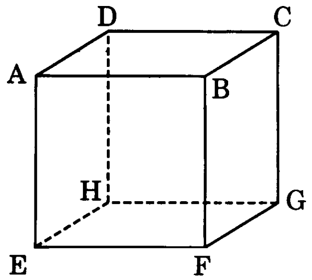
5－2. 空間図形の求積(長さ・面積・体積・角度ほか) 【2002年度出題】

【問1】

図のように，1辺が 1 cm の立方体があります。頂点 A から出発して，すべての頂点を1回ずつ通って頂点 A にもどるとき，その最短の距離を求めなさい。

（北海道 2002 年度）



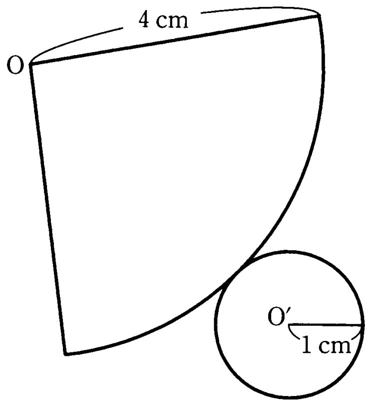
解答欄

cm

【問2】

図は円すいの展開図で，底面の半径は 1 cm，側面の半径は 4 cm である。これを組み立ててできる円すいの体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（青森県 2002 年度）



解答欄

cm^3

【問3】

図1のような，四角すいO－ABCDの容器がある。上の面の四角形ABCDは1辺の長さが6 cmの正方形であり，4つの側面はすべて O から対辺に引いた垂線の長さが 9 cm の二等辺三角形である。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（福島県 2002 年度）

図1

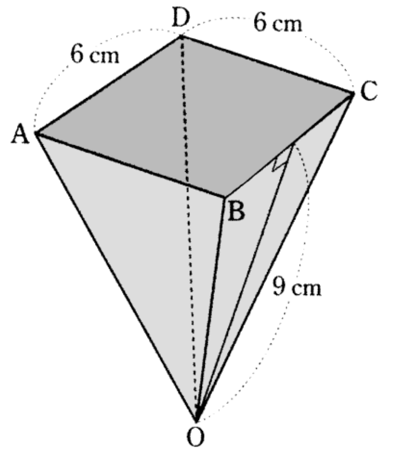
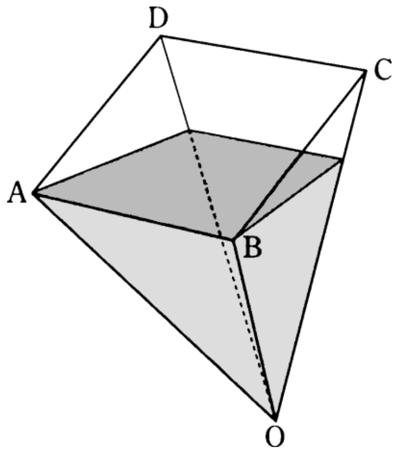


図2



(1) この容器に水が満たされているとき，頂点 O から水面までの高さを求めなさい。(図1)

(2) ABを水平にしたままこの容器をゆっくりと傾け，側面OCDが水面に対して垂直になるまで水を流し出した。(図2)
このとき，頂点 O から水面までの高さを求めなさい。

(3) (2)において，水面が作る図形の面積を求めなさい。

解答欄

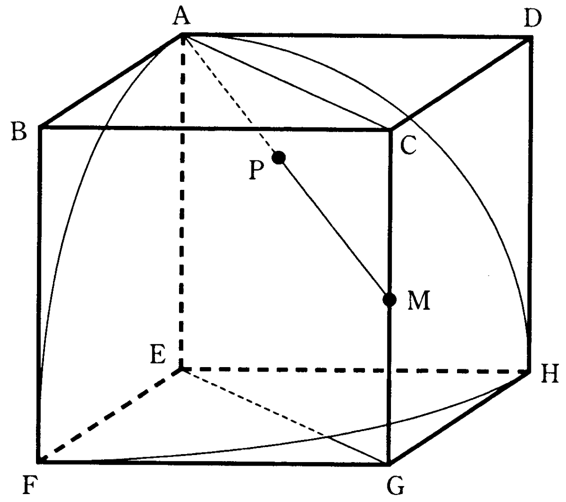
(1)	cm
(2)	cm
(3)	cm^2

【問4】

図のように，1辺の長さが 4 cm の立方体 ABCDEFGH があり，その内部に，点 E を中心とする半径 4 cm の球の $\frac{1}{8}$ の部分が入っている。辺 CG の中点を M とし，点 A と点 M とを結ぶ。線分 AM と球の表面との交点で，A 以外の点を P とする。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（茨城県 2002 年度）

(1) 四角形 AEGC の面積を求めなさい。



(2) 線分 AP の長さを求めなさい。

解答欄

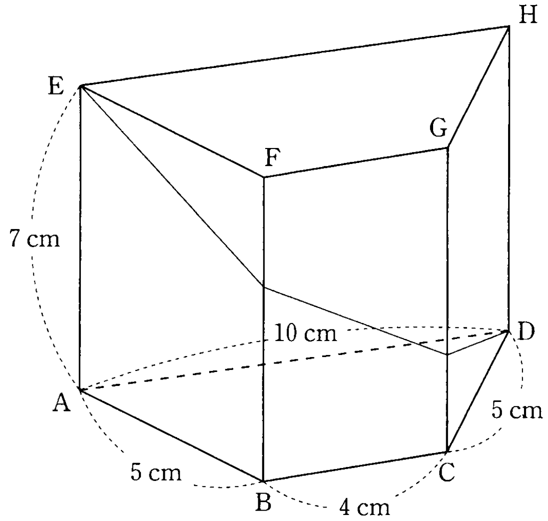
(1)	cm^2
(2)	cm

【問5】

図は，辺 AD と辺 BC が平行で，AD＝10cm，BC＝4cm，AB＝CD＝5cm の台形 ABCD を底面とし，AE＝BF＝CG＝DH＝7cm を高さとする四角柱である。このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2002 年度）

(ア) この四角柱の側面上に，頂点 E から辺 BF と辺 CG に交わるように，頂点 D まで線を引く。このような線のうち，最も短い線の長さを求めなさい。



(イ) 平行な2つの線分 AD，FG をふくむ平面でこの四角柱を切り，2つの立体に分けるとき，頂点 B をふくむほうの立体の体積を求めなさい。

解答欄

(ア)	cm
(イ)	cm^3

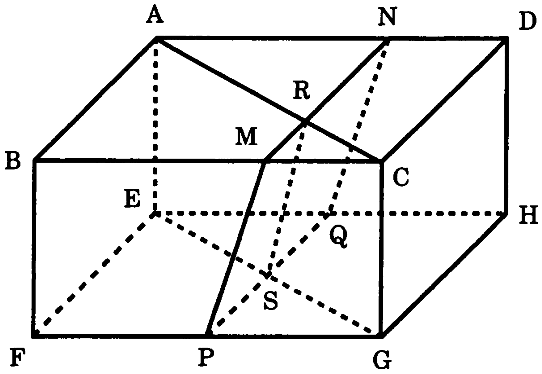
【問6】

図のように，AB＝3 cm，AD＝6 cm，AE＝3 cm の直方体 ABCD－EFGH がある。辺 BC，AD をそれぞれ 2：1 に分ける点を M，N とし，辺 FG，EH の中点を，それぞれ P，Q とする。対角線 AC と線分 MN の交点を R，対角線 EG と線分 PQ の交点を S とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（新潟県 2002 年度）

(1) 線分 MR の長さを求めなさい。

(2) 立体 MCR－PGS の体積を求めなさい。



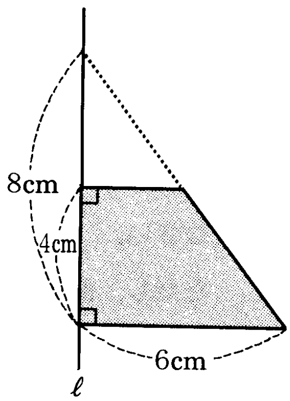
解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

【問7】

図は，底辺 6 cm，高さ 8 cm の直角三角形を高さの $\frac{1}{2}$ のところで切り取ってできた台形である。この台形を，直線 ℓ を軸として1回転したときにできる立体の体積を求めなさい。(ただし，円周率は π とする。)

（富山県 2002 年度）



解答欄

cm^3

【問8】

図の P, Q, R は, 次のような立体である。

P　底面の正方形の1辺がr cm, 高さがh cmの正四角すい

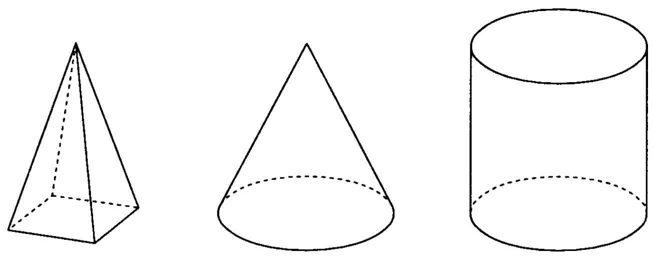
Q　底面の半径がr cm, 高さがh cmの円すい

R　底面の半径が r cm, 高さが h cm の円柱

このとき, 次の問いに答えよ。

（福井県 2002 年度）

P　　Q　　R



⑴ P と Q の体積はどちらが大きいか。また, その理由も述べよ。

⑵ 底面の半径 r を 10 cm としたとき, Q と R の体積の和が半径 10 cm の球の体積と等しくなるような高さ h を求めよ。

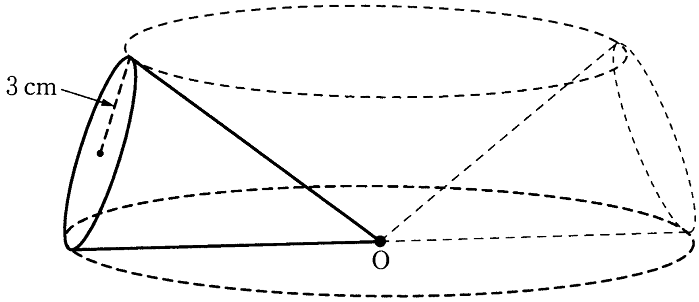
解答欄

⑴	$\boxed{}$ の方が体積は大きい。
	（理由）
⑵	cm

【問9】

図のように，底面の半径が 3 cm の円すいを，項点 O を固定して，すべらないように水平な机の上を同じ方向に転がしたところ，円すいはちょうど3回転して元の位置にもどった。このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

（山梨県 2002 年度）



(1) この円すいの母線の長さを求めなさい。

(2) この円すいの表面積を求めなさい。

(3) このように，円すいを元の位置にもどるまで転がしたとき，円すいが通ったあとにできる立体を考える。この立体を容器にして，上から水をいっぱいに注ぐとき，容器に入る水の体積を求めなさい。

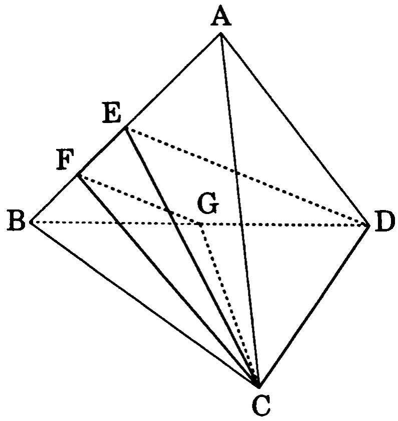
解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2
(3)	cm^3

【問 10】

図は, A, B, C, D を頂点とする正四面体である。E, F は辺 AB 上の点で, AE＝2EF＝2FB であり, G は辺 BD の中点である。E, F, C, D, G を頂点とする立体の体積は, 正四面体 ABCD の体積の何倍か。

（愛知県　A　2002 年度）



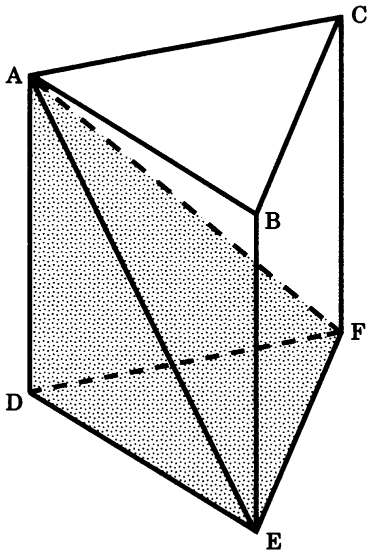
解答欄

倍

【問 11】

図は, すべての辺の長さが 6 cm の三角柱 ABCDEF である。この三角柱を3点 A, E, F を通る平面で切って2つの立体に分けるとき, その2つの立体の表面積の差はどれだけか, 求めなさい。

（三重県　2002 年度）



解答欄

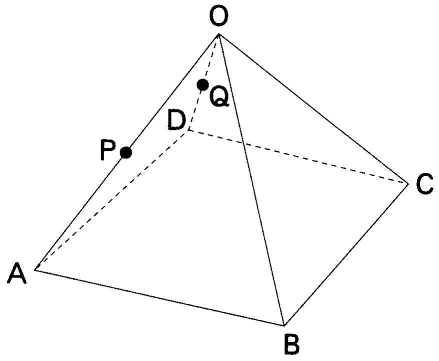
cm^2

【問 12】

図のように，底面が正方形，側面が正三角形で，AB＝4 cm の正四角すい O－ABCD がある。また，辺 OA，OD の中点をそれぞれ P，Q とする。このとき，次の問い⑴・⑵に答えよ。

（京都府 2002 年度）

⑴ 底面の対角線 AC の長さを求めよ。



⑵ 四角形 PBCQ の面積を求めよ。

解答欄

(1)	AC＝ cm
(2)	cm^2

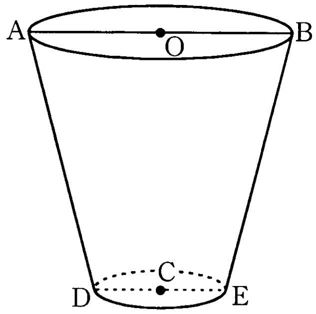
【問 13】

図Ⅰのようなコップがある。このコップは，円すいを底面に平行な平面で切ってできる二つの立体のうち，頂点をふくまない方の立体の形をしている。図Ⅰにおいて，O はコップの口がつくる円の中心であり，C はコップの底がつくる円の中心である。2 点 O，C を通る直線 OC は円 O をふくむ平面に垂直である。線分 AB，DE はそれぞれ円 O，円 C の直径であり，AB∥DE である。OA＝4cm，CD＝2cm であり，2点 O，C 間の距離は 8cm である。コップの厚みは考えないものとする。円周率をπとして，次の問いに答えなさい。答えが無理数になる場合は，無理数のままでよい。

（大阪府　一般　2002 年度）

(1) 円 O の面積は円 C の面積の何倍ですか。

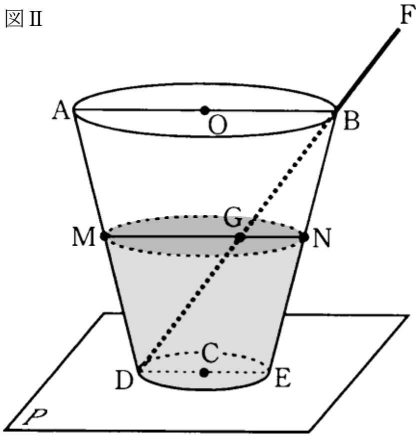
図Ⅰ



(2) 図Ⅱは，図Ⅰのコップを水平な平面 P に底が接するように置き，その中にコップの高さの $\frac{1}{2}$ 倍の高さまで水を入れ，さらに，細いかき混ぜ棒をその一端が D の位置にくるようにして入れたときの状態を示している。

水面は水平な平面であるとし，かき混ぜ棒の太さは考えないものとする。図Ⅱにおいて，M，N はそれぞれ線分 AD，BE の中点であり，線分 MN は水面がつくる円の直径である。線分 DF はかき混ぜ棒を表している。線分 DF は B を通っており，DF＝13cm である。G は線分 MN と線分 DF との交点である。

図Ⅱ

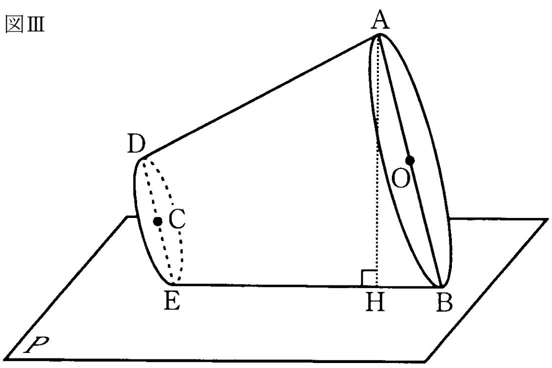


① 線分 BF の長さと線分 DG の長さとをそれぞれ求めなさい。

② コップ内の水の体積を求めなさい。求め方も書くこと。

(3) 図Ⅲは，図Ⅰのコップを水平な平面 P に線分 BE が接するように横にして置いたときの状態を示している。図Ⅲにおいて，平面 ADEB は平面 P に垂直であり，H は A から線分 BE にひいた垂線と線分 BE との交点である。点 A と平面 P との距離を表す線分 AH の長さを求めなさい。

図Ⅲ



解答欄

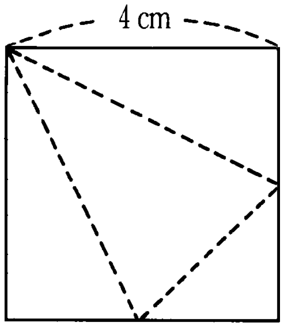
<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="3">倍</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>①</td><td>線分 BF の長さ　　cm</td><td>線分 DG の長さ　　cm</td></tr>
<tr><td>②</td><td colspan="2">求め方

cm³</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="3">cm</td></tr>
</table>

【問 14】

ある三角錐を展開すると，図のように1辺の長さが 4 cm の正方形になった。この三角錐の体積は，$\boxed{}$ cm³ である。

（岡山県 2002 年度）

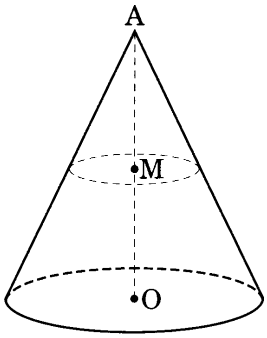


解答欄

【問 15】

図のように，底面の半径が 4 cm，高さが 9 cm の円錐がある。この円錐を，頂点 A から底面の中心 O にひいた線分の中点 M を通り，底面に平行な平面で切って2つの立体に分けるとする。このとき，2つの立体のうち<u>大きい方</u>の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（徳島県 2002 年度）



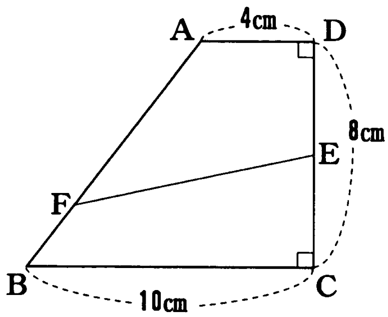
解答欄

cm³

【問 16】

図のような，AD∥BC の台形 ABCD があり∠ADC＝90°，∠BCD＝90°，AD＝4 cm，BC＝10 cm，CD＝8 cm で，点 E は辺 CD の中点である。点 F は，辺 AB 上の点で，点 F と点 E を結ぶ線分 FE が，台形 ABCD の面積を2等分している。このとき，線分 FA の長さは線分 FB の長さの何倍か。

（香川県 2002 年度）



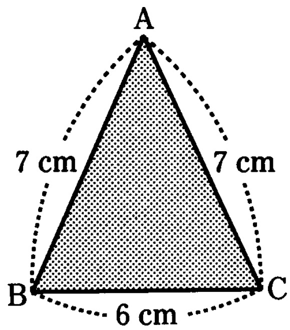
解答欄

倍

【問 17】

図のような，AB＝AC＝7 cm，BC＝6 cm の△ABC がある。辺 BC を軸として，△ABC を1回転させてできる立体の体積を求めよ。(円周率は π を用いること。)

（愛媛県 2002 年度）



解答欄

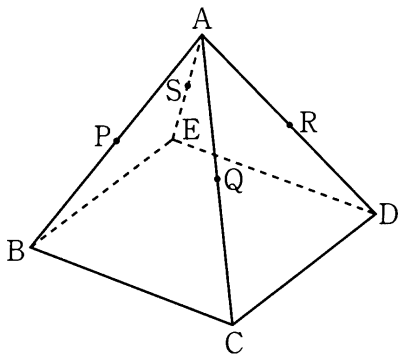
cm^3

【問 18】

図は，すべての辺の長さが 8 cm の正四角すい A－BCDE であり，辺 AB，AC，AD，AE の中点をそれぞれ P，Q，R，S とする。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（高知県 2002 年度）

(1) 線分 PR の長さを求めよ。



(2) 正四角すい A－BCDE の体積は，正四角すい A－PQRS の体積の何倍か。

(3) 正四角すい A－BCDE を4点 P，Q，D，E を通る平面で切るとき，その切り口の面積を求めよ。

解答欄

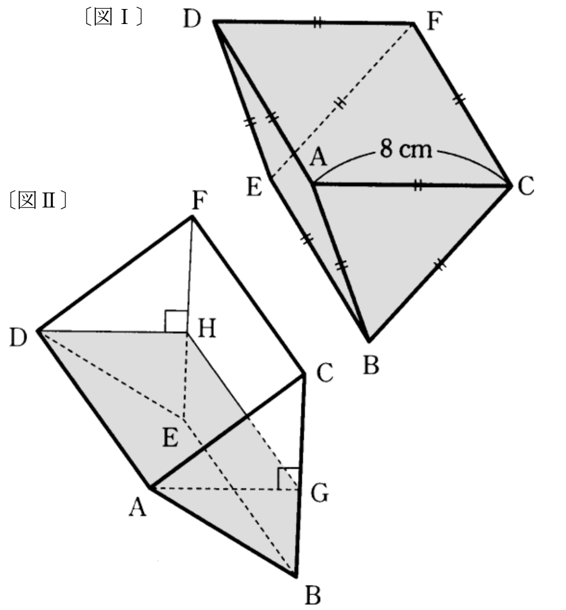
(1)	cm
(2)	倍
(3)	cm^2

【問 19】

〔図Ⅰ〕のように，面 ABED，CBEF，ACFD が正方形で，各辺の長さがすべて 8 cm の容器がある。この容器に水を満たし，〔図Ⅱ〕のように面 CBEF が水面 AGHD と垂直になるまで傾ける。次の①，②の問いに答えなさい。

（大分県 2002 年度）

① 〔図Ⅱ〕の状態のとき，水面 AGHD の面積を求めなさい。



② 残った水の体積を求めなさい。

解答欄

①	cm^2
②	cm^3

【問 20】

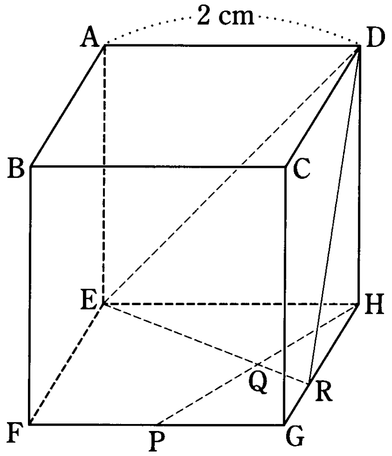
図は，1辺の長さが 2 cm の立方体 ABCD－EFGH で，点 P は辺 FG の中点，点 Q は線分 PH の中点である。また，点 R は EQ の延長と辺 GH との交点である。このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

（熊本県 2002 年度）

(1) EQ : QR を求めよ。答えは最も簡単な整数比で表せ。

(2) 線分 ER の長さを求めよ。

(3) △DER の面積を求めよ。



解答欄

(1)	EQ : QR ＝　　　:
(2)	cm
(3)	cm^2

【問 21】

図 I のような紙コップがあり，点 A，B はそれぞれ口の部分，底の部分の円周上の点である。この紙コップの側面は，図 I のように点 O を頂点とする円すいの側面の一部になっており，点 B は母線 OA 上にある。この紙コップの口の部分，底の部分の直径はそれぞれ 10 cm，6 cm であり，また，AB＝12 cm である。このとき，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。ただし円周率は π とし紙の厚さや紙コップの変形は考えないものとする。

（宮崎県 2002 年度）

図 I

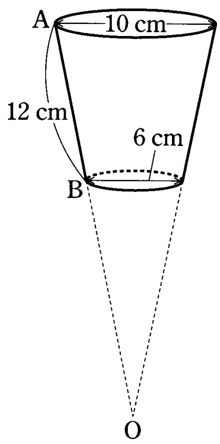


図 II

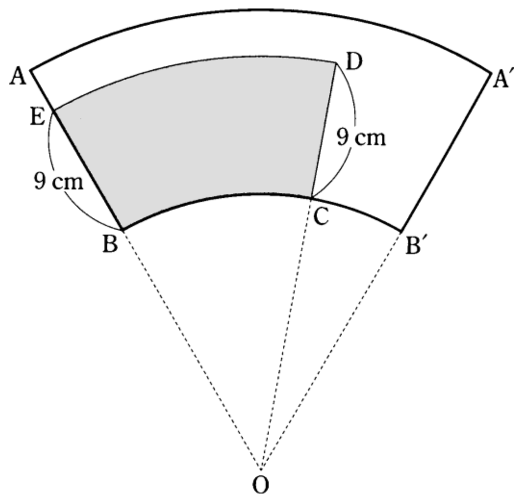
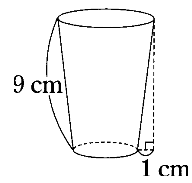


図 III



⑴ 図 I の紙コップを水平な床において，深さ2分の1のところまで水を入れたとき，水面の円の直径を求めなさい。

⑵ 図 I の母線 OA の長さを求めなさい。

⑶ 図 II のように，図 I の紙コップの側面を展開した ABB′ A′ に，部分 EBCD を，下に示す【条件】をみたすように作図する。次に，この部分を切り取り，線分 EB と DC を重ねて，新しい紙コップの側面をつくる。図 III は，新しくできあがった紙コップである。

【条件】
① $\overset{\frown}{ED}$ は，おうぎ形 OED の弧である。
② EB＝DC＝9 cm とする。
③ 部分の線分 EB と DC を重ねたものが側面となる紙コップは，口の部分の円の半径が，底の部分の円の半径より 1 cm 長い。

このとき，次のア，イの問いに答えなさい。

ア. 部分 EBCD の面積を求めなさい。

イ. 図 III の紙コップの容積を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">OA＝ cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td>ア</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>cm^3</td></tr>
</table>