

6. 二次方程式の利用 ① 整数・規則性関係・その他

【問1】

ある数 x , y があり, x を2乗して4をひいた数は, y を3倍して1を加えた数と等しくなる。 x と y の関係を等式で表しなさい。

(秋田県 2003 年度)

【問2】

ある正の数 x を2乗して5を加えるところを, 間違えて x を2倍して5を加えたので, 正しい答えより24小さくなった。ある正の数 x を求めよ。

(京都府 2003 年度)

$x =$

【問3】

次の, 先生とAさん, Bさんの会話文を読んで, 下の(1), (2)に答えなさい。

(山口県 2003 年度)

先生: 連続する3つの正の整数があります。一番小さい数と一番大きい数の積から真ん中の数の2倍をひくと62になっています。方程式を使って, この連続する3つの正の整数を求めてごらん。

Aさん: 3つの正の整数のうち, 真ん中の数を x として方程式をつくると $(x-1)(x+1)-2x=62$ となりました。

Bさん: 一番小さい数を x として方程式をつくることもできると思います。

先生: そうだね。どちらの方程式でも求めることができるんだよ。

(1) 下線部の方法で方程式をつくりなさい。

(2) 会話文で先生が問いかけている連続する3つの正の整数を求めなさい。

| | |
|-----|-----|
| (1) | |
| (2) | , , |

【問4】

図は、ある月のカレンダーである。この中のある数を x とする。 x のすぐ真上の数と x の右どなりの数をかけたものは、 x に 3 を加えた数を9倍したものに等しい。このとき、 x を求めなさい。

ただし、 x についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(佐賀県 2003 年度)

| 日 | 月 | 火 | 水 | 木 | 金 | 土 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | 1 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 30 | 31 | | | | | |

【問5】

ある数 x を2乗すると x より 2 大きくなります。このとき、ある数 x をすべて求めなさい。

(宮城県 2005 年度)

【問6】

ある正の整数 a を2乗してから3倍しなければならないのに、誤って3倍してから2乗したため、答えが 216 大きくなってしまった。このとき、 a の値を求めなさい。

(茨城県 2005 年度)

$a=$

【問7】

a, b, c の3つの正の数があり、これらは次の①、②の関係を満たしている。

- ① b は a より12大きく、 c は a の2倍である。
- ② c の2乗から a の2乗を引くと、 b の6倍になる。

このとき a, b, c の値を次のようにして求めた。□ア □イ □ウ □エ □オ □カ □キ □ク に適する数や式を答えなさい。

図3

| | | |
|------|-----|---|
| $2x$ | y | 4 |
| $-y$ | 3 | |
| 2 | | |

(島根県 2005 年度)

(解答) a を x とすると、 b, c を x を用いて表すと、

①より b は □ア , c は □イ と表せる。

これを用いると②は、(□イ)² - x^2 = $6 \times$ (□ア)と書け、

これを整理すると、 $x^2 - 2x -$ □ウ = 0 となり、

これを解いて $x =$ □エ , □オ であるが、 $a > 0$ より $a =$ □カ となる。

よって、①より $b =$ □キ , $c =$ □コ (これは条件を満たす)

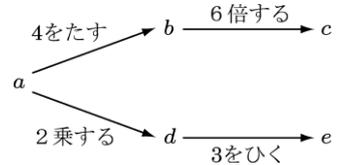
答 $a =$ □カ , $b =$ □キ , $c =$ □ク

| | | | |
|---|---|---|---|
| ア | イ | ウ | エ |
| | | | |
| オ | カ | キ | ク |
| | | | |

【問8】

図は、整数 a, b, c, d, e の関係を表したものである。 a に4をたすと b に、 b を6倍すると c になる。また、 a を2乗すると d に、 d から3をひくと e になる。このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(高知県 2005 年度)



- (1) d を b の式で表せ。
- (2) c が a の3倍に等しくなるとき、 c の値を求めよ。
- (3) a が正の数であるとき、 c と e が等しくなるような a の値を求めよ。

| | |
|-----|-------|
| (1) | $d =$ |
| (2) | $c =$ |
| (3) | $a =$ |

【問 11】

一郎さんは、傾きの変わらない長い坂道で、ボールを足で押さえて立っていましたが、足をはなしたら、ボールが転がり始めました。ボールが転がり始めてから 3 秒後に、一郎さんがボールを追いかけて始めたところ、坂道の途中でボールに追いつきました。ボールは転がり始めてから t 秒間に $\frac{1}{3}t^2$ m 進み、一郎さんは毎秒 4 m の速さで追いかけてきました。このとき、一郎さんがボールを追いかけて始めてから追いつくまでの時間を求めなさい。ただし、一郎さんがボールを追いかけて始めてから追いつくまでの時間を x 秒として方程式をつくり、それを解く過程も書きなさい。

(岩手県 2007 年度)

一郎さんがボールを追いかけて始めてから追いつくまでの時間を x 秒とする。

答 _____ 秒

【問 12】

a を自然数、 b を素数とすると、 $a^2 - 16 = 3b$ を満たす a, b の値の組をすべて求めなさい。求め方も書くこと。

(大阪府 前期 2007 年度)

求め方

a, b の値の組

【問 13】

2けたの自然数がある。この自然数の一の位の数は十の位の数より3小さい。また、十の位の数の2乗は、もとの自然数より15小さい。もとの自然数の十の位の数を a として方程式をつくり、もとの自然数を求めなさい。

(栃木県 2009 年度)

| |
|------------------|
| 答 () |
|------------------|

【問 14】

ある正の数 x に 4 を加えて 2 乗するところを、誤って、 x に 2 を加えて 4 倍したため、正しい答えより 29 小さくなった。この正の数 x を求めなさい。

(千葉県 2009 年度)

| |
|-------|
| $x =$ |
|-------|

【問 15】

次の表は、1 から 50 までの連続する自然数を、上から下へ 5 つずつ、左から右へ、順に並べたものである。

| | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 |
| 2 | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 | 47 |
| 3 | 8 | 13 | 18 | 23 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 |
| 4 | 9 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |

明さんは、この表から「縦に並んだ連続する 3 つの自然数で、 $3^2+4^2=5^2$ のように、小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合がある」ことを見つけた。次に、明さんは、表で の 12, 17, 22 や 24, 29, 34 などのような順に、横に並んだ 3 つの自然数に着目した。そして「横に並んだ 3 つの自然数で、小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合はあるだろうか」という疑問をもち、最も小さい数を x として、二次方程式をつくって考えることにした。

(長野県 2009 年度)

- (1) 横に並んだ 3 つの自然数のうち、最も大きい数を、 x を用いた文字の式で表しなさい。
- (2) x についての二次方程式をつくりなさい。
- (3) 小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる横に並んだ 3 つの自然数を求め、左から小さい順に書きなさい。

| | | | |
|-----|--|--|--|
| (1) | | | |
| (2) | | | |
| (3) | | | |

【問 16】

連続した 3 つの正の整数がある。最も小さい数とまん中の数の和の 3 倍は、最も大きい数の 2 乗より 64 小さくなる。最も小さい正の整数を x として二次方程式をつくり、それを解いて連続した 3 つの正の整数を求めよ。

(愛媛県 2009 年度)

解

最も小さい正の整数を x とすると,

答 _____

【問 17】

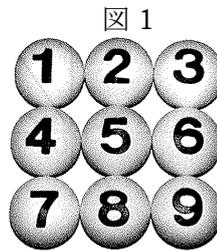
同じ大きさの玉を使い、【規則】①、②にしたがって、 n 段重ねの立体をつくる。ただし、 n は 2 以上の自然数とする。このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(鹿児島県 2009 年度)

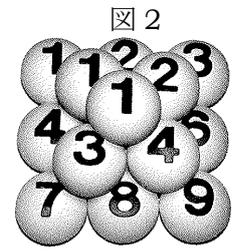
【規則】

- ① いちばん下の段には、縦横に n 個ずつの玉を、正方形の形にぴったりとつめて並べ、1 から順に自然数の番号を 1 つずつつける。たとえば、 $n=3$ のときは図 1 のようになる。
- ② 下の段において、縦横に 2 個ずつ隣り合って並んでいる 4 個の玉のすべての間に、玉を 1 個ずつ積み重ねて上の段をつくり、①と同じように 1 から順に自然数の番号を 1 つずつつける。この操作を、いちばん上の段の玉が 1 個になるまで続ける。たとえば、 $n=3$ のときは図 2 のようになる。

問1 4 段重ねの立体をつくるには、全部で何個の玉が必要か。



問2 6 段重ねの立体で、5 の倍数の番号のついた玉は全部で何個あるか。



問3 図 2 の 3 段重ねの立体では、ちょうど 2 回使われる番号は 2, 3, 4 であり、それぞれ玉は、2 個ずつ全部で 6 個ある。 n 段重ねの立体で、ちょうど 2 回使われる番号のついた玉は、全部で何個あるか。 n を用いて表せ。

問4 n 段重ねの立体をつくる時、下から 2 段目まで積み重ねたところ、ちょうど 145 個の玉を必要とした。このとき、 n の値を求めよ。ただし、 n についての方程式と計算過程も書くこと。

| | |
|----|---|
| 問1 | 個 |
| 問2 | 個 |
| 問3 | 個 |

| | |
|--------|----------|
| 問4 | 方程式と計算過程 |
| 答 $n=$ | |

【問 18】

大小 2 つの長方形の花だんがある。小さい花だんのまわりの長さは 28 m で、縦は横よりも短い。大きい花だんの縦と横の長さは、小さい花だんの縦と横の長さよりそれぞれ 2 m ずつ長い。大きい花だんの面積は、小さい花だんの面積の 2 倍より 13 m^2 小さい。このとき、小さい花だんの縦の長さを求めなさい。求める過程も書きなさい。

(福島県 2010 年度)

[求める過程]

答 小さい花だんの縦の長さ _____ m

【問 19】

ある正の数 x がある。 x の 2 乗から 12 をひいた数は、 x に 6 を加えて 2 倍した数に等しい。このとき、 x の値を求めよ。 x の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

(香川県 2010 年度)

[x の値を求める過程]

答 x の値 _____

【問 20】

連続した 3 つの自然数があり、最も大きい数と 2 番目に大きい数の 2 つの数の積は、最も小さい数の 6 倍より 20 大きくなった。

このとき、最も小さい自然数を x として、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

(佐賀県 後期 2011 年度)

(1) 最も大きい数と 2 番目に大きい数を、それぞれ x を使って表しなさい。

(2) 3 つの自然数を求めなさい。ただし、 x についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

| | | |
|-----|-----------|--|
| (1) | 最も大きい数 | |
| | 2 番目に大きい数 | |
| (2) | | |