4－5. 平面図形　相似の証明　複合問題ほか　2008年度出題

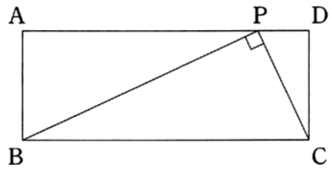
【問1】

長方形ABCDがある。

（秋田県　2008年度）

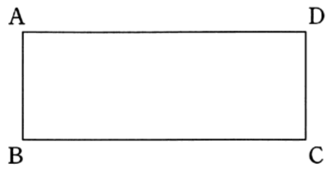
(1)　図1は，辺AD上に∠BPC＝90°となるような点Pをとったものである。このとき，△ABP∽△PCBとなることを証明しなさい。

図1

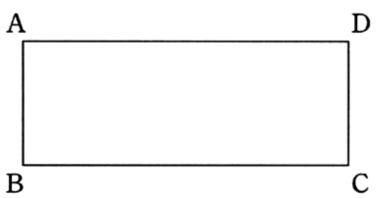


(2)　図2の辺AD上に，∠QBC＝60°となるような点Qを，定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

図2



解答欄

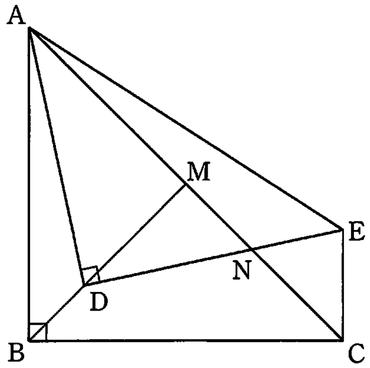
(1)	証明
(2)	

【問2】

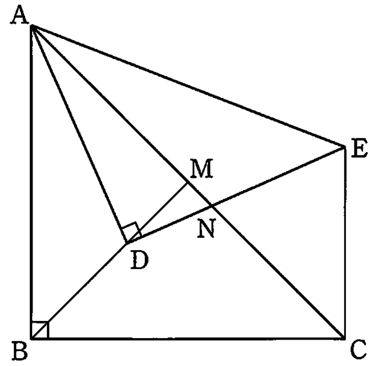
図Ⅰの三角形ABCはAB＝BC，∠ABC＝90°の直角二等辺三角形である。∠ABCの二等分線が辺ACと交わる点をMとする。線分BM上に点Dをとり，AD＝DE，∠ADE＝90°となる直角二等辺三角形ADEを，辺ACと辺DEが交わるようにつくり，ACとDEの交点をNとし，CとEを結ぶ。一郎君は，同じ条件で，Dの位置を変えて図Ⅱをかいてみた。この2つの図を見て，一郎君は，DがBM上のどの位置にあっても，図の中に相似な三角形ができることと，つねに∠BCE＝90°であることを予想した。後の問1，問2に答えなさい。ただし，DはB，Mと一致しないものとする。

（群馬県 2008年度）

図Ⅰ



図Ⅱ



問1．三角形ABDと三角形AENが相似であることを証明しなさい。

問2．∠BCE＝90° であることを証明しなさい。

解答欄

問1	証明
問2	証明

【問3】

図1のような，縦と横の長さの比が1 : $\sqrt{2}$ の長方形ABCDを，次の①～③のように折ります。

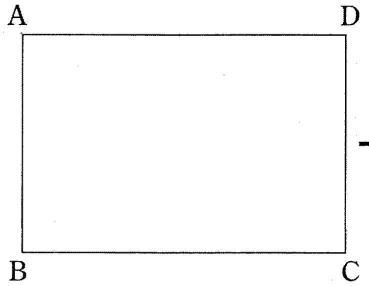


図 1

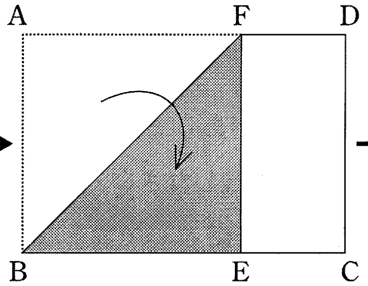


図 2

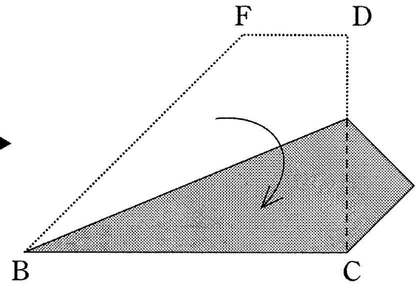


図 3

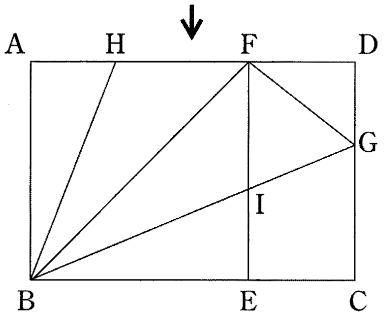


図 4

① 図2のように，辺ABが辺BCに重なるように折ったとき，点Aが移った点をEとします。また，折り目をBFとし，線分EFをかきます。

② さらに，図3のように，線分BFが辺BCに重なるように折ったとき，点Fは点Cに重なります。

③ 図4のようにもとに戻し，②でできた2本の折り目の線と辺CD，ADとの交点をそれぞれG，Hとします。また，線分BF，BG，BH，FGをかき，線分EFとBGの交点をIとします。

このとき，図4をみて，次の各問に答えなさい。なお，この問題用紙の1ページ分の辺の比は，1 : $\sqrt{2}$ です。

（埼玉県　2008年度）

問1．△ABHと△CBGが相似であることを証明しなさい。

問2．AH＝5 cmのとき，FGの長さを求めなさい。ただし，根号はつけたままで答えなさい。

問3．図4の中から，線分AHと等しい長さの線分をすべて見つけ，その線分を記号で書きなさい。

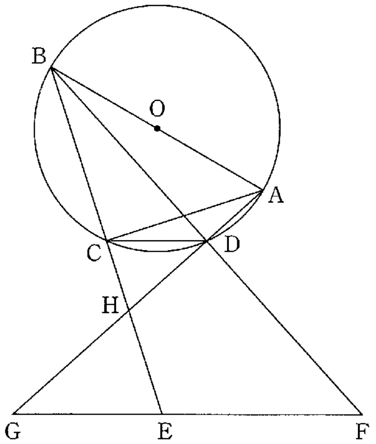
解答欄

問1	証明
問2	cm
問3	

【問4】

図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点CをAC＜BCとなるようにとり，点Bをふくまない$\overset{\frown}{AC}$上に2点A，Cとは異なる点Dをとり，点Cと点Dを結ぶ。また，線分BCの延長上に点Bとは異なる点EをBC＝CEとなるようにとり，線分BDの延長上に点Bとは異なる点FをBD＝DFとなるようにとる。さらに，線分ADの延長と線分FEの延長との交点をGとし，線分AGと線分BEとの交点をHとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2008年度）



問1．三角形ABCと三角形FGDが相似であることを次のように証明した。

空欄にあてはまるものとして，(a) には最も適する弧を記号 ⌒ を用いて書き，(b) には最も適する角を記号∠を用いて書き，(c) には最も適する用語を漢字3字で書き，(あ) には最も適するものを【選択群】から1つ選びその番号を書きなさい。

証明
△ABCと△FGDにおいて，
まず，(a) に対する円周角は等しいから，
∠BAC＝∠BDC…①
ところで，△BEF において，
仮定より，BC＝CE，BD＝DF であるから，
CD∥EF…②
②より，平行線の同位角は等しいから，
(b) ＝∠BFE…③
①，③より，∠BAC＝∠BFE
よって，∠BAC＝∠GFD…④
次に，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから，
∠ACB＝∠ADB…⑤
また，(c) は等しいから，
∠ADB＝∠FDG…⑥
⑤，⑥より，∠ACB＝∠FDG…⑦
④，⑦より，(あ) から，
△ABC∽△FGD

選択群
1．3組の辺の比が等しい
2．2組の辺の比が等しく，その間の角が等しい
3．2組の角がそれぞれ等しい
4．3辺がそれぞれ等しい

問2．∠BDC＝48°，∠EHG＝66°のとき，∠ABDの大きさを求めなさい。

解答欄

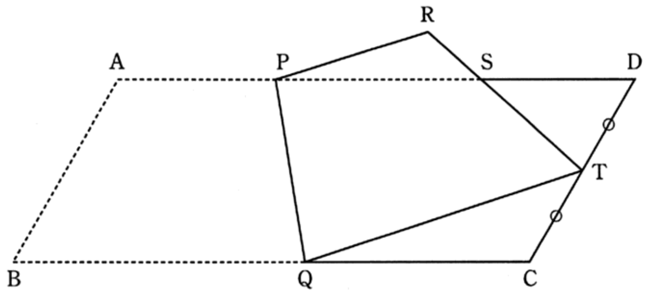
問1	(a)	
	(b)	
	(c)	
	(あ)	
問2	$\angle$ABD＝　　　°	

【問5】

平行四辺形ABCDの頂点Bを，辺CDの中点Tに重なるように折り返したら，図のようになった。折り目を線分PQとし，頂点Aの移った点をR，線分RTと辺ADとの交点をSとする。このとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2008年度）

問1．△SPR∽△TQCであることを証明せよ。



問2．AB＝2 cm，BC＝5 cm，∠ABC＝60° のとき，

(1)線分QTの長さを求めよ。

(2)△PQRの面積を求めよ。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">証明

△SPR∽△TQC</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

【問6】

1辺が10 cmの正方形ABCDがある。点Pは辺AD上の点で，頂点A，Dとは異なる位置にある。下の各問いに答えなさい。

（長野県　2008年度）

問1．図1で，点Qは辺AB上の点で，頂点A，Bとは異なる位置にある。

AP＝a cm，AQ＝b cmとする。

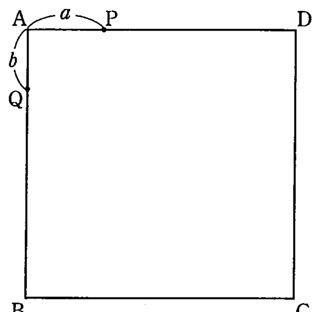


図1

(1) a＝3，b＝2のとき，線分PQの長さを求めなさい。

(2) 面積が $\dfrac{(10-a)\times b}{2}+50$ cm^2 となる図形を，次のア～エから1つ選び，記号を書きなさい。

ア　△PQB
イ　四角形PBCD
ウ　△PQD
エ　四角形PQCD

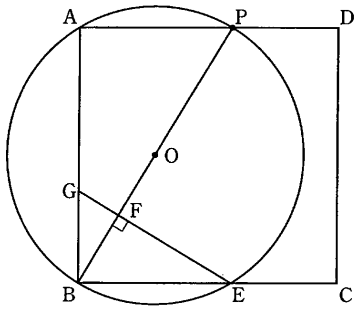


図2

問2．図2のように，3点A，B，Pを通る円Oがある。円OとBCの交点をEとする。また，EからPBに垂線をひき，PB，ABとの交点をそれぞれF，Gとする。

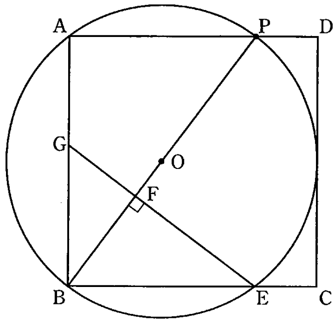


図3

(1) 点Pが，$\overset{\frown}{\mathrm{PA}}:\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$＝2：3の位置にあるとき，∠APBの大きさを求めなさい。

(2) 点Pの位置にかかわらず，△PAB∽△GBEとなることを証明しなさい。

(3) 点PがADの中点にあるときGBの長さを求めなさい。

(4) 図3のように，円OがDCと接するとき，EF：FGを求めなさい。

解答欄

問1	(1)	cm
	(2)	
問2	(1)	°
	(2)	証明
	(3)	cm
	(4)	EF：FG＝　　：

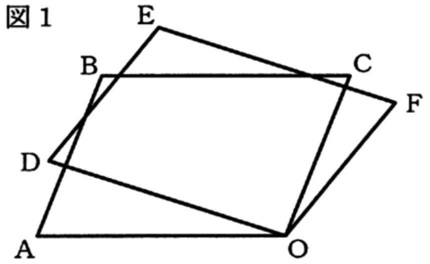
【問7】

図1のように，平行四辺形OABCを，点Oを中心として時計回りに回転させ，点A，B，Cが移動した点を，それぞれD，E，Fとする。後の問1～問3に答えなさい。

（滋賀県 2008年度）

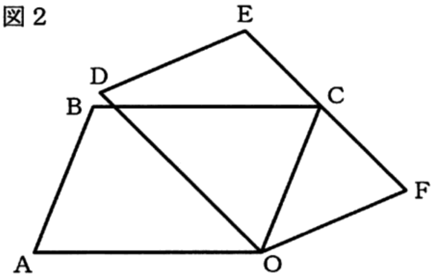
問1．OAB＝70°で，図2のように線分EFが点Cを通るとき，∠BCEの大きさを求めなさい。

図１



問2．図3のように，点Cが平行四辺形ODEFの内部にある場合について，△OAD∽△OCFであることを証明しなさい。

図２



問3．図4のように，点Cが平行四辺形ODEFの内部にあり，３点A，O，Fが一直線上にあるとき，BCとDA，DOとの交点をそれぞれG，Hとする。OA＝a cm，AB＝b cmとして，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) GHの長さは何cmか。a，bを使った式で表しなさい。

(2) さらに，OA＝OBで，a＝5，b＝2のとき，△OCHの面積は何cm²か。求めなさい。

図３

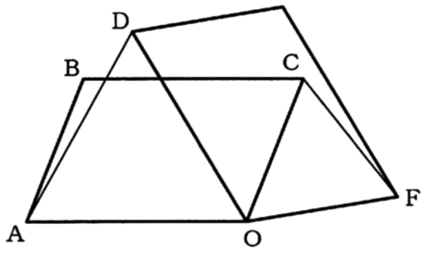
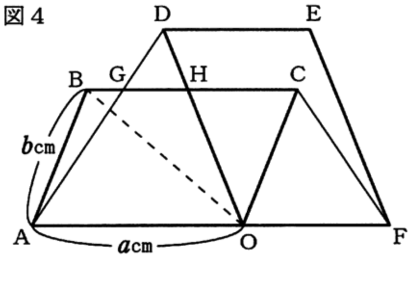


図４



解答欄

問1	度	
問2	証明	
問3	(1)	cm
	(2)	cm^2

【問8】

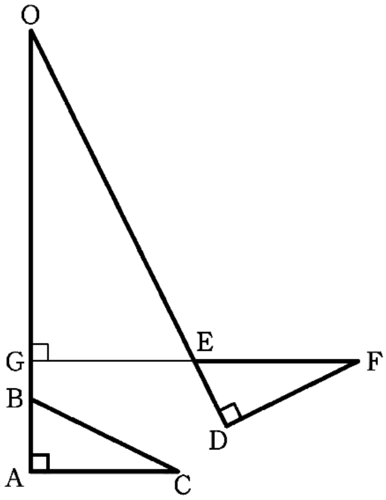
写真のようなブランコをモデルにした問題である。図Ⅰ，図Ⅱにおいて，線分OAの長さは12 cmである。Bは線分OA上の点であり，△BACは∠BAC＝90°，BA＝2 cm，AC＝4 cmの直角三角形である。線分ODと△EDFとは，それぞれ線分OAと△BACとを点Oを中心として同じ向きに同じ角度だけ回転させたものであり，EF∥ACとなっている。このとき，OA＝OD，△BAC≡△EDFである。∠AODの大きさをa°とし，$0<a<90$とする。円周率をπとして，次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

（大阪府 前期 2008年度）

図Ⅰにおいて，Gは直線OAと直線EFとの交点である。このとき，OA⊥GFである。

(1) 0°より大きく180°より小さい角∠OEFの大きさをaを用いて表しなさい。

図Ⅰ



(2) 線分BCの長さを求めなさい。

(3) ㋐ △OGE∽△FDEであることを証明しなさい。

㋑ 線分OGの長さを求めなさい。求め方も書くこと。

解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">度</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td>㋐</td><td>(証明)</td></tr>
<tr><td>㋑</td><td>求め方

cm</td></tr>
</table>

【問9】

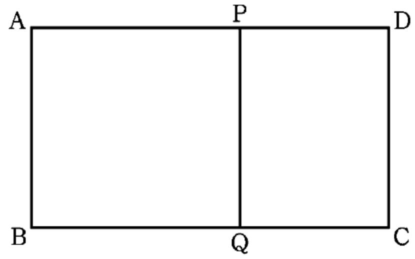
図Ⅰ～図Ⅲにおいて四角形ABCDはAB＝9 cm，AD＝16 cmの長方形である。Pは辺AD上にあってA，Dと異なる点である。Qは辺BC上にあってB，Cと異なる点である。PD＝QCである。PとQとを結ぶ。PD＝x cmとし0＜x＜16とする。次の問いに答えなさい。

（大阪府 後期 2008年度）

問1．図Ⅰにおいて，

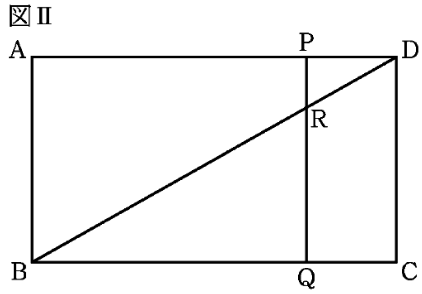
(1) 四角形ABQPの周の長さをxを用いて表しなさい。

図Ⅰ



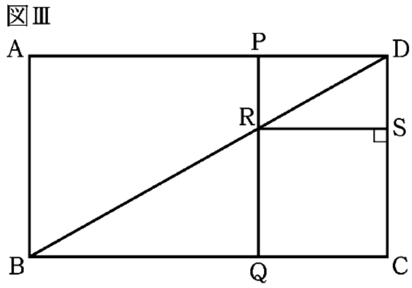
(2) 四角形ABQPの周の長さが四角形PQCDの周の長さの2倍になるときのxの値を求めなさい。

図Ⅱ



問2．図Ⅱ，図Ⅲにおいて，Rは，BとDとを結んでできる線分BDと線分PQとの交点である。

図Ⅲ



(1) 図Ⅱにおいて，

㋐ △PRD∽△QRBであることを証明しなさい。

㋑ PR：QR＝1：3となるときのxの値を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

(2) 図Ⅲにおいて，Sは，Rから辺DCにひいた垂線と辺DCとの交点である。四角形RQCSが正方形になるときのxの値を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td rowspan="2">(1)</td><td>㋐</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>㋑</td><td>求め方

xの値</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

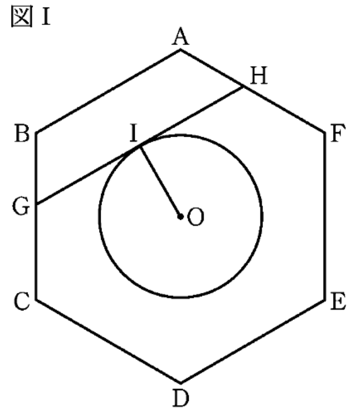
【問10】

図Ⅰ～図Ⅲにおいて，図形ABCDEFは1辺の長さが8 cmの正六角形である。点Oは正六角形ABCDEFの対称の中心である。点Oを中心とする円Oと正六角形ABCDEFについて考える。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

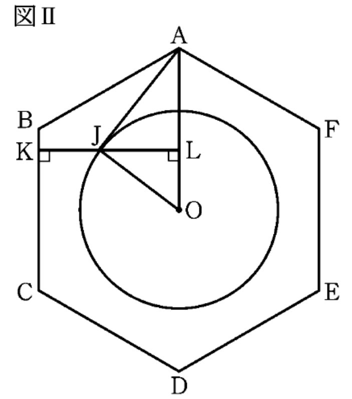
（大阪府 後期 2008年度）

問1．図Ⅰにおいて，Gは辺BC上にあってB，Cと異なる点であり，Hは辺AF上にあってA，Fと異なる点である。BG＝AHである。GとHとを結んでできる線分GHは円Oと接している。Iは，線分GHと円Oとの接点である。IとOとを結ぶ。BG＝x cmとし，0＜x＜8とする。このとき，線分GHの長さと円Oの半径をそれぞれxを用いて表しなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ

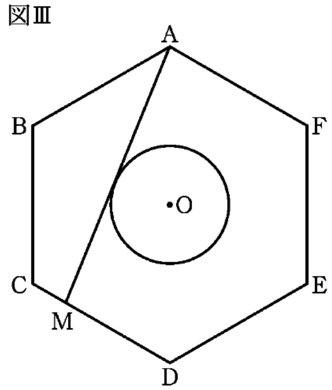


問2．図Ⅱにおいて，Jは円O上の点であり，直線AJと円OとはJにおいて接している。また，Jから直線BCにひいた垂線は辺BCと交わっている。Kは，Jから直線BCにひいた垂線と辺BCとの交点である。BK＝1 cmである。AとO，JとOとをそれぞれ結ぶ。このとき，直線KJは線分AOと垂直に交わる。Lは，直線KJと線分AOとの交点である。

(1) △AJO∽△JLOであることを証明しなさい。

(2) 円Oの半径を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

図Ⅲ



問3．図Ⅲにおいて，Mは辺CD上の点であり，CM＝2 cmである。直線AMは円Oと接している。このとき，円Oの半径を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td colspan="2">線分GHの長さ</td><td>cm</td></tr>
<tr><td colspan="2">円Oの半径</td><td>cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">求め方

cm</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="3">cm</td></tr>
</table>

【問11】

AB＝8 cm, BC＝12 cm, ∠ABCが90°より小さい角である三角形ABCがある。図1のように，辺AB上に点Eをとり，線分EB，BCを2辺とする平行四辺形EBCDをつくる。線分ACと，線分ED，BDとの交点をそれぞれF，Gとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県　2008年度）

問1．図2のように，AE＝2 cmであるとき，

(1) △EBF∽△CBDであることを証明せよ。

(2) 線分BFの長さをa cmとするとき，線分GDの長さをaを使って表せ。

問2．図3のように，∠ABC＝45°で，AE:EB＝1:2であるとき，

(1) △ABCの面積を求めよ。

(2) △FBGの面積を求めよ。

図1

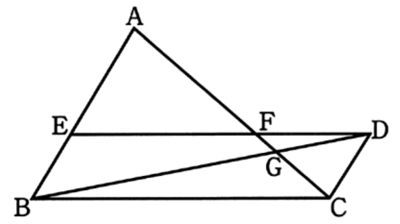


図2

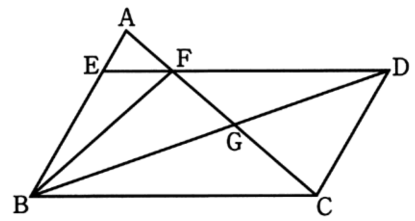
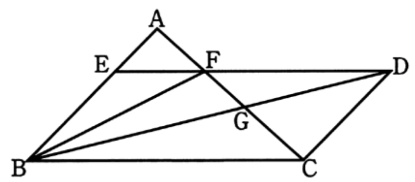


図3



解答欄

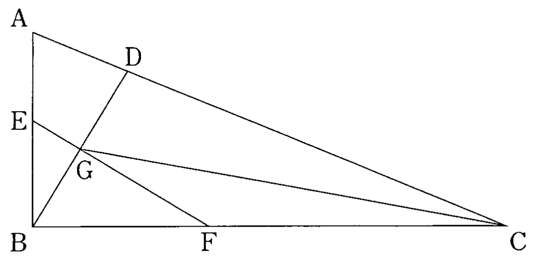
問1	(1)	証明
	(2)	cm
問2	(1)	cm^2
	(2)	cm^2

【問12】

AB＝5 cm, BC＝12 cm, ∠ABC＝90° の直角三角形ABCがある。図のように，辺AC上にAD：DC＝1：4となる点Dをとり，点Bと点Dを結ぶ。線分BDの垂直二等分線をひき，辺AB，BCと交わる点を，それぞれE，Fとする。線分BDと線分EFの交点をGとし，点Cと点Gを結ぶ。次の問1は指示にしたがって答え，問2，問3は ☐ の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。

（福岡県 2008年度）

問1．図において，相似な三角形を1組選び，その2つの三角形が相似であることを ☐ の中に証明せよ。



(証明)

問2．△GCDの面積は ☐ cm² である。

問3．線分BEの長さは ☐ cm である。

解答欄

問1	証明
問2	
問3	

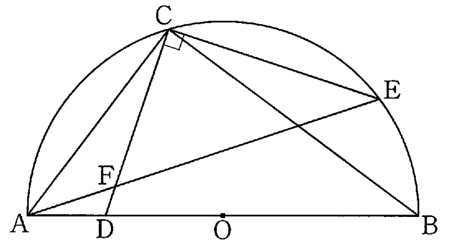
【問13】

図は，線分ABを直径とする半円で，点O はABの中点である。点Cは弧$\overset{\frown}{AB}$上にあり，点Dは線分OA上にある。点Eは弧$\overset{\frown}{BC}$上にあって，CE⊥CDである。また，点Fは線分CDと線分AEとの交点である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2008年度）

問1．△ADC∽△FDAであることを証明しなさい。

問2．AB＝5 cm，AC＝3 cm，AD＝1 cmであるとき，線分AFの長さを求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。



解答欄

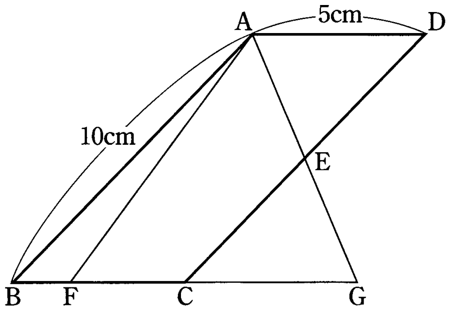
問1	証明
問2	cm

【問14】

図のような，平行四辺形ABCDがありAB＝10 cm，AD＝5 cm，∠ABCは鋭角である。点Eは辺CDの中点であり，点Fは辺BC上の点で，BF：FC＝1：2である。また，点Gは，線分AEを延長した直線と辺BCを延長した直線の交点である。このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（宮崎県 2008年度）

問1．∠BCD＝134°のとき，∠EABの大きさを求めなさい。



問2．図の中から，相似な2つの三角形を選び，書きなさい。ただし，相似比が1：1の場合は除く。また，その2つの三角形が相似であることを証明しなさい。

問3．対角線BDをひき，線分AF，AEとの交点をそれぞれ，P，Qとする。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 線分PQの長さは，対角線BDの長さの何倍になりますか。

(2) 頂点Aから線分BGに垂線をひき，その垂線と線分BGとの交点をHとする。AH＝8 cmのとき，五角形FCEQPの面積を求めなさい。

解答欄

問1	∠EAB＝　　　度	
問2	選んだ三角形	
	証明	
問3	(1)	倍
	(2)	cm^2