

7-8. 規則性の問題 ⑧ 2011年度

【問1】

ゆきさんは、卒業文集の係として、次のような文集を作成することにしました。1枚の用紙には、表裏それぞれの面に4人ずつ計8人分の文章を印刷します。ゆきさんの学校の3年生は、38人ずつの組が1組から4組まであり、全員で152人なので、全部で19枚の用紙に印刷できます。

下の図1のように、ページ番号をつけて文章を配置し、図2のように、順番に重ねた19枚の用紙を折り曲げて1冊にします。ページは、1枚目の表の左半分を1ページ、右半分を76ページ、1ページの裏を2ページ、76ページの裏を75ページとし、2枚目以降も1枚目と同様にページ番号をつけます。文章は、1ページに1組の1番と2番、2ページに1組の3番と4番、…、76ページに4組の37番と38番となるようにクラス順、出席番号順に配置します。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(岩手県 2011年度)

図1

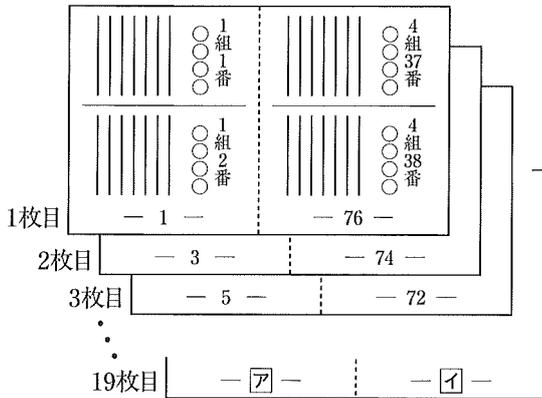


図2

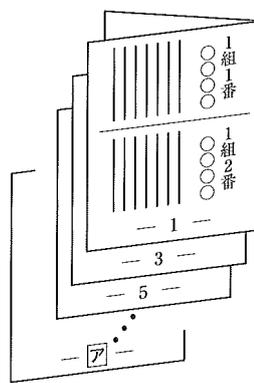
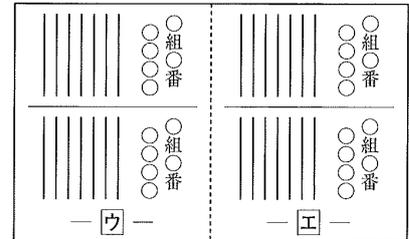


図3



問1 図1の19枚目の用紙の表にある ア , イ にあてはまるページ番号をそれぞれ求めなさい。

問2 ゆきさんは、3組の25番です。図3は、ゆきさんの文章が印刷される面です。図3の ウ , エ にあてはまるページ番号をそれぞれ求めなさい。

解答欄

問1	ア	イ
問2	ウ	エ

【問2】

図1のように、自然数が1から順に1行に13個ずつ規則的に並んでいる表がある。ただし、 \cdot は数字を省略したものである。この表の中で、横に並んだ数を上から第1行、第2行、第3行、 \dots の数とし、縦に並んだ数を左から第1列、第2列、第3列、 \dots の数とする。また、この表の中で、縦、横に3つずつ並んでいる9つの数を枠で囲む。このときの枠の中央の数を a とする。たとえば、図1では、表の中の数のある部分を枠で囲んだとき、 a が表の中の第 m 行で第 n 列の数であることを表している。

(福島県 2011 年度)

図1

	第1列	第2列	第3列	\dots	第 n 列	\dots	第13列
第1行	1	2	3	\cdot	\cdot	\cdot	13
第2行	14	15	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	26
第3行	27	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\vdots	\cdot						
第 m 行	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	a	\cdot	\cdot
\vdots	\cdot						

- (1) 表の中の数のある部分を枠で囲んだところ、図2のように枠の中の右上の数が179であった。このとき、 a の値を求めなさい。

図2

\cdot	\cdot	179
\cdot	a	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot

- (2) 表の中の数のある部分を枠で囲み、その中に含まれる9つの数の和を計算したところ3456であった。このとき、 a は表の中の第何行で第何列の数であるか、求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	第 行で第 列の数

【問3】

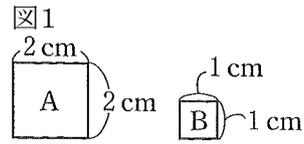
図1のような、1辺の長さが2 cmの正方形の紙Aと、1辺の長さが1 cmの正方形の紙Bがある。AとBをどちらも1枚以上使い、これらをすき間なく重ならないように並べて正方形をつくる。このとき、AとBの並べ方に関係なく、それぞれ並べた枚数について考える。

例えば、1辺の長さが4 cmの正方形は、図2のように、Aを3枚とBを4枚並べた場合、Aを2枚とBを8枚並べた場合、Aを1枚とBを12枚並べた場合がある。

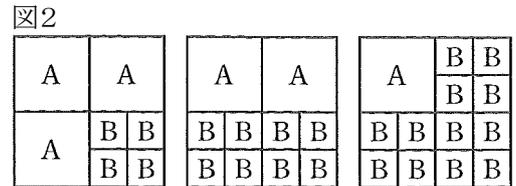
次の問1、問2、問3に答えなさい。

(栃木県 2011年度)

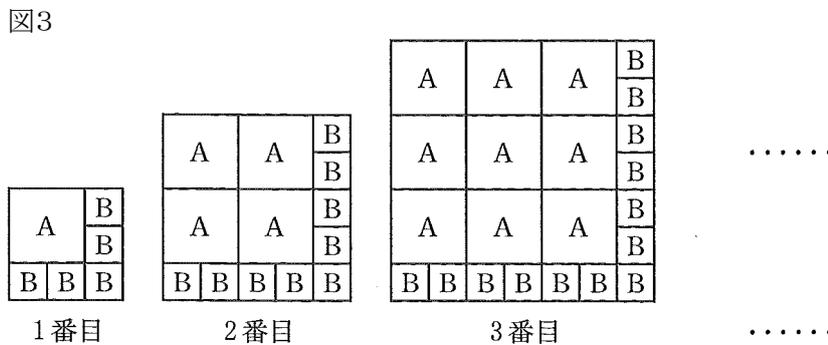
問1 Aを2枚用いて、1辺の長さが5 cmの正方形をつくるには、Bは何枚必要か。



問2 AとBを用いて、1辺の長さが6 cmの正方形をつくる。このとき、AとBの枚数の組み合わせは何通りあるか。



問3 AとBを用いて、1辺の長さが a cm(a は奇数)の正方形をつくる。Aを最も多く用いたとき、図3のように、 $a=3$ の正方形を1番目の正方形、 $a=5$ の正方形を2番目の正方形、 $a=7$ の正方形を3番目の正方形、…とする。



このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) n 番目の正方形をつくったところ、AとBを用いた枚数の合計が61枚であった。このとき、 n についての方程式をつくり、 n の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(2) AとBをそれぞれ何枚か用いて、 m 番目の正方形だけをいくつかつくる。これらをすき間なく重ならないように並べて、縦の長さが180 cm、横の長さが270 cmの長方形をつくるとき、考えられる m の値のうち、最も大きい値を求めなさい。

解答欄

問1		枚
問2		通り
問3	(1)	
	(2)	$m =$

答え $n =$

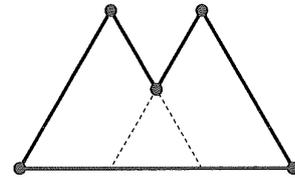
【問5】

図のように、一辺の長さが 2 cm の正三角形を、となり合う正三角形どうしの底辺がちょうど 1 cm ずつ重なるようにはり合わせて図形をつくっていく。図の実線は図形の周を表し、●は図形の頂点を表している。

このとき、下の問1、問2に答えなさい。

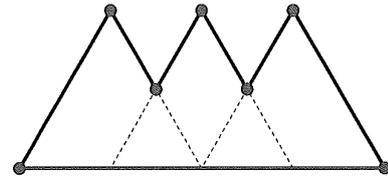
問1 三角形を 2 枚はり合わせたときは●が 5 個、
3 枚はり合わせたときは●が 7 個、4 枚はり合わせたときは●が 9 個ある。三角形を 5 枚はり合わせたとき、●は何個あるか、求めなさい。

2 枚のとき



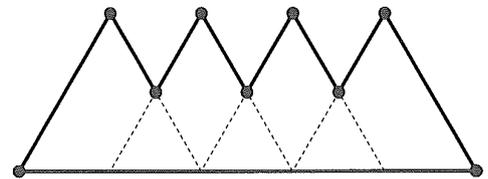
(石川県 2011 年度)

3 枚のとき



問2 n は 2 以上の自然数とする。三角形を n 枚はり合わせたときにできる図形の周の長さを n を用いた式で表しなさい。また、その考え方を説明しなさい。説明においては、図や表、式などを用いてよい。

4 枚のとき



⋮

⋮

解答欄

問1	個
問2	[n を用いた式] cm
	[説明]

【問6】

図のように、1辺の長さが1の正三角形のタイルをすき間なく並べて、順に1番目、2番目、3番目、4番目、…と、 n 番目の底辺の長さが n である正三角形をつくる。このとき、正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数を考える。例えば、4番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数は16枚である。

(長野県 2011年度)



- (1) 6番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数を求めなさい。
- (2) n 番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数に47枚を加えると、 $n+1$ 番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数となった。 n の値を求めなさい。

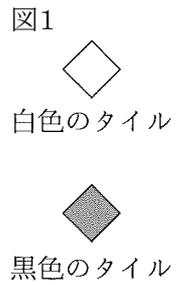
解答欄

(1)	枚
(2)	$n =$

【問7】

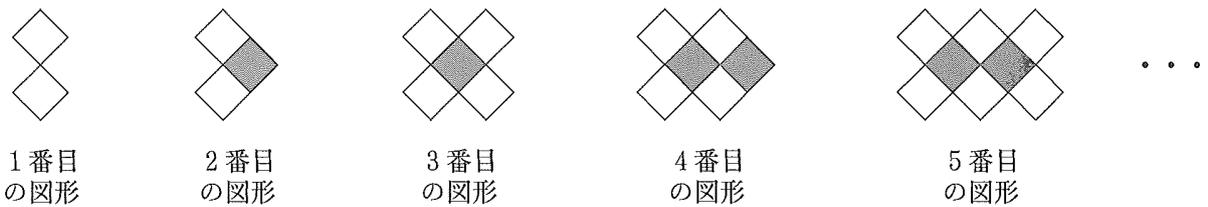
図1のような同じ大きさの白色と黒色の正方形のタイルがたくさんある。

次の図2のように、図1の白色のタイル 2 枚と黒色のタイル 1 枚を交互に規則的に並べていき、1 番目の図形、2 番目の図形、3 番目の図形、4 番目の図形、5 番目の図形、…とする。また、下の表は、それぞれの図形の白色のタイルの枚数と黒色のタイルの枚数についてまとめたものの一部である。このとき、下の問1・問2に答えよ。



(京都府 2011 年度)

図2



	1 番目の図形	2 番目の図形	3 番目の図形	4 番目の図形	5 番目の図形	6 番目の図形	7 番目の図形
白色のタイルの枚数	2	2	4	4	6	ア	イ
黒色のタイルの枚数	0	1	1	2	2	ウ	エ

問1 上の表中の **ア** , **イ** , **ウ** , **エ** にあてはまる数をそれぞれ求めよ。また、20 番目の図形について、白色のタイルの枚数と黒色のタイルの枚数の和を求めよ。

問2 n 番目の図形について、白色のタイルの枚数と黒色のタイルの枚数の差が 100 枚となる n の値は 2 つある。この n の値を 2 つとも求めよ。ただし、 n は自然数とする。

解答欄

問1	ア	イ	ウ	エ
	タイルの枚数の和 枚			
問2	$n =$,			

【問8】

1 から 6 までの数字を同じように書いた, 1 辺 10 cm の立方体が複数個ある。立方体の向かいあう面の数字の和は, すべて 7 である。これらの立方体を, 図1のように階段状に積み重ねた立体を順番に作っていく。立方体を積み重ねる規則は, 上のとおりである。

<規則>

① 2 つの立方体の接する面の数字の和は 7 とする。

② 面で接する 2 つの立方体の, 隣り合う面の数字の和はすべて 7 とする。

例

次の問いに答えなさい。ただし, 図1の立体の表面の数字は, 見やすいように向きをそろえてある。また, 3 段積んだときの立体の表面の数字は示していない。

(兵庫県 2011 年度)

図1

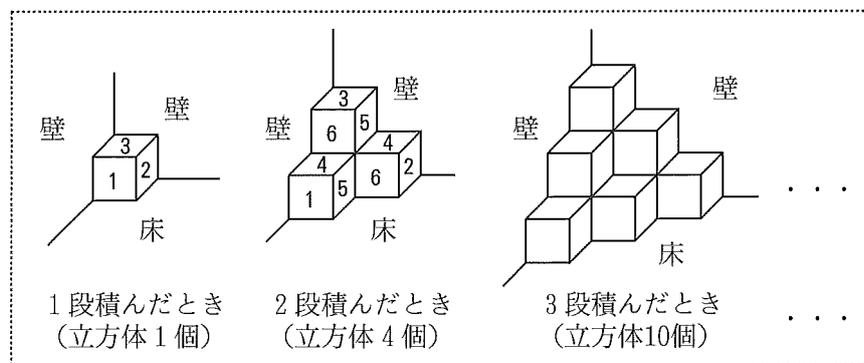
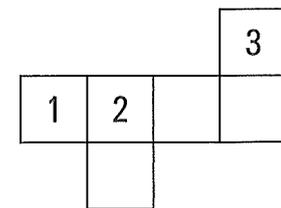


図2



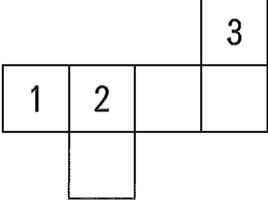
問1 図2は, 図1の立方体の展開図である。解答欄の展開図の中に該当する数字を記入しなさい。

問2 4 段積んだときの立体の表面積は何 cm^2 か, 求めなさい。ただし, 壁や床に接した面の面積も含むことにする。

問3 4 段積んだときの立体の表面の数字の和はいくらか, 求めなさい。ただし, 壁や床に接した面の数字も含むことにする。

問4 規則にしたがって, 立方体を積み重ねて立体を作ったら, 立体の表面の数字の和が 441 となった。立体を作るのに使用した立方体の総数は何個か, 求めなさい。ただし, 立体の表面の数字の和 441 には, 壁や床に接した面の数字も含んでいる。

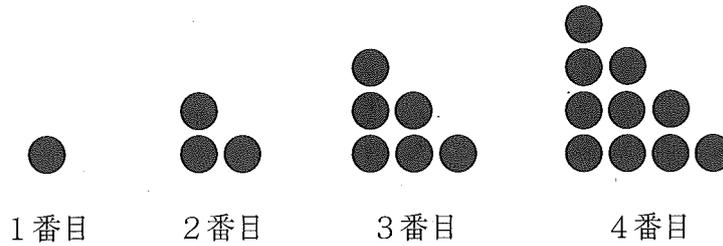
解答欄

問1	
問2	cm ²
問3	
問4	個

【問9】

図のように黒い石を使って図形を規則的に作る時 15 番目の図形を作るために必要な黒い石は何個か求めなさい。

(鳥取県 2011 年度)



解答欄

個

【問 10】

図のように、ある規則にしたがって、連続する自然数を、1 から順に 100 まで並べるものとする。上から 3 段目で左から 2 列目の数は 6 である。また、上から 6 段目で左から 9 列目の数は である。

(徳島県 2011 年度)

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	...
1 段目	1	4	9	16	
2 段目	2	3	8	15	
3 段目	5	6	7	14	
4 段目	10	11	12	13	
⋮					
⋮					
⋮					

解答欄

【問 11】

図1のような、白と黒の三角形のタイルと、白と黒の四角形のタイルが、それぞれたくさんある。三角形のタイルの面積は 1 cm^2 であり、四角形のタイルの面積は 2 cm^2 である。これら 4 種類のタイルが、次のきまりにしたがって、下の図2のように左から並んでいる。

【きまり】

- ・1 番目のタイルは白の三角形のタイルである。
- ・三角形のタイルと四角形のタイルが交互に並ぶ。
- ・タイルの色は白, 黒, 黒の順にくりかえし並ぶ。

図1

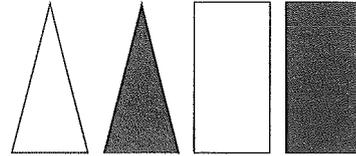
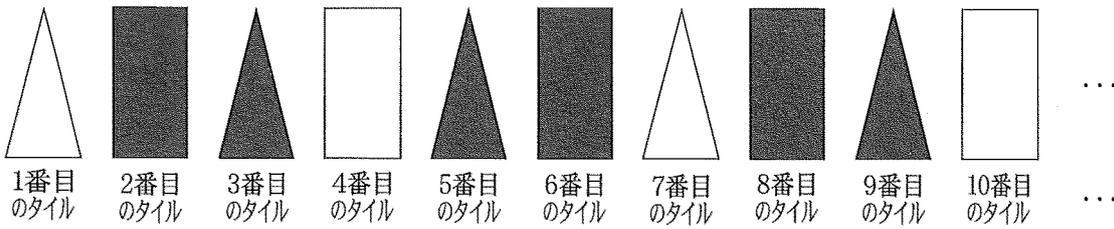


図2



これについて、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(香川県 2011 年度)

(1) 次の㉗~㉛のタイルのうち、20 番目のタイルと同じ種類のタイルはどれか。1 つ選んで、その記号を書け。



(2) 100 番目のタイルより左側にある、すべての黒の三角形のタイルとすべての黒の四角形のタイルの面積の和は何 cm^2 か。

解答欄

(1)	
(2)	cm^2

【問 12】

図のように、縦に 3 段のマス目があり、各マス目には、次の規則により、数が記入されている。

[規則]

- 1 段目には、1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 の数が、左から順に繰り返し記入されている。
- 2 段目には、2 以上の自然数が 2 からはじめて、小さい方から順に左から記入されている。
- 3 段目には、3 以上の奇数が 3 からはじめて、小さい方から順に左から記入されている。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目	9 列 目	10 列 目	11 列 目	12 列 目	13 列 目	14 列 目	15 列 目	16 列 目	17 列 目	…
1 段目	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4	1	2	2	3	3	3	4	…
2 段目	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	…
3 段目	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	…

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2011 年度)

問1 1 段目において、

(1) 23 列目のマス目に記入されている数は何か。

(2) 3 の数が記入されているマス目のうち、左から数えて 20 番目のマス目は何列目か。

問2 n 列目において、2 段目と 3 段目のマス目に記入されている数の和を、 n を使って表せ。

問3 1 列目から 77 列目までのうちで、1 段目と 2 段目と 3 段目のマス目に記入されている数の和が、3 の倍数になっている列は、何列あるか。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	列目
問2		
問3	列	

【問 13】

下の[表]のように行と列を決め、数字が書かれたカードを並べる。まず、1行目の1列目から①, ②, ③, ④のカードを、2行目の2列目から⑤, ⑥, ⑦, ⑧のカードを、3行目の3列目から⑨, ⑩, ⑪, ⑫のカードを、…というように各行に4枚のカードを規則的に並べていく。

[表]

列 \ 行	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目	・	・
1行目	①	②	③	④						
2行目		⑤	⑥	⑦	⑧					
3行目			⑨	⑩	⑪	⑫				
4行目				⑬	⑭	⑮	⑯			
5行目					・	・	・	・		
6行目						・	・	・	・	
・							・	・	・	・
・								・	・	・

このとき、あとの問1～問3に答えなさい。

(佐賀県 前期 2011 年度)

問1 7行目の8列目に置かれるカードの数字を求めなさい。

問2 ④ と書かれたカードは、何行目の何列目に並ぶか、求めなさい。

問3 Aさん、Bさん、Cさん、Dさんは[表]について、それぞれ次のようなことに気づいた。

このとき、あとの(1)～(3)の各問いに答えなさい。ただし、カードの左端、右端とは各行ごとに並べた4枚のカードのそれぞれ左端、右端にあるカードを表している。

[気づいたこと] (m は自然数とする)

Aさん: カードの右端に書かれた数は、4で割り切れる数です。また、 m 行目について、カードの左端に書かれた数は、カードの右端に書かれた数より ① 小さい数になっているので、カードの左端に書かれた数は m を使って表すと、② になることがわかります。

Bさん: m を 2 以上とすると、 m 行目について、カードの左端から 2 番目の数を「基準の数」とし、基準の数とその左右の数の3つの数の和を m を使って表すと ③ になることがわかります。また、基準の数とその上下の数の3つの数の和も ③ になることがわかります。

Cさん: Bさんが言っている基準の数とその上下左右の数の5つの数の和は、基準の数の5倍になることがわかります。

Dさん: ところで、自然数を2乗した数 1, 4, 9, 16, …のうち、偶数の場合はカードの右端にあり、奇数の場合はカードの左端にあることが予想できます。

(1) [気づいたこと]の中の $\boxed{\text{①}}$ ~ $\boxed{\text{③}}$ にあてはまる数または式を求めなさい。

(2) Cさんは、「Bさんが言っている基準の数とその上下左右の数の5つの数の和は、基準の数の5倍になる」と言っている。このことを m を用いた式を使って説明しなさい。

(3) Dさんは、「自然数を2乗した数 $1, 4, 9, 16, \dots$ のうち、偶数の場合はカードの右端にあり、奇数の場合はカードの左端にあることが予想できます。」と言っている。この予想が正しいことを、次の[説明]のようにして示した。

$\boxed{\text{④}}$ ~ $\boxed{\text{⑥}}$ にあてはまる数または式を求めなさい。

[説明]

$1, 4, 9, 16, \dots$ はそれぞれ $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$ であり、

偶数を2乗した数は偶数、奇数を2乗した数は奇数となるので、

2乗する前の数に着目して考える。

・2乗する前の数が偶数のとき

偶数は $2n$ (n は自然数) と表され、偶数を2乗すると、

$$(2n)^2 = 4n^2$$

となり、 n は自然数だから、 n^2 も自然数となり4で割り切れる。

よって、偶数を2乗した数はカードの右端にあることがいえる。……⑦

・2乗する前の数が奇数のとき

奇数は $\boxed{\text{④}}$ (n は自然数) と表され、奇数を2乗すると、

$$(\boxed{\text{④}})^2$$

$$= \boxed{\text{⑤}} n^2 - \boxed{\text{⑤}} n + 1$$

$$= \boxed{\text{⑤}} (n^2 - n + 1) - \boxed{\text{⑥}}$$

となり、 n は自然数だから、 $n^2 - n + 1$ も自然数となる。

よって、奇数を2乗した数はカードの左端にあることがいえる。……⑧

⑦、⑧よりすべての自然数について、Dさんの予想が正しいことが説明できる。

解答欄

問1			
問2	行目の 列目		
問3	(1)	①	
		②	
		③	
	(2)		
	(3)	④	
		⑤	
⑥			

【問 14】

次の【操作】に従い、下の図のように白い石と黒い石を順に置いていく。このとき、あとの(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 後期 2011 年度)

【操作】

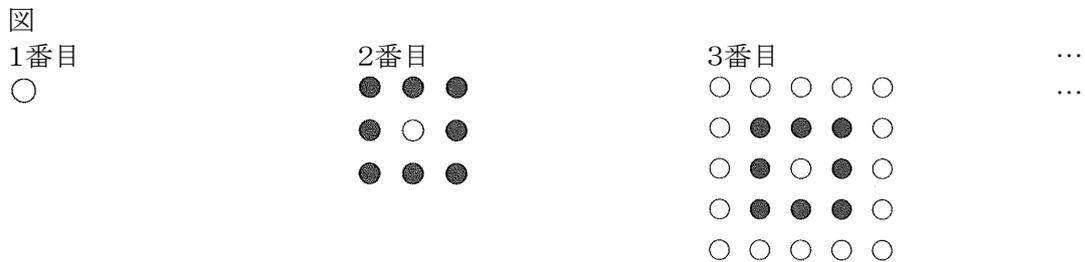
1 番目 … 白い石を 1 個置く。

2 番目 … 1 番目に置いた白い石の外側に、黒い石を正方形の形に追加して置く。

3 番目 … 2 番目に置いた黒い石の外側に、白い石を正方形の形に追加して置く。

⋮

n 番目 … $n-1$ 番目に置いた石の外側に、その石とは異なる色の石を正方形の形に追加して置く。ただし、 n は 2 以上の自然数とする。



- (1) 5 番目の【操作】では、4 番目に置いた石の外側に何個追加して置けばよいか、求めなさい。
- (2) 次の[表]は、 n 番目において、横一列に置かれた石の数を表したものである。このとき a, b にあてはまる数を求めなさい。

[表]						
n (番目)	2	3	4	…	b	…
横一列の石の数 (個)	3	5	a	…	15	…

- (3) n 番目の【操作】では、 $n-1$ 番目に置いた石の外側に石を 72 個追加して置いた。 n の値を求めなさい。さらにこのとき、白い石は全部で何個あるか、求めなさい。

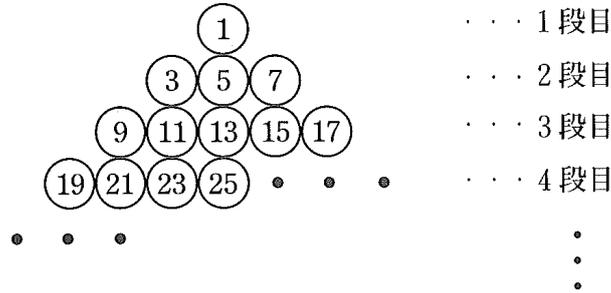
解答欄

(1)	個	
(2)	a	
	b	
(3)	n の値	
	白い石の数	個

【問 15】

かず子さんは、下の図のように、奇数が書かれた円形のカードを 1 から小さい順に、1 段目には 1 枚、2 段目には 3 枚、3 段目には 5 枚、… と上の段から規則的に並べた。次の (1)～(3) の問いに答えなさい。

(大分県 2011 年度)



(1) かず子さんは、規則性を調べるため、下の表のようにまとめた。表中の n 段目までのカードの総枚数とは、1 段目から n 段目までのカードの枚数の合計である。たとえば、 n が 3 のとき、1 段目の 1 枚、2 段目の 3 枚、3 段目の 5 枚を合計した 9 枚がカードの総枚数となる。 , に適する数を記入しなさい。

n	1	2	3	4	5	…
n 段目までのカードの総枚数	1	4	9	<input type="text"/>	<input type="text" value="ア"/>	…
n 段目の右端のカードに書かれた数	1	7	17	<input type="text"/>	<input type="text" value="イ"/>	…

(2) n 段目の右端のカードに書かれた数を、 n を使った式で表しなさい。

(3) このように並べていくと、255 と書かれたカードは、上から何段目で左から何番目になるか、求めなさい。

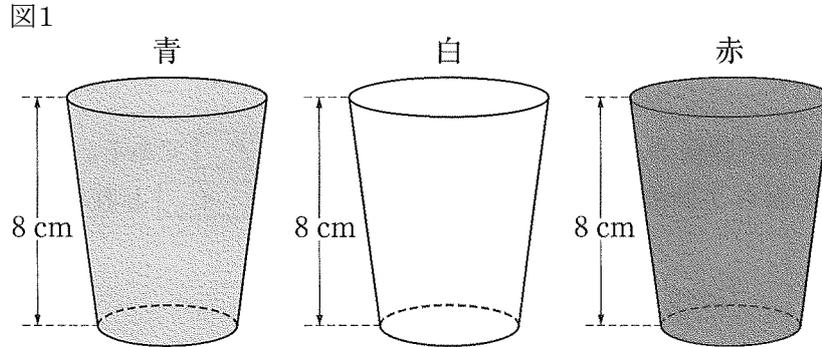
解答欄

(1)	ア		
	イ		
(2)			
(3)	上から	段目、左から	番目

【問 16】

図1のような、形と大きさが同じで、色が青、白、赤の、高さ 8 cm のコップがたくさんある。机の上に、これらのコップを図2のように、青、白、白、赤の順にふせて重ねていく。重ねたコップ全体の高さはコップを 1 個重ねるごとに 0.5 cm ずつ高くなるものとする。例えば、図3のようにコップを6個重ねると、重ねたコップ全体の高さは 10.5 cm となる。このとき、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2011 年度)



問1 コップを 12 個重ねたとき、

(1) 重ねたコップの中に白のコップは何個あるか求めなさい。

(2) 重ねたコップ全体の高さを求めなさい。

図2

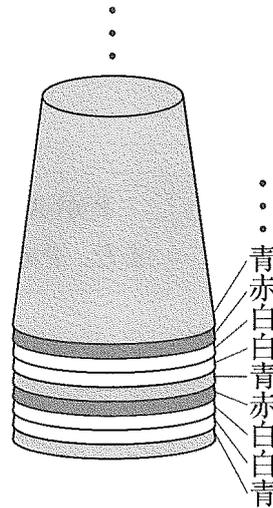
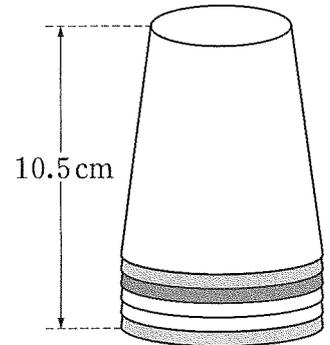


図3



問2 コップを n 個重ねたとき、重ねたコップ全体の高さを n を使った式で表しなさい。

問3 コップを重ねていき、重ねたコップ全体の高さを 40 cm にしたい。いま、コップを何個か重ね、重ねたコップ全体の高さを測ったところ 22.5 cm であった。重ねたコップ全体の高さを 40 cm にするには、青、白、赤のコップは、それぞれあと何個必要か求めなさい。

解答欄

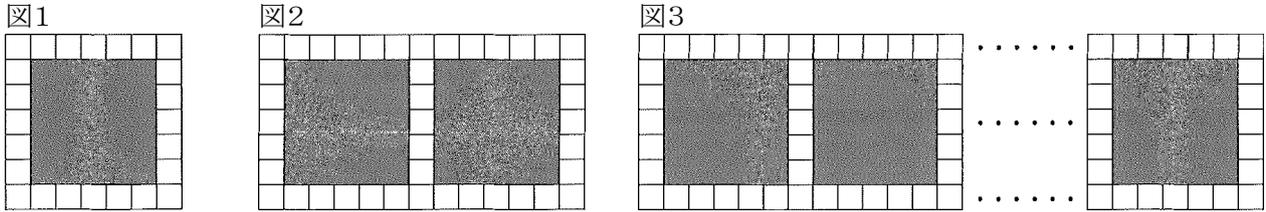
問1	(1)	個
	(2)	cm
問2		cm
問3	青〔 〕個、白〔 〕個、赤〔 〕個	

【問 17】

1 辺の長さが 5 cm である黒い正方形のタイルの周りを、1 辺の長さが 1 cm である白い正方形のタイルで、すき間なく重ならないように囲む。たとえば、図1のように、黒いタイルが 1 枚のときは、白いタイルは全部で 24 枚必要であり、図2のように、黒いタイル 2 枚を横一列に並べるときは、白いタイルは全部で 41 枚必要である。

このとき、次の (1)、(2) の問いに答えよ。

(鹿児島県 2011 年度)



(1) 黒いタイル 3 枚を横一列に並べるとき、白いタイルは全部で何枚必要か。

(2) 図3のように、黒いタイル n 枚を横一列に並べるとき、白いタイルは全部で何枚必要か。 n を用いて表せ。

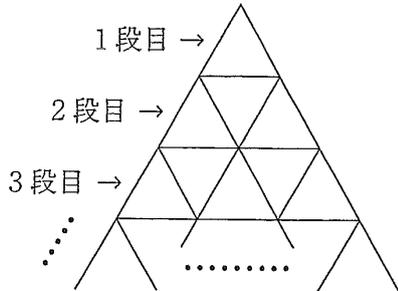
解答欄

(1)	枚
(2)	枚

【問 18】

図のように、同じ大きさの正三角形のタイルを 1 段目から順に 1 枚、3 枚、5 枚、…とすき間なく並べ、大きな正三角形を作っていく。彩さんと健さんは、この作業を進めながら自然数のある性質に気づいた。下の【彩さんと健さんの会話】を読んで、次の各問いに答えなさい。ただし、会話中に 、 が 2 か所ずつあるが、それぞれ同じ式がはいるものとする。

(沖縄県 2011 年度)



【彩さんと健さんの会話】

彩さん:このように並べていくと、4 段目に並ぶタイルは 7 枚で、5 段目は 枚だね。すると、 n 段目に並ぶタイルの数は

枚と表すことができるわ。

じゃあ、タイルは全部で何枚使ったのかしら？

健さん:タイルの枚数を 1 段目から数えてみると、3 段目までで 9 枚使われている。4 段目までだと 16 枚、5 段目まででは全部で 枚になっているぞ。

彩さん:このように考えていくと、使われたタイルの枚数には規則性がありそうね。

n 段目まで並べ終えたら…、タイルは全部で 枚になるわ。

健さん:これって、段ごとに並ぶ枚数の和だから、式で表すと、

$$1+3+5+7+\dots+\text{イ}$$

彩さん:この式は、1 から n 個の奇数の和を表しているわ。

健さん:つまり、 n 個の奇数を 1 から順にたしていくと…、わかった！

になるんだ！

問1 上の【彩さんと健さんの会話】の中の ~ に最も適する数または式を入れなさい。

問2 【彩さんと健さんの会話】を参考に、1 から 99 までのすべての奇数の和を求めなさい。

問3 タイル 150 枚を使って、上のように 1 段目から順序よく並べていく。このとき、最大何段目までを完全に並べ終えることができるか求めなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
問2		
問3	段目	