

## 6. 二次方程式の利用 ① 整数・規則性関係・その他

**【問1】**

ある数  $x$ ,  $y$  があり,  $x$  を2乗して4をひいた数は,  $y$  を3倍して1を加えた数と等しくなる。 $x$  と  $y$  の関係を等式で表しなさい。

(秋田県 2003 年度)

--

**【問2】**

ある正の数  $x$  を2乗して5を加えるところを, 間違えて  $x$  を2倍して5を加えたので, 正しい答えより24小さくなった。ある正の数  $x$  を求めよ。

(京都府 2003 年度)

$x=$
------

**【問3】**

次の, 先生とAさん, Bさんの会話文を読んで, 下の(1), (2)に答えなさい。

(山口県 2003 年度)

先生: 連続する3つの正の整数があります。一番小さい数と一番大きい数の積から真ん中の数の2倍をひくと62になっています。方程式を使って, この連続する3つの正の整数を求めてごらん。

Aさん: 3つの正の整数のうち, 真ん中の数を  $x$  として方程式をつくると  $(x-1)(x+1)-2x=62$  となりました。

Bさん: 一番小さい数を  $x$  として方程式をつくることもできると思います。

先生: そうだね。どちらの方程式でも求めることができるんだよ。

(1) 下線部の方法で方程式をつくりなさい。

(2) 会話文で先生が問いかけている連続する3つの正の整数を求めなさい。

(1)	
(2)	, ,

【問4】

図は、ある月のカレンダーである。この中のある数を  $x$  とする。 $x$  のすぐ真上の数と  $x$  の右どなりの数をかけたものは、 $x$  に 3 を加えた数を9倍したものに等しい。このとき、 $x$  を求めなさい。

ただし、 $x$  についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(佐賀県 2003 年度)

日	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

【問5】

ある数  $x$  を2乗すると  $x$  より 2 大きくなります。このとき、ある数  $x$  をすべて求めなさい。

(宮城県 2005 年度)

【問6】

ある正の整数  $a$  を2乗してから3倍しなければならないのに、誤って3倍してから2乗したため、答えが 216 大きくなってしまった。このとき、 $a$  の値を求めなさい。

(茨城県 2005 年度)

$a =$

【問7】

$a, b, c$  の3つの正の数があり、これらは次の①、②の関係を満たしている。

- ①  $b$  は  $a$  より 12 大きく、 $c$  は  $a$  の2倍である。
- ②  $c$  の2乗から  $a$  の2乗を引くと、 $b$  の6倍になる。

このとき  $a, b, c$  の値を次のようにして求めた。□ア □イ □ウ □エ □オ □カ □キ □ク に適する数や式を答えなさい。

図3

$2x$	$y$	4
$-y$	3	
2		

(島根県 2005 年度)

(解答)  $a$  を  $x$  とするとき、 $b, c$  を  $x$  を用いて表すと、

①より  $b$  は □ア,  $c$  は □イ と表せる。

これを用いると②は、( □イ )<sup>2</sup> -  $x^2$  =  $6 \times$  ( □ア ) と書け、

これを整理すると、 $x^2 - 2x -$  □ウ = 0 となり、

これを解いて  $x =$  □エ, □オ であるが、 $a > 0$  より  $a =$  □カ となる。

よって、①より  $b =$  □キ,  $c =$  □ク (これは条件を満たす)

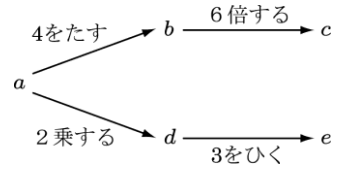
答  $a =$  □カ,  $b =$  □キ,  $c =$  □ク

ア	イ	ウ	エ
オ	カ	キ	ク

【問8】

図は、整数  $a, b, c, d, e$  の関係を表したものである。 $a$  に 4 をたすと  $b$  に、 $b$  を 6 倍すると  $c$  になる。また、 $a$  を 2 乗すると  $d$  に、 $d$  から 3 をひくと  $e$  になる。このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(高知県 2005 年度)



- (1)  $d$  を  $b$  の式で表せ。
- (2)  $c$  が  $a$  の3倍に等しくなるとき、 $c$  の値を求めよ。
- (3)  $a$  が正の数であるとき、 $c$  と  $e$  が等しくなるような  $a$  の値を求めよ。

(1)	$d =$
(2)	$c =$
(3)	$a =$

【問9】

連続する3つの正の整数がある。まん中の数の2倍に 27 をたした数が、最も大きい数の2乗から最も小さい数の2倍をひいた数に等しい。このとき、連続する3つの整数を求めなさい。

ただし、方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(佐賀県 2005 年度)

【問 10】

由美さんのクラスでは、調理実習でドーナツとカップケーキをつくることにした。主な材料は、それぞれ次のようになっていた。このとき、次のア、イの問いに答えなさい。

ドーナツ (8個分)	カップケーキ (8個分)
小麦粉 160 g	小麦粉 100 g
砂糖 (小麦粉の重さの25%の量)	砂糖 100 g
卵 1個	牛乳 30ml
⋮ ⋮	卵 2個
⋮ ⋮	⋮ ⋮

(宮崎県 2005 年度)

ア ドーナツをつくる時、砂糖は小麦粉の重さの 25% の量を使う。ドーナツ1個あたりの砂糖の量は何 g ですか。

イ ドーナツとカップケーキをあわせて 80 個つくったら、小麦粉を 1420 g 使った。ドーナツを  $x$  個、カップケーキを  $y$  個として連立方程式をつくり、ドーナツとカップケーキの個数をそれぞれ求めなさい。(式と計算の過程も書きなさい。)

ア		g
イ	答 ドーナツ _____ 個, カップケーキ _____ 個	

【問 11】

一郎さんは、傾きの変わらない長い坂道で、ボールを足で押さえて立っていましたが、足をはなしたら、ボールが転がり始めました。ボールが転がり始めてから 3 秒後に、一郎さんがボールを追いかけて始めたところ、坂道の途中でボールに追いつきました。ボールは転がり始めてから  $t$  秒間に  $\frac{1}{3}t^2$  m 進み、一郎さんは毎秒 4 m の速さで追いかけてきました。このとき、一郎さんがボールを追いかけて始めてから追いつくまでの時間を求めなさい。ただし、一郎さんがボールを追いかけて始めてから追いつくまでの時間を  $x$  秒として方程式をつくり、それを解く過程も書きなさい。

(岩手県 2007 年度)

一郎さんがボールを追いかけて始めてから追いつくまでの時間を  $x$  秒とする。

答 \_\_\_\_\_ 秒

【問 12】

$a$  を自然数、 $b$  を素数とすると、 $a^2 - 16 = 3b$  を満たす  $a, b$  の値の組をすべて求めなさい。求め方も書くこと。

(大阪府 前期 2007 年度)

求め方

$a, b$  の値の組

【問 13】

2けたの自然数がある。この自然数の一の位の数は十の位の数より3小さい。また、十の位の数の2乗は、もとの自然数より15小さい。もとの自然数の十の位の数を $a$ として方程式をつくり、もとの自然数を求めなさい。

(栃木県 2009 年度)

答 (            )
------------------

【問 14】

ある正の数 $x$ に4を加えて2乗するところを、誤って、 $x$ に2を加えて4倍したため、正しい答えより29小さくなった。この正の数 $x$ を求めなさい。

(千葉県 2009 年度)

$x =$
-------

【問 15】

次の表は、1 から 50 までの連続する自然数を、上から下へ 5 つずつ、左から右へ、順に並べたものである。

1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
2	7	12	17	22	27	32	37	42	47
3	8	13	18	23	28	33	38	43	48
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

明さんは、この表から「縦に並んだ連続する 3 つの自然数で、 $3^2+4^2=5^2$  のように、小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合がある」ことを見つけた。次に、明さんは、表で  の 12, 17, 22 や 24, 29, 34 などのような順に、横に並んだ 3 つの自然数に着目した。そして「横に並んだ 3 つの自然数で、小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合はあるだろうか」という疑問をもち、最も小さい数を  $x$  として、二次方程式をつくって考えることにした。

(長野県 2009 年度)

- (1) 横に並んだ 3 つの自然数のうち、最も大きい数を、 $x$  を用いた文字の式で表しなさい。
- (2)  $x$  についての二次方程式をつくりなさい。
- (3) 小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる横に並んだ 3 つの自然数を求め、左から小さい順に書きなさい。

(1)			
(2)			
(3)			

【問 16】

連続した 3 つの正の整数がある。最も小さい数とまん中の数の和の 3 倍は、最も大きい数の 2 乗より 64 小さくなる。最も小さい正の整数を  $x$  として二次方程式をつくり、それを解いて連続した 3 つの正の整数を求めよ。

(愛媛県 2009 年度)

解

最も小さい正の整数を  $x$  とすると、

答 \_\_\_\_\_



【問 17】

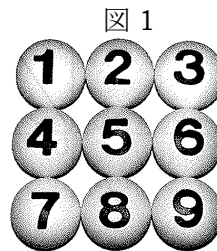
同じ大きさの玉を使い、【規則】①、②にしたがって、 $n$  段重ねの立体をつくる。ただし、 $n$  は 2 以上の自然数とする。このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(鹿児島県 2009 年度)

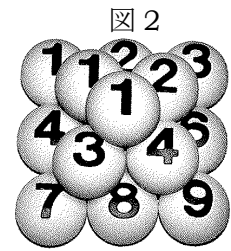
【規則】

- ① いちばん下の段には、縦横に  $n$  個ずつの玉を、正方形の形にぴったりとつめて並べ、1 から順に自然数の番号を 1 つずつつける。たとえば、 $n=3$  のときは図 1 のようになる。
- ② 下の段において、縦横に 2 個ずつ隣り合って並んでいる 4 個の玉のすべての間に、玉を 1 個ずつ積み重ねて上の段をつくり、①と同じように 1 から順に自然数の番号を 1 つずつつける。この操作を、いちばん上の段の玉が 1 個になるまで続ける。たとえば、 $n=3$  のときは図 2 のようになる。

問1 4 段重ねの立体をつくるには、全部で何個の玉が必要か。



問2 6 段重ねの立体で、5 の倍数の番号のついた玉は全部で何個あるか。



問3 図 2 の 3 段重ねの立体では、ちょうど 2 回使われる番号は 2, 3, 4 であり、それぞれ玉は、2 個ずつ全部で 6 個ある。 $n$  段重ねの立体で、ちょうど 2 回使われる番号のついた玉は、全部で何個あるか。 $n$  を用いて表せ。

問4  $n$  段重ねの立体をつくる時、下から 2 段目まで積み重ねたところ、ちょうど 145 個の玉を必要とした。このとき、 $n$  の値を求めよ。ただし、 $n$  についての方程式と計算過程も書くこと。

問1	個
問2	個
問3	個

問4	方程式と計算過程
答 $n=$	

【問 18】

大小 2 つの長方形の花だんがある。小さい花だんのまわりの長さは 28 m で、縦は横よりも短い。大きい花だんの縦と横の長さは、小さい花だんの縦と横の長さよりそれぞれ 2 m ずつ長い。大きい花だんの面積は、小さい花だんの面積の 2 倍より  $13 \text{ m}^2$  小さい。このとき、小さい花だんの縦の長さを求めなさい。求める過程も書きなさい。

(福島県 2010 年度)

[求める過程]

答 小さい花だんの縦の長さ \_\_\_\_\_ m

【問 19】

ある正の数  $x$  がある。 $x$  の 2 乗から 12 をひいた数は、 $x$  に 6 を加えて 2 倍した数に等しい。このとき、 $x$  の値を求めよ。 $x$  の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

(香川県 2010 年度)

[ $x$  の値を求める過程]

答  $x$  の値 \_\_\_\_\_

【問 20】

連続した 3 つの自然数があり、最も大きい数と 2 番目に大きい数の 2 つの数の積は、最も小さい数の 6 倍より 20 大きくなった。

このとき、最も小さい自然数を  $x$  として、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

(佐賀県 後期 2011 年度)

(1) 最も大きい数と 2 番目に大きい数を、それぞれ  $x$  を使って表しなさい。

(2) 3 つの自然数を求めなさい。ただし、 $x$  についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(1)	最も大きい数	
	2 番目に大きい数	
(2)		