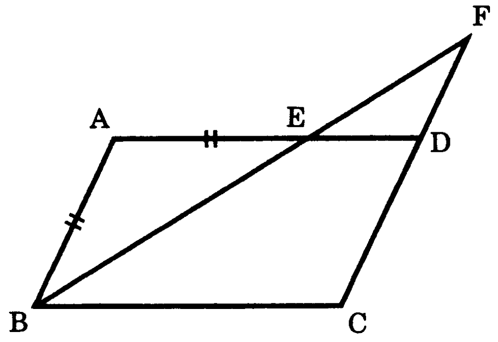
5－1. 平面図形　その他の証明　複合問題ほか　2002年度出題

【問1】

　図のように，平行四辺形ABCDにおいて，辺AD上にAB＝AEとなるように点Eをとる。また，辺CDの延長とBEの延長との交点をFとする。このとき，AD＝CFであることを証明しなさい。

（栃木県　2002年度）



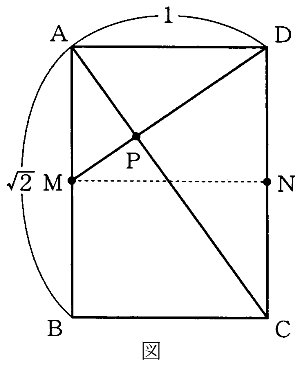
解答欄

証明

【問2】

A4判の紙は図の長方形ABCDのように，2辺の長さの比がAB:AD＝$\sqrt{2}$：1となっていて，辺CDの中点をNとすると長方形DAMNは長方形ABCDと相似になります。この長方形ABCDで，線分DMと対角線ACとの交点をPとするとき，∠APM＝90°となることを証明しなさい。

（群馬県 2002年度）



図

解答欄

証明

【問3】

次の会話文を読んで，後の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（群馬県　2002年度）

妹：お兄ちゃん，「円Oに外接する四角形ABCDの周の長さを求めよ。」という問題の解説を見たら，

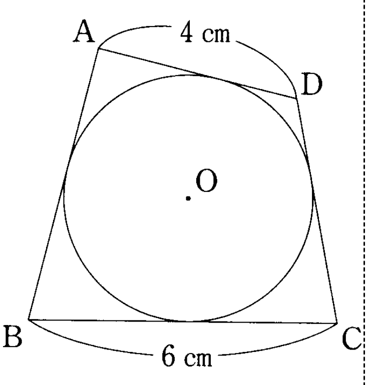
「AD＋ $\boxed{(ア)}$ ＝ $\boxed{(イ)}$ ＋ $\boxed{(ウ)}$ である。」とあるのよ。

この式はどうして成り立つの。

兄：それは「円外の1点から円に引いた2本の接線の長さは等しい。」という定理を利用するんだよ。たとえば，円外の1点を点Bとすれば，線分ABと円Oとの接点をP，線分BCと円Oとの接点をQとすると，BP＝BQが成り立つんだよ。

妹：そうか。その定理を利用して，接線の長さで四角形の辺の長さを表していけば，さっきの式が示せるのね。それで，四角形ABCDの周の長さは

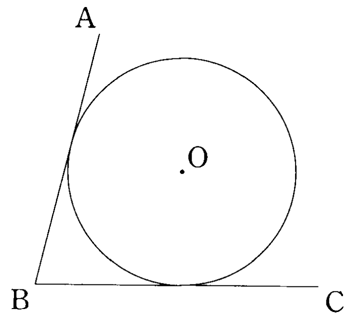
$\boxed{(エ)}$ cmとなるわけね。



(1) $\boxed{(ア)}$ ～ $\boxed{(ウ)}$ にAB，BC，CDのいずれかを1つずつ入れて，円Oに外接する四角形ABCDの4つの辺の長さの関係を表す式を完成しなさい。

(2) $\boxed{(エ)}$ に当てはまる数を求めなさい。

(3) 右の図は，円Oとそれに外接する四角形ABCDの一部を示したものである。必要な点や補助線を記入し，前の　　を証明しなさい。



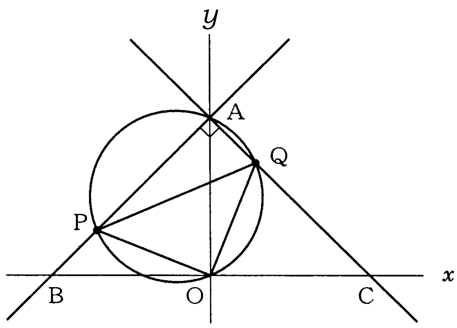
解答欄

(1)	AD ＋ $\boxed{（ア）}$ ＝ $\boxed{（イ）}$ ＋ $\boxed{（ウ）}$
(2)	cm
(3)	証明

【問4】

図のように，直線$y=x+5$と$y=-x+5$はy 軸上の点Aで垂直に交わります。この2つの直線とx 軸との交点をそれぞれB，Cとし，点Pが直線$y=x+5$上を，点BからAまで動くとき，3点A，P，Oを通る円が直線$y=-x+5$と交わる点をQとします。ただし，点Pが点Aにきたとき，この円は線分ACを直径とする円とします。座標軸の単位の長さを1 cmとするとき，次の各問に答えなさい。

（群馬県 2002年度）



(1) △OQPは特別な三角形になります。どのような三角形になりますか。その三角形の名称を答えなさい。また，その三角形になるわけを説明しなさい。

(2) 点Pが点BからAまで動くとき，3点A，P，Oを通る円の中心をえがく線の長さを求めなさい。

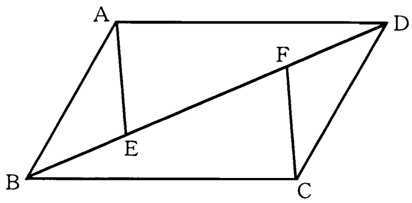
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td>三角形の名称</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">説明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
</table>

【問5】

平行四辺形ABCDについて，次の問いに答えなさい。

（富山県　2002年度）

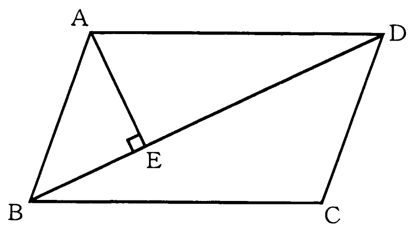


⑴ 対角線BD上に，BE＝DFとなるように2点E，Fをとる。このとき，AE＝CFとなることを次のように証明した。(　　)には適切なことばを，□にはあてはまる辺や角を書き入れて，証明を完成させなさい。

〈証明〉

△ABEと△CDFにおいて
BE ＝ DF … 仮定から
□ ＝ □ … 平行四辺形の(　　　)は等しいから
□ ＝ □ … 平行な2直線に1つの直線が交わるとき
(　　　)は等しいから
(　　　　　　　)がそれぞれ等しいから
△ABE≡△CDF
合同な図形の対応する辺は等しいからAE＝CFである。

⑵ 右の図のように，頂点Aから対角線BDに垂線をひいて，その交点をEとする。このとき，BE＝4 cmとなり，△ABEの面積は平行四辺形ABCDの$\frac{1}{6}$で，8cm^{2}であった。このとき，ADの長さを求めなさい。



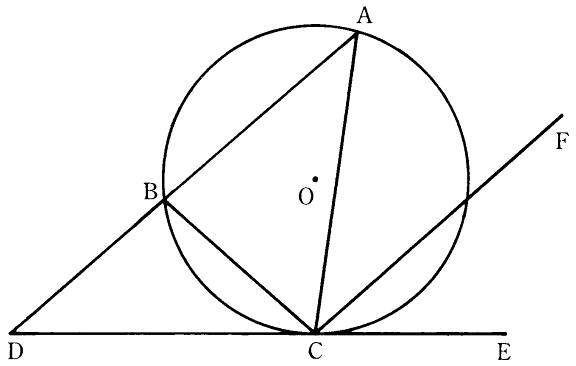
解答欄

(1)	△ABEと△CDFにおいて BE＝DF …仮定から □ ＝ □ …平行四辺形の(　　)は等しいから □ ＝ □ …平行な2直線に1つの直線が交わるとき(　　)は等しいから (　　　　　　　)がそれぞれ等しいから △ABE≡△CDF 合同な図形の対応する辺は等しいから AE＝CFである。
(2)	AD＝　　　　　cm

【問6】

図のように，△ABCは円Oに内接している。点Cにおける円Oの接線CEと，直線ABとの交点をDとする。∠ACEの二等分線CFと直線ABが平行なとき，BD＝BCであることを証明しなさい。

（石川県 2002年度）



解答欄

証明

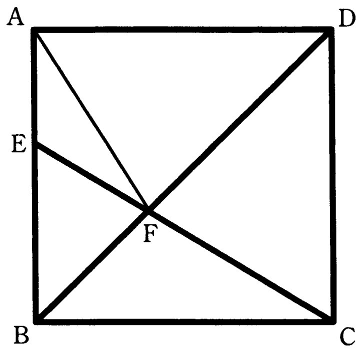
【問7】

図で，正方形ABCDの辺AB上に点Eをとり，対角線BDとCEとの交点をFとする。次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（岐阜県 2002年度）

⑴ AF＝CFであることを証明しなさい。

⑵ AE：EB＝2：3であるとき，EF：AFを求めなさい。



解答欄

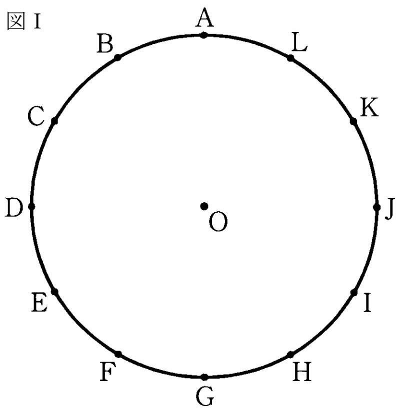
(1)	証明
(2)	：

【問8】

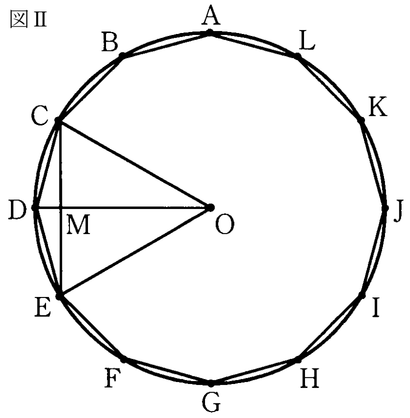
図Ⅰにおいて A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, Lは円Oの周を12等分する点でありこの順に左回りに並んでいる。円Oの半径をa cmとして，次の問いに答えなさい。答えが無理数になる場合は，無理数のままでよい。

（大阪府　一般　2002年度）

図Ⅰ



図Ⅱ



(1)　図Ⅱは，図Ⅰに円Oの周上の12点を頂点とする正十二角形と四つの線分OC，OD，OE，CEをかき加えたものである。線分ODと線分CEとの交点をMとする。

①　△OCEの内角∠COEの大きさを求めなさい。

②　線分CMの長さをaを用いて表しなさい。

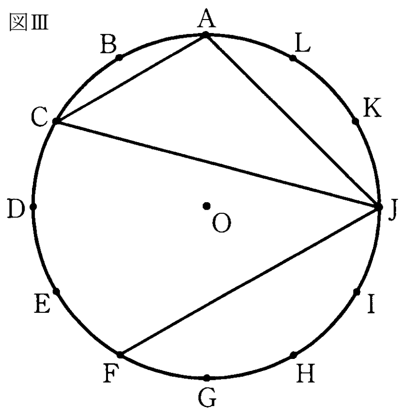
③　図Ⅱ中の正十二角形の面積をaを用いて表しなさい。

(2)　図Ⅲは，図Ⅰに四つの線分AC，AJ，CJ，FJをかき加えたものである。

①　CA∥FJであることを証明しなさい。

②　$a=2$のとき，△ACJの面積を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

図Ⅲ



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">(1)</td><td>①</td><td>度</td></tr>
<tr><td>②</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>③</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>①</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>②</td><td>求め方

cm^2</td></tr>
</table>

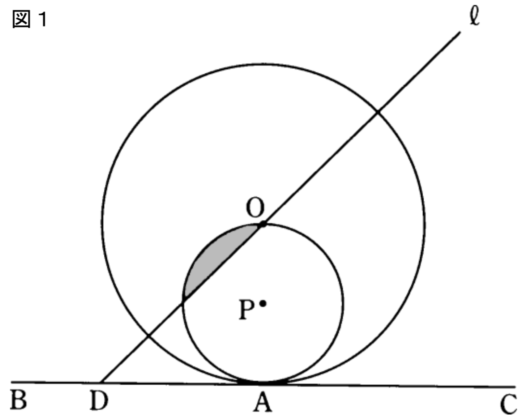
【問9】

半径2 cmの円Oと半径1 cmの円Pが点Aで内接している。下の図1～図3は，その2円の共通接線BC上に点Dを AD＝2 cmとなるようにとり，Dを通り2円と交わる直線ℓをひいたものである。次の問1～問3に答えなさい。

（和歌山県 2002年度）

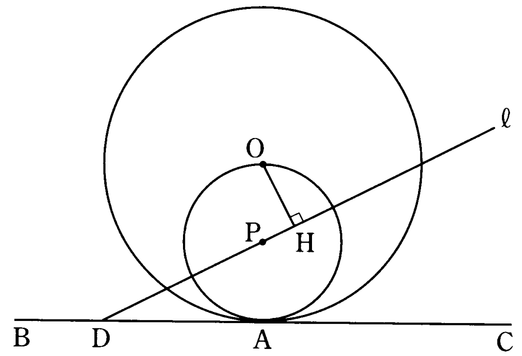
問1．図1のように，直線ℓが円Oの中心を通るとき，▇ の部分の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図１



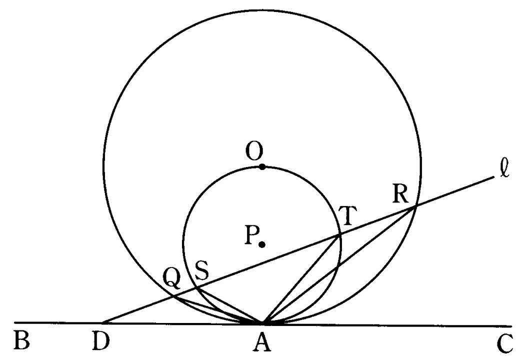
問2．図2のように，直線ℓが円Pの中心を通るとき，円Oの中心から直線ℓに垂線OHをひく。このとき，線分OHの長さを求めなさい。

図2



問3．図3のように，直線ℓと円Oとの交点をQ，Rとし，直線ℓと円Pとの交点をS，Tとする。このとき，∠QAT＝∠RASが成り立つことを証明しなさい。

図3



解答欄

問1	cm^2
問2	cm
問3	証明

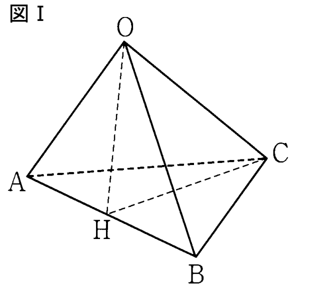
【問10】

図Ⅰは，OA＝OB＝CA＝CB＝$\sqrt{3}$ cm，AB＝OC＝2 cmの四面体OABCである。図Ⅱは，その展開図である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2002年度）

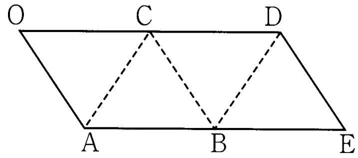
問1．図Ⅱの展開図の点Eは，図Ⅰの四面体OABCのどの頂点と重なっていたか，記号で答えなさい。

図Ⅰ



問2．図Ⅰの四面体で，辺ABの中点をHとするとき，∠OHC＝90° であることを証明したい。下の ［　　］ に必要なことを述べ，［ア］ にあてはまる数を書き入れて，証明を完成させなさい。

図Ⅱ



［証明］　△OAHと△OBHで，

［　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

△OAH≡△OBH

したがって，∠OHA＝∠OHB＝90°

よって，OH＝［ア］ cmとなる。

同じようにして，△CAH≡△CBHなので，CH＝［ア］ cmとなる。

ここで，△OCHについて考えると，

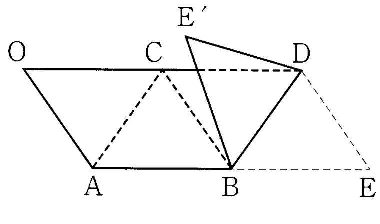
$OC^2＝OH^2＋CH^2$が成り立つので，

∠OHC＝90° である。

問3．図Ⅰの△OHCに内接する円の半径を求めなさい。

問4．図Ⅱの展開図で，△BDEを，図Ⅲのように線分BDを折り目として折り返したとき，点Eが移動した点をE′ とする。このとき，点CとE′ を結んでできる線分CE′ の長さを求めなさい。

図Ⅲ



解答欄

問1		
問2	証明 △OAHと△OBHで, △OAH≡△OBH	
	ア	cm
問3		cm
問4		cm

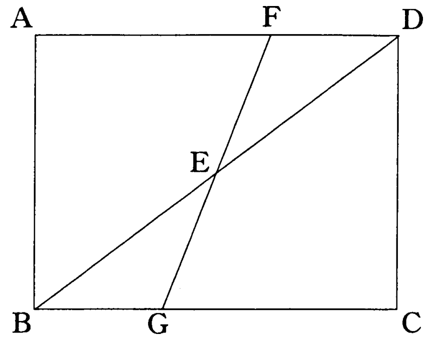
【問11】

図のように，長方形ABCDがあり，対角線BDの中点をEとする。辺AD上に，2点A，Dと異なる点Fをとり，2点E，Fを通る直線と辺BCとの交点をGとする。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（香川県 2002年度）

(1) BG＝DFであることを証明せよ。

(2) 点Gを通り，対角線BDと平行な直線をひき，辺CDとの交点をHとする。点Fと点Hを結ぶとき，FH＋GH＝BDであることを証明せよ。



解答欄

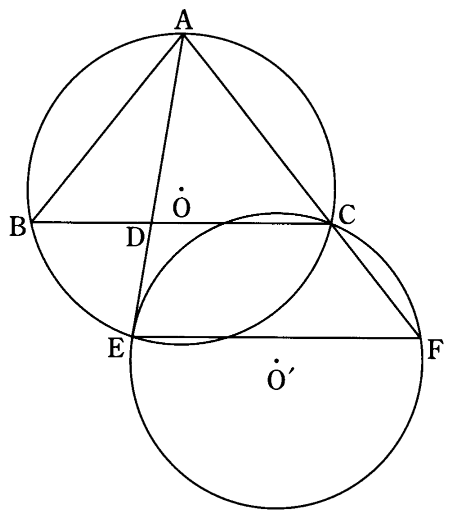
(1)	証明
(2)	証明

【問12】

　図のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCが，円Oに内接している。辺BC上に2点B，Cとは異なる点Dをとり，ADの延長と円Oとの交点をEとする。また，点Cを通り，点Eで直線AEに接する円をO′とし，ACの延長と円O′との交点をFとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2002年度）

⑴ BC // EFであることを証明せよ。



⑵ AB＝AC＝4 cm，BC＝5 cm，BD＝2 cmのとき，線分EFの長さを求めよ。

解答欄

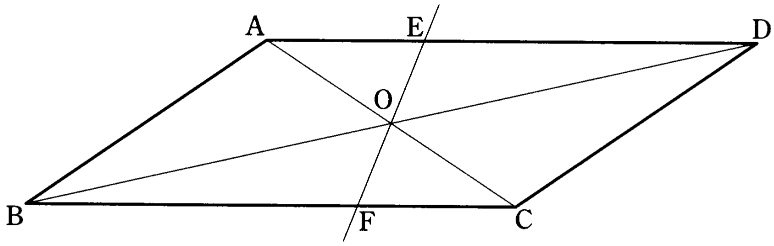
(1)	証明
(2)	cm

【問13】

図は，▱ ABCDの2つの対角線AC，BDの交点をOとし，点Oを通る直線が2辺AD，BCと交わる点をそれぞれE，Fとしたものである。このとき，次の1～3の問いに答えなさい。

（鹿児島県　2002年度）

1．∠OAEと大きさの等しい角をあげよ。



2．EO＝FOであることを証明せよ。

3．AC＜BD，AB＝5 cm，AD＝8 cmで，▱ ABCDの面積を24 cm²とする。対角線ACを直径とする円をかき，この円と辺ADとの交点のうち，Aと異なる点をPとし，さらに点Cにおけるこの円の接線ℓ をひく。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えよ。

⑴ 2点P，Cを結んだ線分PCの長さは何cmか。

⑵ 接線ℓ と辺ADとの交点をQとする。このとき，△OCDと△QCDが重なっている部分の面積は何cm²か。

解答欄

1			
2	証明		
3	(1)	cm	
	(2)	cm^2	