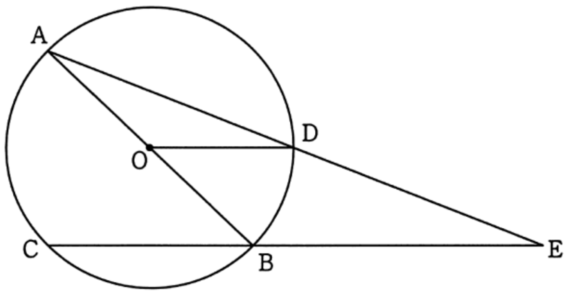
４－４. 平面図形　相似の証明　複合問題ほか　2007年度出題

【問1】

図のように，線分ABを直径とする円Oの円周上に，２点C，DをCB∥ODとなるようにとります。CBの延長とADの延長との交点をEとします。次の問いに答えなさい。

（北海道　2007年度）



問1. 線分OBと線分BEの長さの比を，もっとも簡単な整数の比で求めなさい。

問2. △ACE∽△BDAを証明しなさい。

解答欄

問1	OB:BE＝　　:
問2	証明

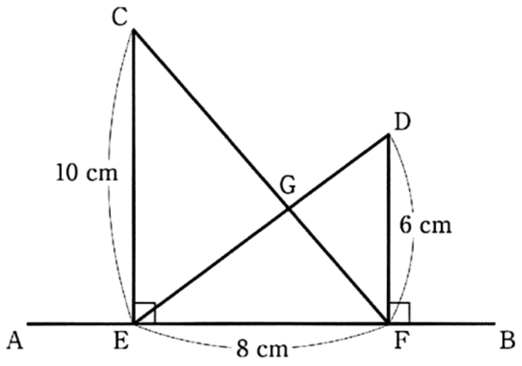
【問2】

図のように，線分ABに点C，Dから垂線をひき，その交点をそれぞれE，Fとする。また、線分CFとDEの交点をGとする。EF＝8 cm，CE＝10 cm，DF＝6 cmのとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

（青森県 2007年度）

(1) △CGEと△FGDが相似になることを証明しなさい。

(2) △EFGの面積を求めなさい。



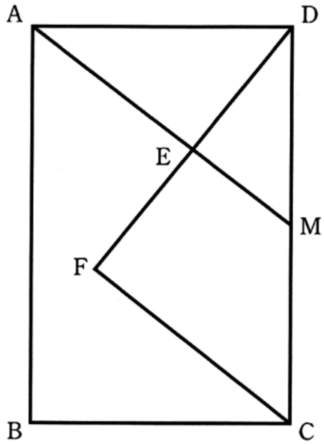
解答欄

(1)	証明
(2)	cm^2

【問3】

図のような長方形ABCDがある。辺CDの中点をMとし，点Dから線分AMに垂線をひき，線分AMとの交点をEとする。また，線分DEの延長上に点FをDE＝EFとなるようにとる。このとき，△ADM∽△DFCであることを証明しなさい。

（茨城県　2007年度）



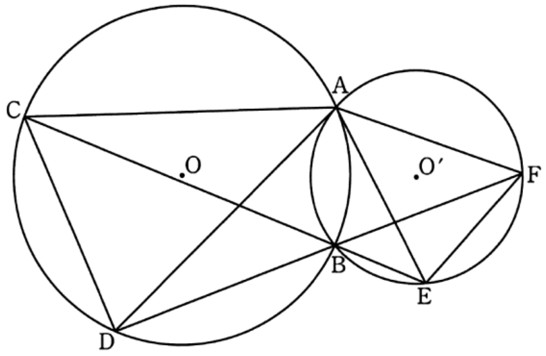
解答欄

証明

【問4】

図の円O，O′ は2点A，Bで交わっている。2点C，DはAC＝ADとなる円Oの周上の点である。直線CB，DBが円O′と交わる点でBと異なる交点をそれぞれE，Fとするとき，三角形ACDと三角形AEFが相似となることを証明しなさい。

（群馬県 2007年度）

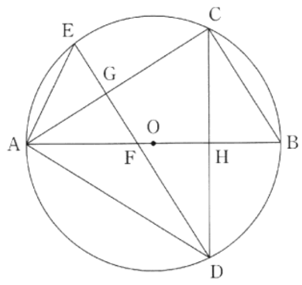


解答欄

証明

【問5】

図のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点CをAC＞BCとなるようにとり，点Cをふくまない$\overset{\frown}{AB}$上に点DをAC＝ADとなるようにとる。また，点Bをふくまない$\overset{\frown}{AC}$上に点EをBC∥DEとなるようにとり，線分ABと線分DEとの交点をF，線分ACと線分DEとの交点をGとする。さらに，線分ABと線分CDとの交点をHとする。このとき，次の問いに答えなさい。



（神奈川県 2007年度）

問1．三角形AEGと三角形DFHが相似であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして，$\boxed{a}$ には最も適する弧を記号 ⌒ を用いて書き，$\boxed{b}$ には最も適する角を記号∠を用いて書き，$\boxed{あ}$ ，$\boxed{い}$ には最も適するものを【選択群】からそれぞれ1つずつ選び，その番号を書きなさい。

証明
△AEGと DFHにおいて，
まず，$\boxed{a}$ に対する円周角は等しいから，
∠CAE＝∠CDE
よって，∠EAG＝∠FDH …①
次に，$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから，
∠AED＝∠ACD …②
また，△ACD は AC＝AD の二等辺三角形だから，
∠ACD＝ $\boxed{b}$ …③
さらに，$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから，
∠ADC＝∠ABC …④
ここで，$\boxed{あ}$ から，
∠CBF＝∠BFD
よって，∠ABC＝∠BFD …⑤
②，③，④，⑤より，
∠AED＝∠BFD
よって，∠AEG＝∠DFH …⑥
①，⑥より，$\boxed{い}$ から，
△AEG∽△DFH

選択群

1．対頂角は等しい
2．平行線の同位角は等しい
3．平行線の錯角は等しい
4．3組の辺の比が等しい
5．2組の辺の比が等しく，その間の角が等しい
6．2組の角がそれぞれ等しい

問2．∠BAE＝64° のとき，∠ADEの大きさを求めなさい。

解答欄

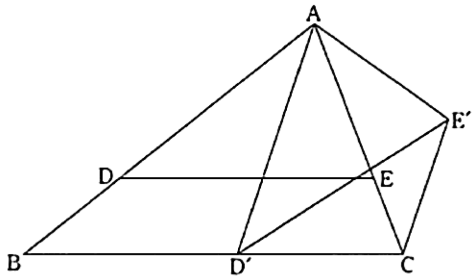
<table>
<tr><td rowspan="4">問1</td><td>(a)</td><td></td></tr>
<tr><td>(b)</td><td></td></tr>
<tr><td>(あ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(い)</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">∠ADE＝ °</td></tr>
</table>

【問6】

　図のように，△ABCの辺AB，AC上にBC∥DEとなるようにそれぞれ点D，点Eをとる。次に△ADEを点Aを中心に，頂点Dが辺BC上にくるように回転させ，回転後の点をそれぞれD′，E′とする。このとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2007年度）

問1．△ABD′∽△ACE′であることを証明せよ。



問2．AB＝BC＝6 cm，AC＝AD＝4 cmのとき，

(1)　CE′の長さを求めよ。

(2)　△ACE′の面積を求めよ。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td colspan="2">証明
△　ABD′と△ACE′において</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

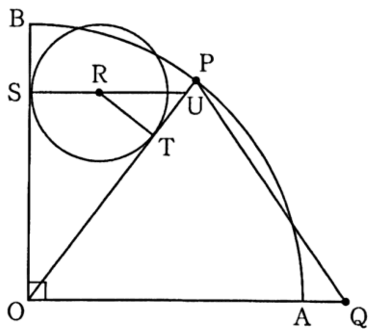
【問7】

図Ⅱにおいて，Rはおうぎ形OABの内部の点であり，Rを中心とし半径が4 cmの円Rは線分OB，OPに接している。Sは円Rと線分OBとの接点であり，OS＝12 cmである。Tは，円Rと線分OPとの接点である。このとき，OS＝OTとなる。RとS，RとTとをそれぞれ結ぶ。Uは，直線OPと直線SRとの交点である。

（大阪府 前期 2007年度）

(1) △SOU∽△TRUであることを証明しなさい。

図Ⅱ



(2) 線分OQの長さを求めたい。

① 線分RUの長さを求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

② 線分OQの長さを求めなさい。

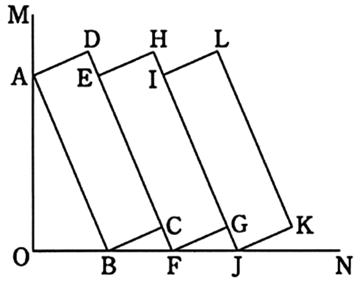
解答欄

(1)	証明	
(2)	①	求め方 cm
	②	cm

【問8】

本棚の本を何冊か抜き取ったら，右の写真のようになった。次の図は，この様子をもとにしてかいたものである。3つの四角形ABCD，EFGH，IJKLはすべて合同な長方形であり，AB＝EF＝IJ＝26 cm，AD＝EH＝IL＝8 cmである。点Aは線分OM上に，3点B，F，Jは線分ON上にあり，∠MON＝90°である。また，2点E，Cは線分DF上に，2点I，Gは線分HJ上にある。各問いに答えよ。

（奈良県 2007年度）



問1．EC＝a cmとするとき，線分DFの長さをaを用いて表せ。

問2．△AOB∽△BCFであることを証明せよ。

問3．OA＝24 cmのとき線分OJの長さを求めよ。

解答欄

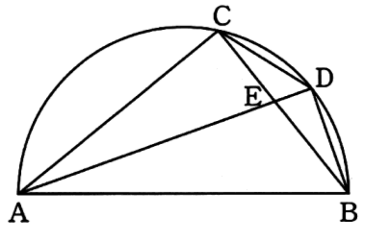
問1	cm
問2	証明
問3	cm

【問9】

図のように，線分ABを直径とする半円の周上に2点C，Dがあり，線分ADは∠CABを二等分している。また，線分ADと線分BCの交点をEとする。次の問1，問2に答えなさい。

（山口県 2007年度）

問1．△ACD∽△CEDであることを証明しなさい。



問2．AB＝3 cm，BD＝1 cmのとき，△ABEの面積を求めなさい。

解答欄

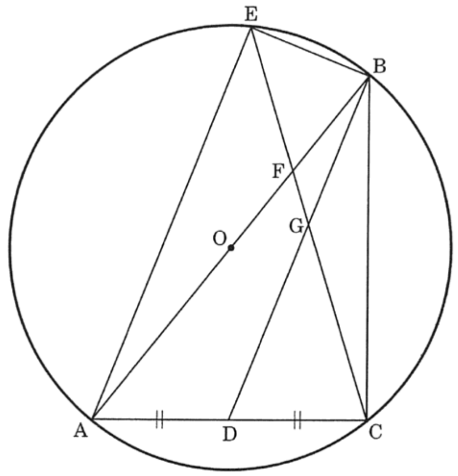
問1	証明
問2	cm^2

【問10】

図のように，点Oを中心とし，線分ABを直径とする半径5 cmの円がある。$\overset{\frown}{AB}$上にAC＝6 cmとなる点CをとりBと結ぶ。線分ACの中点をDとし，円Oの周上に，DB∥AEとなる点Eをとる。また，線分ECが線分AB，DBと交わる点をそれぞれF，Gとする。次の問1～問4に答えなさい。

（徳島県 2007年度）

問1．線分BCの長さを求めなさい。



問2．△ADB∽△EBCを証明しなさい。

問3．∠BACの大きさをa度とするとき，∠DGCの大きさを，aを用いて表しなさい。

問4．線分BEの長さを求めなさい。

解答欄

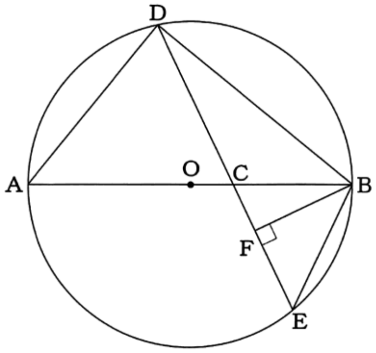
問1	cm
問2	証明
問3	度
問4	cm

【問11】

図のような，線分ABを直径とする円Oがある。線分AB上に，2点A，Bと異なる点Cをとり，円周上に，AC＝ADとなる点Dをとる。また，直線DCと円との交点のうち，点Dと異なる点をEとする。点Bから線分DEに垂線をひき，その交点をFとする。点Bと点D，点Bと点Eをそれぞれ結ぶとき，次の1，2の問いに答えなさい。

（香川県　2007年度）

問1．△ABD∽△EBFであることを証明せよ。



問2．点Aと点Eを結ぶ。線分AEと直線BFとの交点をGとし，点Oと点Gを結ぶとき，△OAG≡△OBGであることを証明せよ。

解答欄

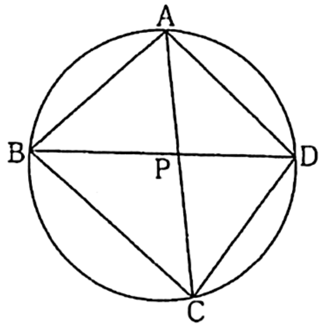
問1	証明
問2	証明

【問12】

　図のように，四角形ABCDがある。この四角形の頂点はすべて同じ円の周上にあり，点Pは対角線ACと対角線BDとの交点である。∠ABD＝∠BCAであるとき，次の1・2の問いに答えなさい。

（高知県　2007年度）

問1．△ACD∽△ADPを証明せよ。



問2．AP＝6 cm，PC＝7 cmのとき，辺ADの長さを求めよ。

解答欄

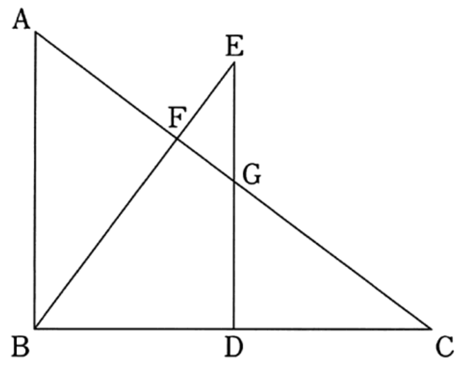
問1	証明 △ACDと△ADPにおいて ゆえに　△ACD∽△ADP
問2	cm

【問13】

AB＝6 cm，BC＝8 cm，∠ABC＝90°の直角三角形ABCがある。図のように，辺BCの中点Dをとり，点Dを通り辺BAに平行な直線と，点Bを通り辺ACに垂直な直線との交点をEとする。辺ACと直線BE，DEとの交点を，それぞれF，Gとする。次の問1は指示にしたがって答え，問2，問3は □ の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。

（福岡県 2007年度）

問1．図において，相似な三角形を1組選び，その2つの三角形が相似であることを右の □ の中に証明せよ。



証明

問2．線分EGの長さは □ cm である。

問3．線分BC上に点Pを，△FBPの面積が四角形FBDGの面積と等しくなるようにとる。このとき，線分BPの長さは □ cm である。

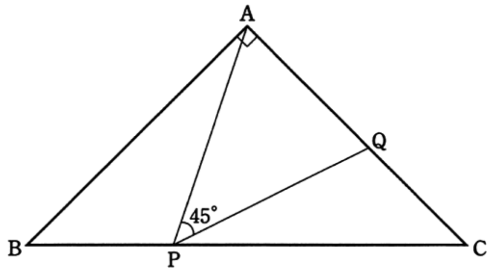
解答欄

問1	証明
問2	cm
問3	cm

【問14】

図のように，$\angle BAC = 90°$，$AB = 3\sqrt{2}$ cmの直角二等辺三角形ABCがある。辺BC上にBP＝2 cmとなる点Pをとり，辺CA上に$\angle APQ = 45°$となる点Qをとる。このとき，次の1～4の各問いに答えなさい。

（佐賀県 後期 2007年度）



問1．BCの長さを求めなさい。

問2．△ABP∽△PCQであることを証明しなさい。

問3．CQの長さを求めなさい。

問4．△APQの面積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	証明
問3	cm
問4	cm^2

【問15】

図1，図2のように，点Oを中心とする円の周上に4点A，B，C，Dがあり，線分ACは∠BADを2等分している。また，線分ACと線分BDとの交点をEとする。∠BAD＝60°，BC＝6 cm，CE＝4 cmであるとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2007年度）

図 1

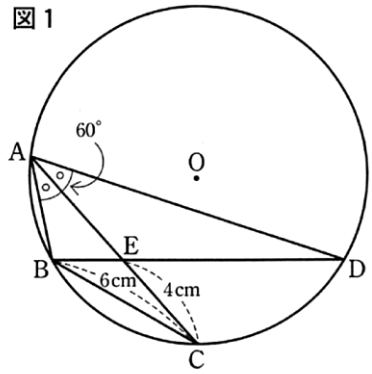


図 2

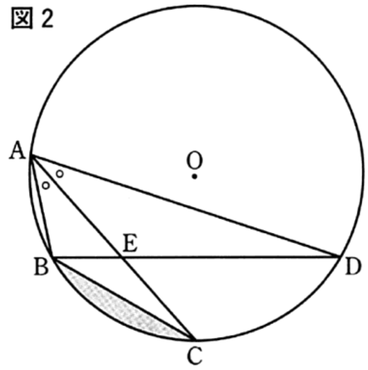
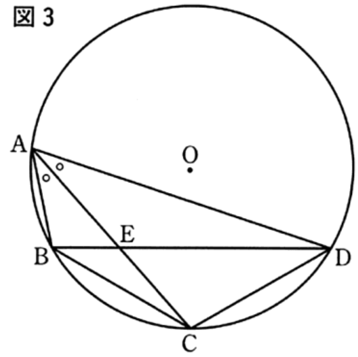


図 3



問1．∠CBEの大きさは何度か。

問2．△ABC∽△BECであることを証明せよ。

問3．線分AEの長さは何cmか。

問4．次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 円Oの半径は何cmか。

(2) 図2のように点Aをふくまない弧BCと線分BCで囲まれた部分(図2の影をつけた部分)の面積は何cm^{2}か。

問5．図3において，四角形ABCDの面積は何cm^{2}か。

解答欄

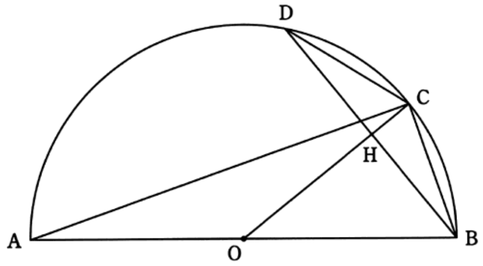
問1		°
問2	証明	
問3		cm
問4	(1)	cm
	(2)	cm^2
問5		cm^2

【問16】

図のように，線分ABを直径とする半径3 cmの半円Oがある。点C，Dは半円の周上にあり，線分BDと線分OCの交点をHとするとき，次の1～3の問いに答えなさい。ただし，BC＝CD＝2 cmとする。

（大分県 2007年度）

問1. 線分ACの長さを求めなさい。



問2. △ABC∽△BCHであることを，次のように証明した。 ア には適する記号を書き， イ には証明の続きを書いて，証明を完成させなさい。

【証明】
△ABC と △BCH において
△OBC は　OB＝OC＝3 cm　より二等辺三角形であるから

ア	∠　　　　＝ ∠

・・・①

イ

問3. 四角形ABCDの面積を求めなさい。

解答欄

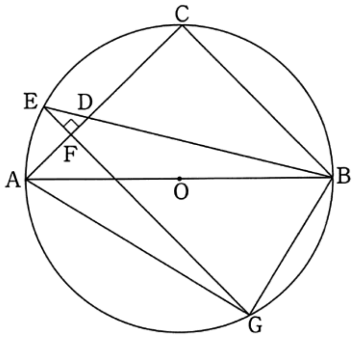
問1	cm	
問2	【証明】 △ABCと△BCHにおいて △OBCはOB＝OC＝3 cmより二等辺三角形であるから	
	ア	∠　　＝ ∠ …①
	イ	
問3	cm^2	

【問17】

図は，点Oを中心とする円で，線分ABは円の直径である。点Cは円Oの周上にあって，点Dは線分AC上にある。点EはBDの延長と円Oとの交点で，点FはEから線分ACにひいた垂線とACとの交点である。また，点GはEFの延長と円Oとの交点である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2007年度）

問1．△BCD∽△AGBであることを証明しなさい。



問2．AB＝7 cm，AC＝5 cm，AD＝2 cmであるとき，線分BGの長さを求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

解答欄

問1	証明
問2	cm