４－３．平面図形　相似の証明 複合問題ほか 2005年度出題

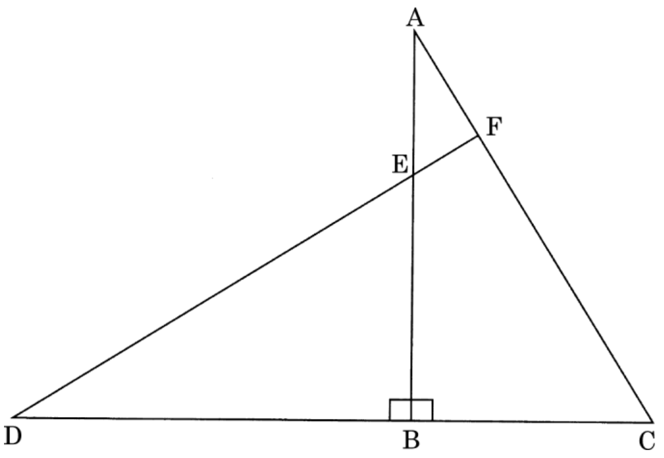
【問１】

図は，∠ABC＝90°，AB＞BCである直角三角形ABCと，∠DBE＝90°，DB＞BEである直角三角形DBEを組み合わせたもので，点Eは辺AB上にあり，△ABC≡△DBEとなっています。辺DEの延長と辺ACとの交点をFとするとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（岩手県 2005年度）

⑴　△AEF∽△DEBであることを証明しなさい。

⑵　AB＝4 cm，BC＝3 cmであるとき，EFの長さを求めなさい。



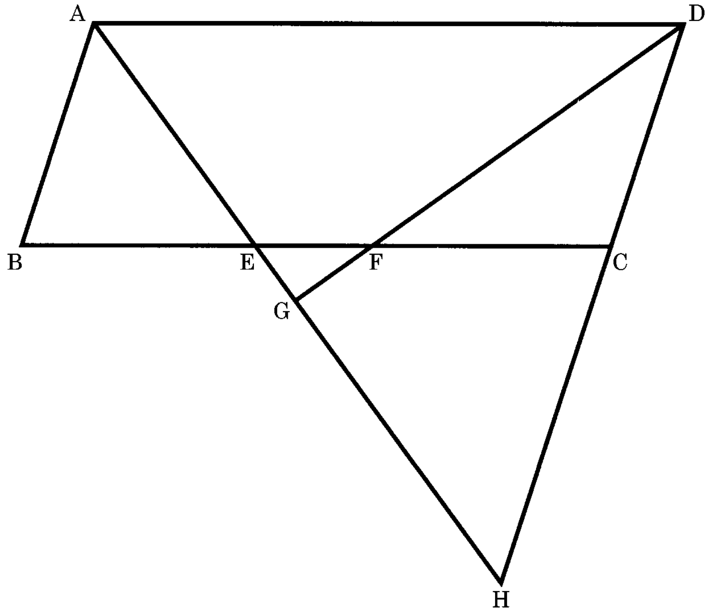
解答欄

(1)	証明
(2)	cm

【問２】

図のような平行四辺形ABCDがある。∠Aの二等分線と辺BCとの交点をE，∠Dの二等分線と辺BCとの交点をF，∠Aの二等分線と∠Dの二等分線との交点をGとする。また，DCの延長と∠Aの二等分線との交点をHとする。このとき，△GFE∽△GDHであることを証明しなさい。

（茨城県 2005年度）



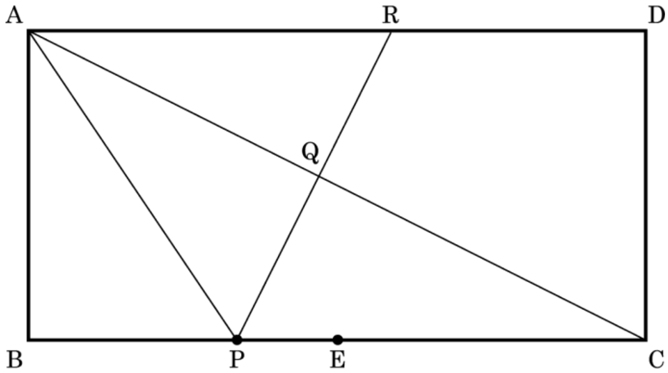
解答欄

証明

【問３】

図で，四角形ABCDは，AD＝2ABの長方形である。頂点Aと頂点Cを結ぶ。辺BCの中点をEとする。辺BC上を頂点Bから点Eまで動く点をPとする。点Pを通り，対角線ACと垂直に交わる直線をひき対角線ACとの交点をQ，辺ADとの交点をRとする。頂点Aと点Pを結ぶ。次の各問に答えよ。

（東京都 2005年度）



問１．∠BAPの大きさをa°として，aのとる値の範囲を不等号を使って，$\boxed{}$ ≦a≦ $\boxed{}$ で表せ。

問２．△ABC∽△PQCであることを証明せよ。

問３．AB＝4 cmで，点Pが点Eと一致するとき，四角形RQCDの面積は何cm^2か。

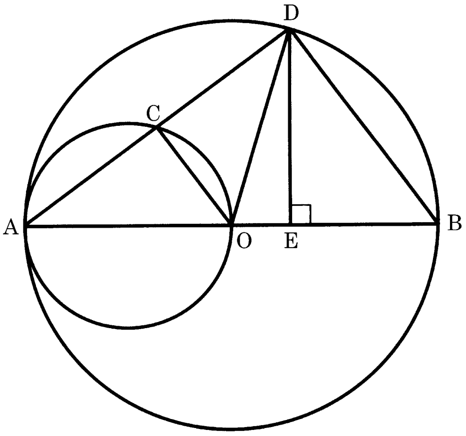
解答欄

問１	≦a≦
問２	証明 △ABC と△PQC において， △ABC∽△PQC
問３	cm^2

【問４】

図のように，円Oの直径をABとし，半径OAを直径とする円の円周上に点Cをとる。また，直線ACと円Oとの交点をD，AB⊥DEとなる線分AB上の点をEとする。ただし，点Cは，点A，Oと異なる点とする。このとき，次の１～３に答えなさい。

（山梨県 2005年度）



１．∠OAC＝40°となるように点Cをとるとき，∠ODEの大きさを求めなさい。

２．△OBDが正三角形となるように点Cをとる。△OBDの１辺の長さを4 cmとするとき，線分OCの長さを求めなさい。

３．点Cを円周上のどこにとっても，△BDEと相似となる三角形を図の中から１つ見つけて書きなさい。また見つけた三角形と△BDEが相似となることを証明しなさい。

解答欄

1	度
2	cm
3	△BDE と相似な三角形 … △＿＿＿＿＿＿＿ 証明

【問５】

図４は，AB＝a cm，BC＝4 cmの長方形ABCDをEFを折り目として，頂点Bが辺AD上の点Pにくるように折り返したものである。このとき，頂点Cが移動した点をQ，DFとPQの交点をRとする。次の①，②の問いに答えなさい。

（滋賀県 2005年度）

図４

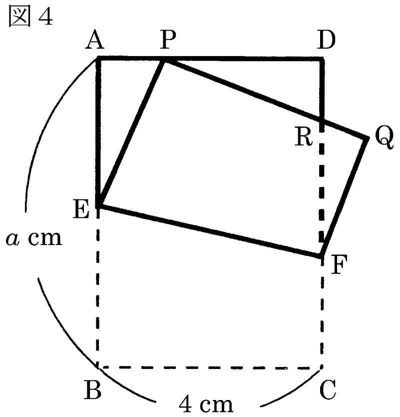
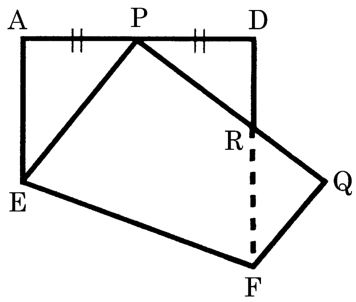


図５



①　△PDR∽△FQRを証明しなさい。

②　図５のように，点PがADの中点にあるとき，△PDRと△FQRの面積が等しくなった。このときのaの値を求めなさい。

解答欄

①	証明
②	a=

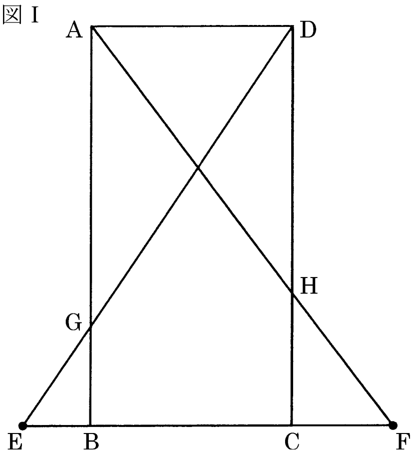
【問６】

図Ⅰ，図Ⅱにおいて，四角形ABCDはAB＝12 cm，AD＝6 cmの長方形である。Eは，直線BC上にあってBについてCと反対側にある点である。Fは，直線BC上にあってCについてBと反対側にある点である。Gは辺ABと直線DEとの交点であり，Hは辺DCと直線AFとの交点である。BE＝2 cm，CF＝3 cmである。次の問いに答えなさい。

（大阪府 前期 2005年度）

(1) 図Ⅰにおいて，線分AFの長さを求めなさい。

図Ⅰ

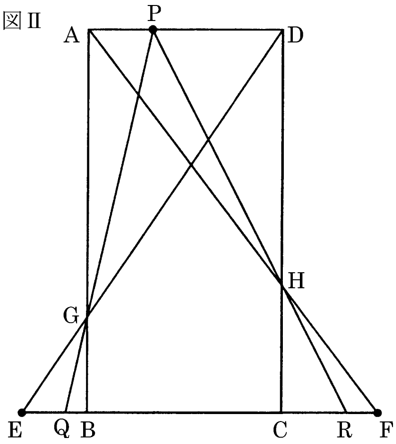


(2) 図Ⅱにおいて，Pは辺AD上にあってA，Dと異なる点である。Qは直線PGと直線BCとの交点であり，Rは直線PHと直線BCとの交点である。AP＝x cmとし，$0<x<6$とする。

① 線分PDの長さと線分CRの長さとの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。また，線分CRの長さをxの式で表しなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

② AP＝x cmのときの線分QRの長さをy cmとする。yをxの式で表しなさい。

図Ⅱ

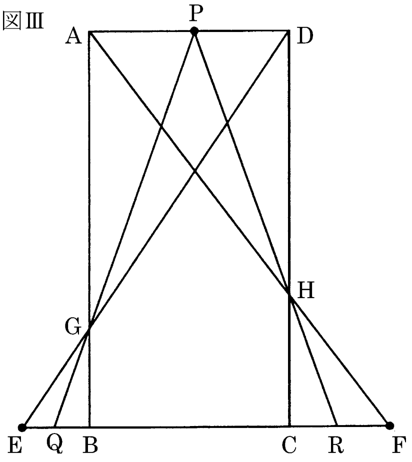


(3) 図Ⅲは，図ⅡにおいてPQ＝PRであるときの状態を示している。図Ⅲにおいて，

① △AGP∽△DHPであることを証明しなさい。

② 線分APの長さを求めなさい。

図Ⅲ



解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>①</td><td>求め方

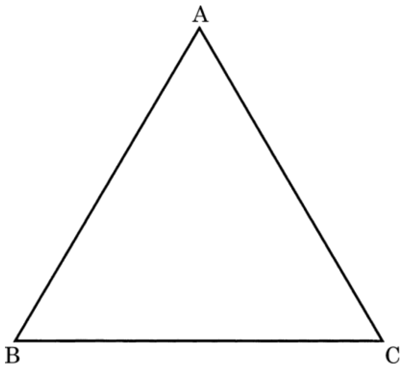
PD：CR＝　　：
線分CRの長さ　　　cm</td></tr>
<tr><td>②</td><td>y＝</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td>①</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>②</td><td>cm</td></tr>
</table>

【問７】

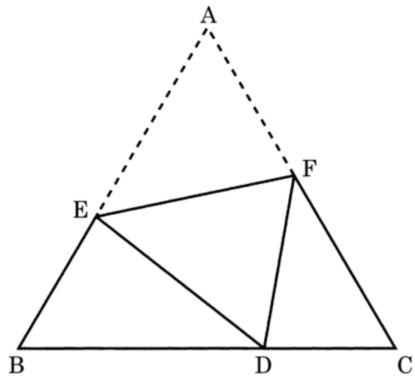
図Ⅰで，△ABCは１辺の長さが6 cmの正三角形とする。図Ⅱのように，辺BC上にBD＝4 cmとなる点Dをとり，頂点Aが点Dと重なるように線分EFを折り目として折り返すと，BE＝$\frac{5}{2}$cmとなった。このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2005年度）

図Ⅰ



図Ⅱ



問１．折り目EFを定規とコンパスを使って作図しなさい。なお，作図に用いた線は，消さずに残しておきなさい。

問２．△BDE∽△CFDであることを証明したい。下の $\boxed{}$ に，必要なことを述べて，証明を完成させなさい。

$\boxed{証明}$　△BDEと△CFDで，

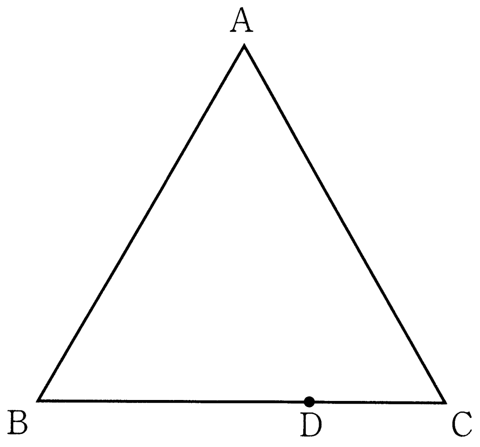
$\boxed{}$

△BDE∽△CFD

問３．線分CFの長さを求めなさい。

問４．四角形BCFEの面積を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td>
</td></tr>
<tr><td>問２</td><td>証明
△BDE と△CFD で，

△BDE∽△CFD</td></tr>
<tr><td>問３</td><td>CF＝　　　　　　　cm</td></tr>
<tr><td>問４</td><td>　　　　　　　cm²</td></tr>
</table>

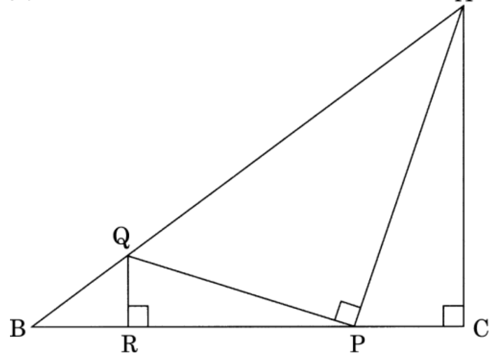
【問８】

図１のように，∠C=90°の直角三角形ABCの辺BC上に点Pをとる。また，AP⊥PQとなるように辺AB上に点Qをとり，さらに，BC⊥QRとなるように辺BC上に点Rをとる。次の問１，問２に答えなさい。

（島根県 2005年度）

問１．△APC∽△PQRであることを証明しなさい。

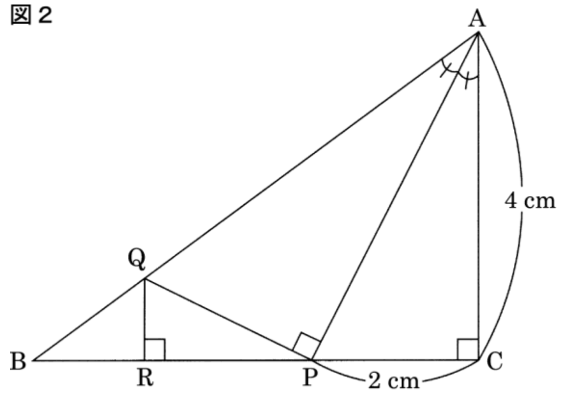
図１



問２．図２のように，APが∠Aの二等分線となるように点Pをとったとき，AC＝4 cm，PC＝2 cmであった。次の１～４に答えなさい。

１．解答用紙の図において，∠Aの二等分線を作図しなさい。ただし，作図で用いた線は消さないこと。

図２

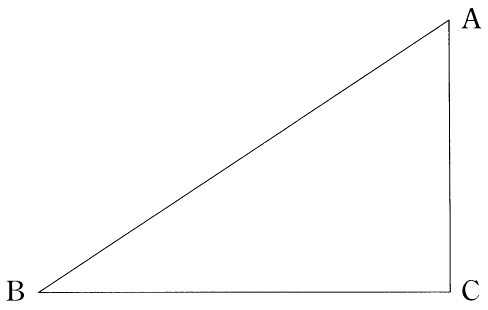


２．線分APの長さを求めなさい。

３．線分PQの長さを求めなさい。

４．△ABCの面積を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td rowspan="4">問２</td><td>1</td><td>作図
</td></tr>
<tr><td>2</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>3</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>4</td><td>cm²</td></tr>
</table>

【問９】

図のように，線分ABを直径とする円Oの円周上に２点A，Bと異なる点Cをとり，点Cを含まない弧$\overset{\frown}{AB}$上に２点A，Bと異なる点Dを弧$\overset{\frown}{AD}$の長さが弧$\overset{\frown}{AC}$の長さより短くなるようにとる。ただし，弧$\overset{\frown}{AC}$，弧$\overset{\frown}{AD}$はどちらも点Bを含まない弧である。点Aと点C，点Bと点C，点Aと点D，点Cと点Dをそれぞれ結ぶ。また点Cを通り線分ABに垂直な直線をひき，線分ABとの交点をE，線分ADの延長との交点をFとする。このとき，①では指示に従って答え，②では $\boxed{}$ に適当な数を書き入れなさい。

（岡山県 2005年度）

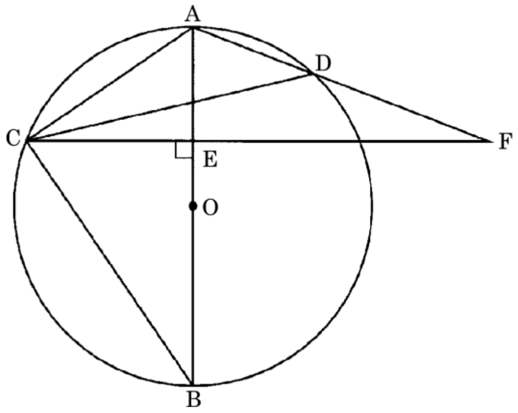
① △ACD∽△AFCを証明しなさい。

② AB＝8 cm，AD＝2 cm，∠ABC＝30° であるとき，

AC＝ $\boxed{（ア）}$ cm，AF＝ $\boxed{（イ）}$ cmである。

また△CFDの面積は $\boxed{（ウ）}$ cm²であり，

CD＝ $\boxed{（エ）}$ cmである。



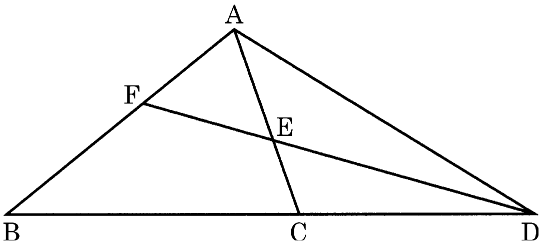
解答欄

①	証明			
②	(ア) cm		(イ) cm	
	(ウ) cm²		(エ) cm	

【問10】

図のように，△ABCの辺BCの延長上に，∠CBA＝∠CADとなる点Dをとる。∠ADCの二等分線が辺AC，ABと交わる点をそれぞれE，Fとする。次の⑴，⑵に答えなさい。

（山口県 2005年度）



⑴　△ADF∽△CDEであることを証明しなさい。

⑵　AE＝3 cm，EC＝2 cm，CD＝6 cmのとき，線分BCの長さを求めなさい。

解答欄

(1)	証明
(2)	cm

【問11】

図のように，点Oを中心とし，線分ABを直径とする半径5 cmの半円がある。$\overset{\frown}{AB}$上に，２点C，Dをとり，直線ACと直線BDの交点をEとする。また，線分ADと線分BCの交点をFとする。このとき，∠ABC＝15°，∠AEB＝45° である。次の⑴～⑷に答えなさい。

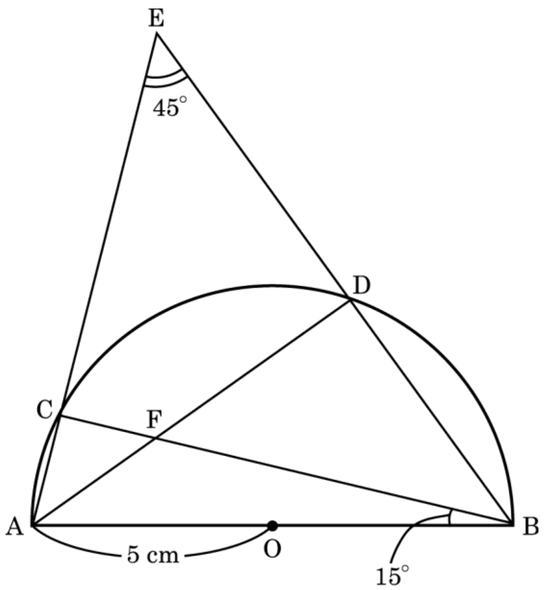
（徳島県 2005年度）

⑴　△EAD∽△EBCを証明しなさい。

⑵　∠AFBは何度か，求めなさい。

⑶　$\overset{\frown}{AD}$と$\overset{\frown}{DB}$の長さの比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

⑷　△ABEの面積を求めなさい。



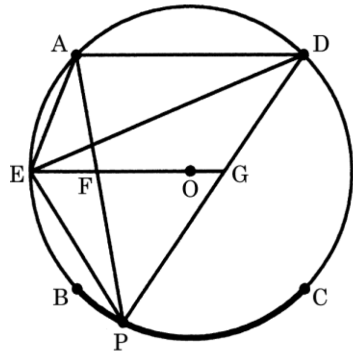
解答欄

(1)	証明
(2)	度
(3)	$\overset{\frown}{AD}$: $\overset{\frown}{DB}$＝　　：
(4)	cm^2

【問12】

図のように，半径2 cmの円Oの円周を４等分する点をA，B，C，Dとし，太線で表した$\overset{\frown}{BC}$上に点Pをとり，円の中心Oを通り線分ADに平行な直線と$\overset{\frown}{AB}$，線分AP，DPとの交点をそれぞれE，F，Gとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県 2005年度）



１．△AEPにおける∠APEの大きさを求めよ。

２．△AEP∽△DGEであることを証明せよ。

３．点Pは太線で表した$\overset{\frown}{BC}$上を，点Bから点Cまで動く。線分FGの長さが最も短くなるときの，線分FGの長さを求めよ。

解答欄

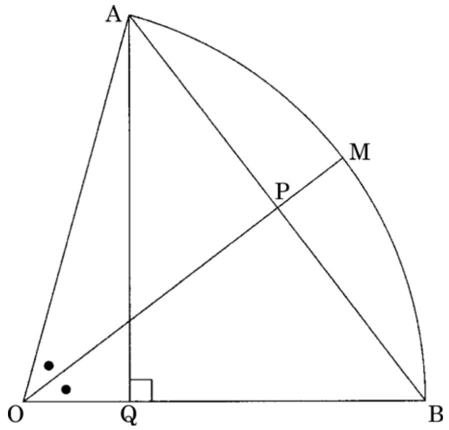
1	度
2	証明
3	cm

【問13】

図のようなおうぎ形OABがある。∠AOBの二等分線と$\overset{\frown}{AB}$の交点をMとし，ABとOMの交点をPとする。また点AからOBにひいた垂線とOBの交点をQとする。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（佐賀県 2005年度）

⑴ △OAP∽△ABQであることを証明しなさい。



⑵ OA＝5 cm，OP＝4 cmのとき，次の(ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

(ア) ABの長さを求めなさい。

(イ) AQの長さを求めなさい。

(ウ) △OPQの面積を求めなさい。

解答欄

(1)			
⑵	㈠		cm
	㈡		cm
	㈢		cm^2

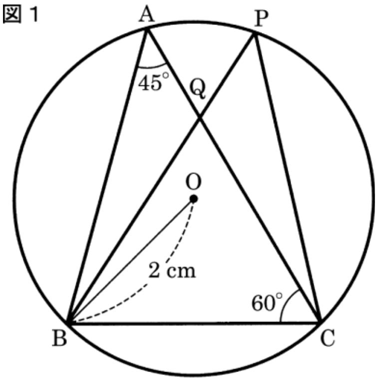
【問14】

図１～図３のように，点Oを中心とする半径2 cmの円の周上に３点A，B，Cがあり，この３点を頂点とする三角形ABCにおいて，∠BAC＝45°，∠ACB＝60°である。また，点Bをふくまない弧AC上（ただし，点A，点Cを除く）に点Pをとり，線分ACと線分BPとの交点をQとするとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2005年度）

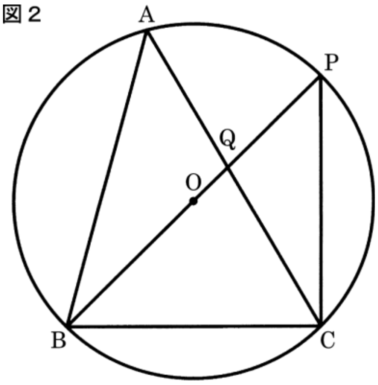
問１．∠ABCの大きさは何度か。

図１



問２．線分BCの長さは何cmか。

図２

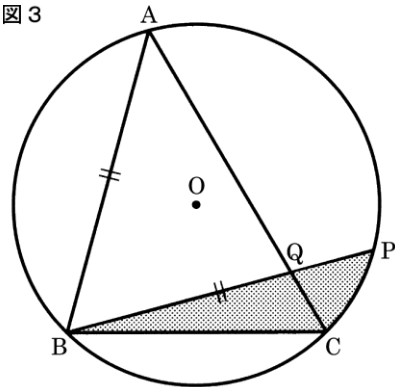


問３．図１において，△ABQ∽△PCQであることを証明せよ。

問４．図２のように，線分BPが円Oの直径であるとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 弧APの長さは何cmか。ただし，弧APは点Bをふくまない弧とする。

図３



(2) 線分AQと線分QCの長さの比は，AQ：QC＝$\boxed{}$：1である。このときの$\boxed{}$にあてはまる数を求めよ。

問５．図３のように，線分BPの長さが線分ABの長さと等しくなるとき，点Bをふくまない弧PCと２つの線分BP，BCで囲まれた部分の面積は何cm²か。

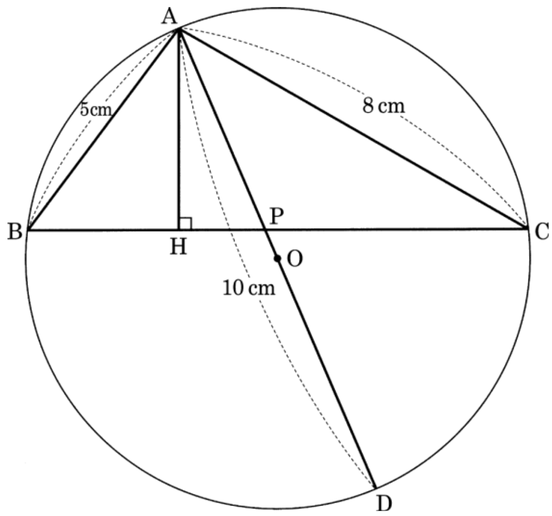
解答欄

問１		°
問２		cm
問３	証明	
問４	⑴	cm
	⑵	
問５		cm^2

【問15】

図のように，△ABCにおいて，頂点Aから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点をHとする。また，頂点A，B，Cを通る円をOとし，直線AOと辺BCの交点をP，円Oとの交点をDとする。AB＝5 cm，AC＝8 cm，AD＝10 cmであるとき，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。

（大分県 2005年度）



⑴ 点Dと他の点を結ぶ線分を１本ひくことで，△ABHと相似な三角形ができる。この三角形を解答欄の（　　　）の中に書き，△ABHと相似になることを証明しなさい。

⑵ 線分AHの長さを求めなさい。

⑶ $\dfrac{PD}{AP}$ の値を求めなさい。

解答欄

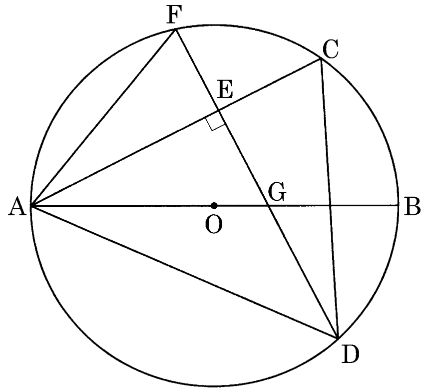
(1)	△ABH ∽（　　　　　　）	
	証明	
(2)	cm	
(3)		

【問16】

図は，点Oを中心とする円で，線分ABは円の直径である。２点C，Dは円Oの周上にあって，線分CDは線分OBと交わっている。点EはDから線分ACにひいた垂線とACとの交点で，点FはDEの延長と円Oとの交点である。また，点Gは２つの線分AB，DEの交点である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2005年度）

⑴ △ADC∽△AGFであることを証明しなさい。



⑵ AB＝9 cm，AC＝8 cm，CD＝7 cmのとき，線分FGの長さを求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

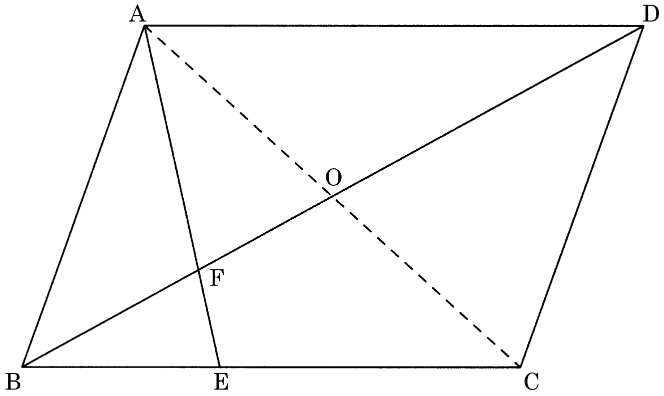
解答欄

(1)	証明
(2)	cm

【問17】

図のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとする。また，辺BCを2：3に分ける点をE，AEとBDの交点をFとする。

（沖縄県 2005年度）



問１．△BEF∽△DAFとなることを証明しなさい。

問２．図において，AD＝10 cm，平行四辺形ABCDの面積が70 cm²のとき，次の各問いに答えなさい。

(1) BEの長さを求めなさい。

(2) △BEFにおいて，辺BEを底辺としたときの高さを求めなさい。

(3) △OAFの面積を求めなさい。

解答欄

問１	証明	
問２	(1)	BE＝　　　　　　cm
	(2)	cm
	(3)	cm^2