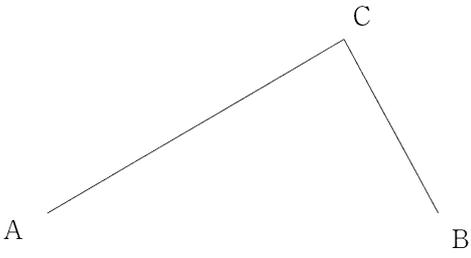


1. 線分ABの長さを求めなさい。

2. $\triangle ADE \sim \triangle BCD$ であることを証明しなさい。

3. $\triangle ADE$ の面積は、 $\triangle BCD$ の面積の何倍となるか、求めなさい。

解答欄

問1	1	。
	2	
	3	<p>作図</p> 
1	cm	
2	証明	
3	倍	

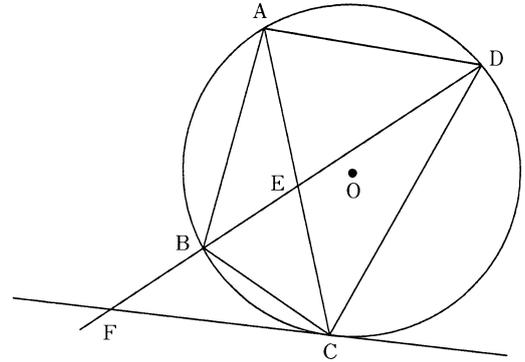
【問19】

図のように、円Oに内接する四角形ABCDがあります。対角線AC, BDの交点をEとし、 $DA=DE$ とします。また、DBの延長と点Cにおける円Oの接線との交点をFとします。これについて、次の(1)・(2)に答えなさい。

(広島県 2002年度)

(1) $\triangle ACD \sim \triangle EFC$ であることを証明しなさい。

(2) 円Oの半径が7 cm, $\angle ABD = 45^\circ$ のとき、線分DEの長さを求めなさい。



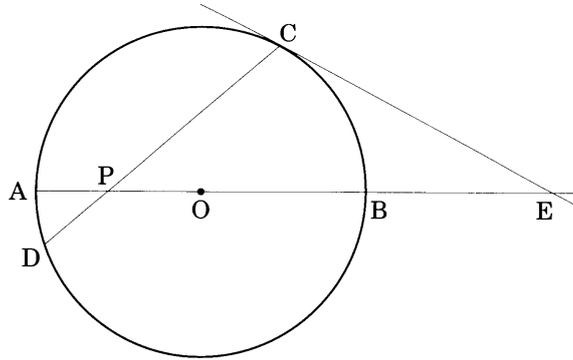
解答欄

(1)	<p>[仮定] 図において、四角形ABCDは円Oに内接, $DA=DE$, CFは円Oの接線</p> <p>[結論] $\triangle ACD \sim \triangle EFC$</p> <p>[証明]</p>
(2)	cm

【問20】

図のように、線分ABを直径とする円Oがある。線分AO上の点Pで交わる弦CDをひき、点Cにおける接線と線分ABを延長した直線との交点をEとする。このとき、次の(1)~(3)に答えなさい。

(徳島県 2002年度)



- (1) $\angle BOC = 50^\circ$ のとき、 $\angle CEO$ および $\angle ACE$ の大きさを、それぞれ求めなさい。
- (2) 7点A, B, C, D, E, O, Pのうちの3点を頂点とする三角形の中から、相似である2つの三角形を見つけ、答えの欄の()に書きなさい。また、その2つの三角形が相似であることを証明しなさい。ただし、2つの三角形は合同でないものとする。
- (3) $PD = PO$, $\widehat{AD} = a \text{ cm}$ のとき、 \widehat{BC} の長さは何cmか、 a を用いて表しなさい。ただし、 \widehat{AD} , \widehat{BC} の長さは、いずれも円Oの円周の長さの $\frac{1}{2}$ より短いものとする。

解答欄

(1)	$\angle CEO$	度
	$\angle ACE$	度
(2)	(△)と(△)は相似である。	
	証明	
(3)	cm	

【問21】

線分ABを直径とする円Oがあり、 $AB=4$ cmである。図1のように、円Oの周上に点A、Bと異なる位置に点Cをとり、 $\angle BAC$ の二等分線が、線分BC、弧 \widehat{BC} と交わる点をそれぞれ点D、Eとする。このとき、次の問いに答えなさい。(円周率は π を用いること。)

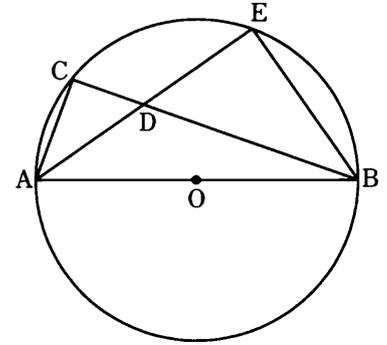
(愛媛県 2002年度)

1. $\triangle ABE \sim \triangle BDE$ であることを証明せよ。

2. $BD=3$ cmとすると、

(1) $AE:BE$ を最も簡単な整数の比で表せ。

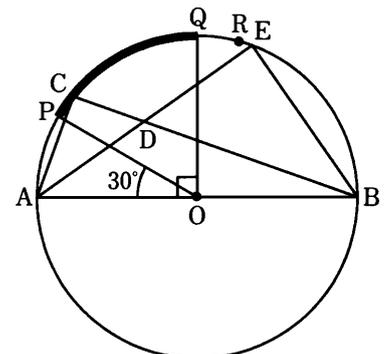
図1



(2) $\triangle ABE$ の面積を求めよ。

3. 図2のように、円Oの周上に、 $\angle AOP=30^\circ$ 、 $\angle AOQ=90^\circ$ となる点P、Qをとる。点Cが太線で表した弧 \widehat{PQ} 上を点Pから点Qまで動くとき、点Eが動いてできる線を解答用紙の図にかき入れよ。また、その線の長さを求めよ。ただし、点Cが点Pの位置にあるとき、点Eは点Rの位置にあるものとする。

図2



解答欄

1	証明	
2	(1)	AE:BE=():()
	(2)	cm ²
3		
	cm	

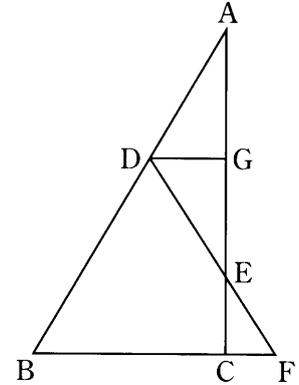
【問22】

AB=10 cm, BC=5 cm, $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形ABCがある。図のように、辺AB上にAD:DB=2:3となる点D, 辺AC上にAE:EC=3:1となる点Eをとり、点Dと点Eを通る直線と辺BCを延長した直線との交点をFとする。また、点Dを通り、辺BCに平行な直線をひき、辺ACとの交点をGとする。

(1)は指示にしたがって答え(2), (3)は の中であてはまる最も簡単な数を記入せよ。

(福岡県 2002年度)

(1) 上の図において、相似な三角形を1組選び、その2つの三角形が相似であることを右の の中に証明せよ。



証明

(2) 線分DGの長さは cm である。

(3) BC:CF= : である。

解答欄

(1)	証明	
(2)		
(3)		

【問23】

図のように、半径2 cmの円Oに点Aから2本の接線をひき、接点をB, Cとする。また、直線AOと円Oとの交点を点Aに近い方からP, Qとする。∠BAC=90° のとき、次の(1)~(4)の各問いに答えなさい。

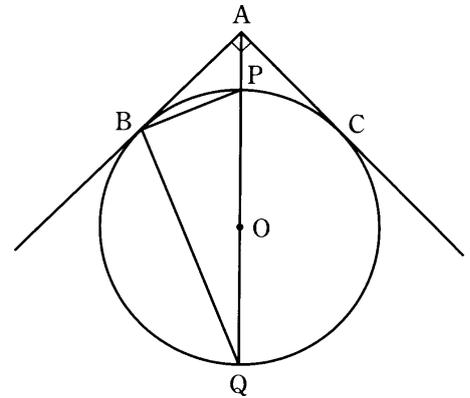
(佐賀県 2002年度)

(1) △ABPの△AQBであることを証明しなさい。

(2) 点Pをふくむ \widehat{BC} の長さを求めなさい。

(3) ∠ABPの大きさを求めなさい。

(4) △ABPの面積を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	cm
(3)	度
(4)	cm ²

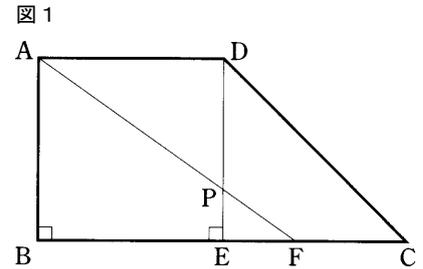
【問24】

図1～図3のように、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ があり、 $AB=AD$ で、点 E は辺 BC の中点である。また、 $\angle ABE = \angle BED = 90^\circ$ のとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2002年度)

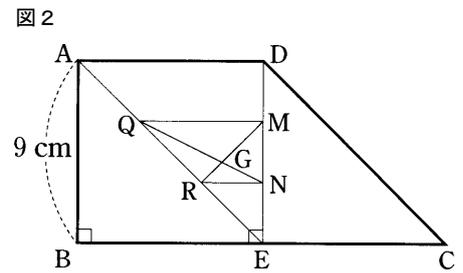
問1. 図1において、線分 EC 上の点を F とし、2つの線分 AF と DE の交点を P とすると、次の(1)、(2)に答えよ。

- (1) $\triangle APD \sim \triangle FPE$ であることを証明せよ。
- (2) $\angle DAP = 36^\circ$ であるとき $\angle DPF$ の大きさは何度か。

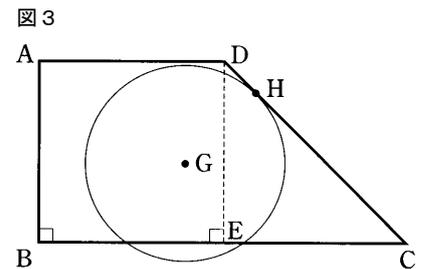


問2. 図2, 図3において、 $AB=9$ cmとする。図2のように線分 DE 上に $DM=MN=NE$ となる2点 M, N をとる。また、辺 AD と平行で、点 M, N を通る直線をそれぞれひき、線分 AE との交点を Q, R とする。さらに、2つの線分 QN と MR の交点を G とすると、次の(1)～(3)に答えよ。

- (1) 線分 QM の長さは何cmか。
- (2) 線分 MG の長さは何cmか。



(3) 図3のように、点 G を中心とし、辺 CD に点 H で接する円がある。このとき、円の面積は何 cm^2 か。



解答欄

問1	(1)	証明
	(2)	。
問2	(1)	cm
	(2)	cm
	(3)	cm^2

【問25】

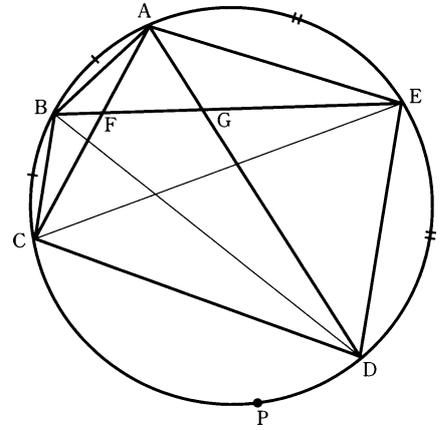
図のように、円に内接する五角形ABCDEにおいて、線分BEと線分AC、ADとの交点をそれぞれF、G、
 円周上で \widehat{CAD} 上にない点をPとする。 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$ 、 $\widehat{AE}=\widehat{ED}$ 、 $BC \parallel ED$ であるとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(大分県 2002年度)

(1) $\triangle ABF \sim \triangle EAG$ であることを証明しなさい。

(2) $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。

(3) $AF=2 \text{ cm}$ 、 $BF=1 \text{ cm}$ であり、点Pが点Cと点Dの間を動くとき、 $\triangle CPD$ の面積の最大値を求めなさい。



解答欄

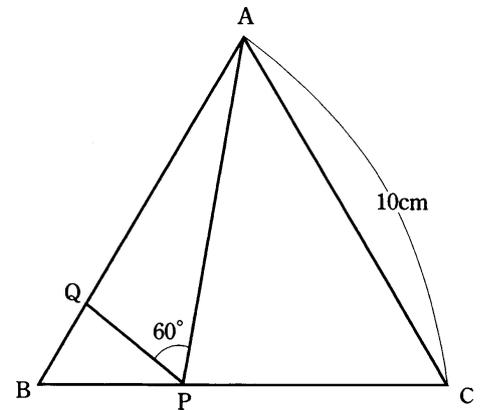
(1)	証明	
	(2)	度
(3)	cm^2	

【問26】

図のように、1辺の長さが10 cmの正三角形ABCがある。2点P, Qをそれぞれ、辺BC, 辺AB上に $\angle APQ = 60^\circ$ になるようにとるとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2002年度)

問1. $\triangle ACP \sim \triangle PBQ$ であることを次のように証明した。をうめて証明を完成させなさい。



証明

$\triangle ABC$ は正三角形であるから

$$\angle B = \angle C = 60^\circ \dots \text{①}$$

また,

$$\angle CPA + \angle CAP = \text{ア}^\circ$$

$$\angle CPA + \angle BPQ = \text{ア}^\circ$$

であるから,

$$\angle CAP = \angle BPQ \dots \text{②}$$

①, ②より, $\triangle ACP$ と $\triangle PBQ$ において,

三角形の相似条件の「イ」が成り立つ。

したがって, $\triangle ACP \sim \triangle PBQ$

問2. $BP = 4$ cmのとき, BQ の長さを求めなさい。

解答欄

問1	ア	°
	イ	
問2	cm	