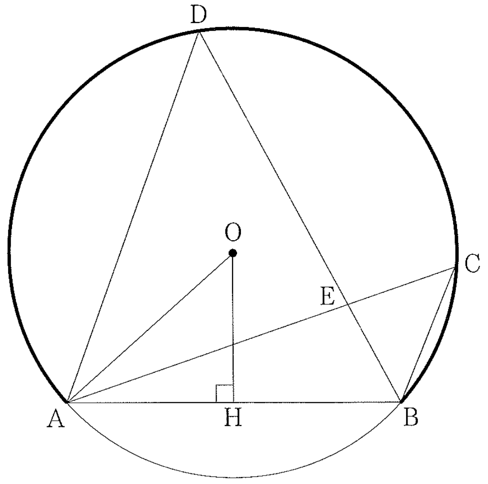
5－6. 平面図形　その他の証明　複合問題ほか　2009年度出題

【問1】

図のように，半径OAが9 cmの円Oに，弦ABを点Oからの距離が6 cmとなるようにひきます。また，太い線で表した$\overset{\frown}{AB}$上に，点C，Dを，BC＝6 cm，BC∥ADとなるようにとります。さらに，点Oから弦ABにひいた垂線とABとの交点をH，線分ACと線分BDとの交点をEとします。あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

（宮城県 2009年度）

(1) △EBCは二等辺三角形であることを証明しなさい。



(2) 点Bから線分ACに垂線をひき，その交点をIとします。線分BIの長さを求めなさい。

(3) 線分ACと線分OHとの交点をFとし，点Bと点Fを結ぶ線分をひきます。△BEFの周の長さを求めなさい。

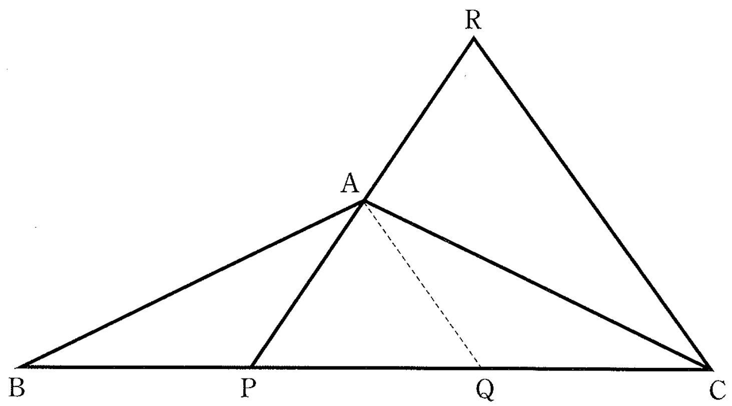
解答欄

(1)	証明
(2)	cm
(3)	cm

【問2】

図のように，AB＝ACである二等辺三角形ABCがある。辺BCを3等分する2点を点Bに近い方からそれぞれP，Qとする。線分PAの延長上に点RをPA＝ARとなるようにとる。このとき，RP＝RCであることを次のように証明した。次の問1，問2に答えなさい。

（茨城県　2009年度）



証明

△ABPと△ACQにおいて，

△ABCが AB ＝ ACの二等辺三角形だから，

AB＝AC　…①

∠ABP＝∠ACQ　…②

点P，Qは辺BCを3等分する点だから，

BP＝ ア 　…③

①，②，③から， イ ので，

△ABP≡△ACQ

対応する辺だから，AP＝AQ　…④

ウ

問1． ア にはあてはまる線分を表す記号を， イ にはあてはまる三角形の合同条件をそれぞれ書きなさい。

問2． ウ には証明の続きを書き，RP＝RCであることの証明を完成させなさい。ただし，(証明) の中の①～④で示されている関係を使う場合は，①～④の番号を用いてもよい。また新たな関係に番号をつける場合は，⑤以降の番号を用いなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
問2	ウ	

【問3】

図1のような，縦と横の長さの比が$1:\sqrt{2}$の長方形ABCDを，次の①～③のように折ります。

図1

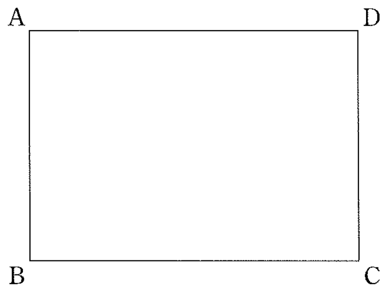


図2

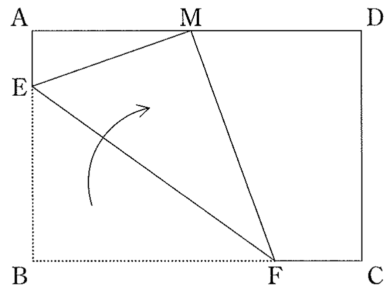


図4

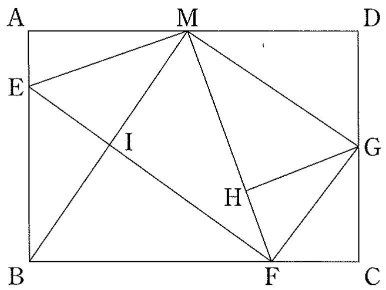
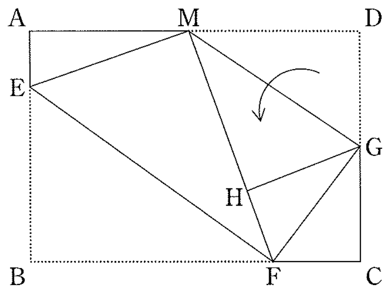


図3



① 図2のように，辺ADの中点をMとし，頂点Bが点Mに重なるように折ります。このときの折り目の線と辺AB，BCとの交点をそれぞれE，Fとし，線分EM，MFをかきます。

② 図3のように，線分MDが線分MFに重なるように折ったとき，点Dの移った点をHとします。また，折り目をMGとし，線分HG，FGをかきます。

③ 図4のようにもとに戻し，折り目の線分EF，MGと線分BMをかき，線分BMとEFの交点をIとします。

このとき，次の各問に答えなさい。なおこの問題用紙の1ページ分の辺の比は，$1:\sqrt{2}$です。

（埼玉県　2009年度）

問1．線分EFと線分MGが平行になることを証明しなさい。

問2．線分AEとEBの長さの比を求めなさい。

問3．四角形MIFGと長方形ABCDの面積の比を求めなさい。

解答欄

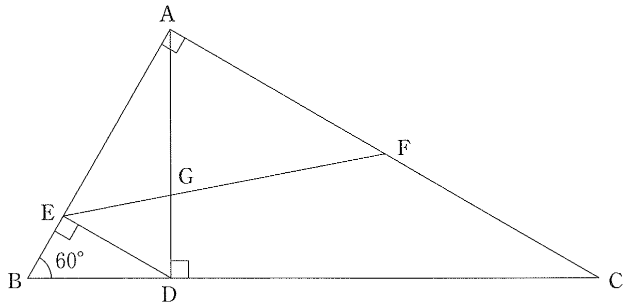
問1	証明
問2	AE:EB＝　　:
問3	四角形MIFG:長方形ABCD＝　　:

【問4】

図のように，∠BAC＝90°，∠ABC＝60°の直角三角形ABCがある。点Aから辺BCに垂線ADをひき，点Dから辺ABに垂線DEをひく。辺ACの中点をFとし，2点E，Fを通る直線と，線分ADとの交点をGとすると，AG:GD＝2:1となる。下の ☐ の中は，AG:GD＝2:1の証明を途中まで示してある。次の問1，問2に答えなさい。

（千葉県 2009年度）

証明
△GFAと△GEDにおいて，
対頂角は等しいから，
∠AGF＝∠DGE …①
仮定より，∠CAB＝∠DEB＝90°なので，
同位角が等しいから，
AC∥ED …②
よって，平行線の錯角は等しいから，
∠GAF＝ (a) …③
①，③から， (b) ので
△GFA∽△GED …④
(続く)



問1． ☐ の中の (a) ， (b) の中に入る最も適当なものを，次のア～カのうちからそれぞれ1つずつ選び，符号で答えなさい。

ア ∠GFA

イ ∠GDE

ウ ∠GED

エ 3組の辺の比がすべて等しい

オ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

カ 2組の角がそれぞれ等しい

問2． ☐ の中の証明の続きを書き，証明を完成させなさい。ただし ☐ の中の①～④に示されている関係を使う場合，番号の①～④を用いてもかまわないものとする。

解答欄

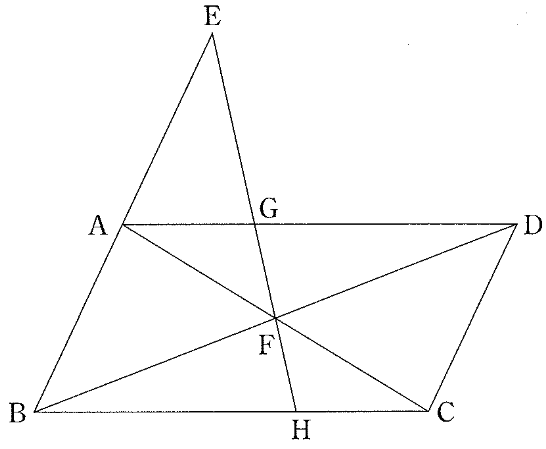
<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(a)</td><td></td></tr>
<tr><td>(b)</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

【問5】

図のように，平行四辺形ABCDにおいて，線分BAを延長し，その上にBA＝AEとなるように点Eをとる。対角線の交点をFとし，線分EFとADの交点をG，線分EFを延長し，BCとの交点をHとする。このときAG：GD＝1：2であることを，下のように証明した。次の問1，問2に答えなさい。

（石川県 2009年度）

問1．$\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる三角形の相似条件を書きなさい。



問2．$\boxed{\text{イ}}$ の部分に入る証明の続きを書きなさい。

証明

△EAGと△EBHにおいて

∠Eは共通　…①

平行線の同位角は等しいから

∠EAG＝∠EBH　…②

①，②より，$\boxed{\text{ア}}$ から

△EAG∽△EBH

したがって，EA:EB＝AG:BH＝1:2　…③

イ

解答欄

問1	ア	
問2	イ	証明の続き

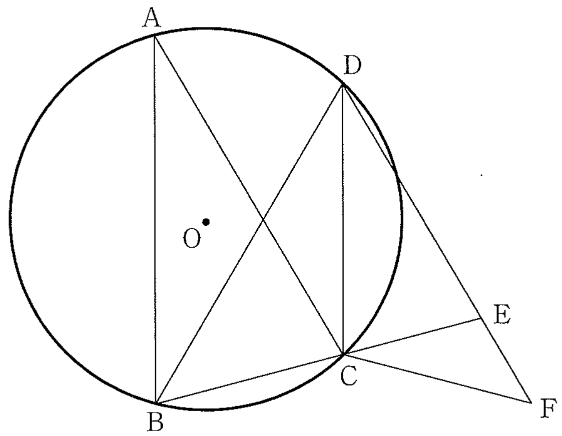
【問6】

　図において，3点A，B，Cは円Oの円周上の点であり，AB＝ACである。点Cを通り，BAに平行な直線と円Oとの交点をDとする。点Dを通りACに平行な直線とBCの延長との交点をEとし，DEの延長上に∠ACD＝∠ECFとなる点Fをとる。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（静岡県　2009年度）

問1．DB＝DFであることを証明しなさい。

問2．円Oの半径が3 cmで，∠CBD＝42°のとき，∠BACの大きさを求めなさい。また，$\overset{\frown}{BC}$の長さを求めなさい。ただし，円周率はπとする。



解答欄

問1	証明	
問2	∠BAC	度
	$\overset{\frown}{BC}$の長さ	cm

【問7】

2つの線分AB，CDが線分ABの中点Oで交わっている。このとき，AC∥BDならば，AC＝BDであることを証明したい。(　Ⅰ　)，(　Ⅱ　)，(　Ⅲ　) にあてはまる最も適当なものを，下のアからカまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書け。

（愛知県A　2009年度）

証明

△OACと△OBDで，

Oは線分ABの中点だから，

OA＝OB　…①

(　Ⅰ　) から，

∠AOC＝∠BOD　…②

AC∥BDから，(　Ⅱ　) ので，

∠OAC＝∠OBD　…③

①，②，③から (　Ⅲ　) ので，

△OAC≡△OBD

よって，AC＝BD

ア　平行線の錯角は等しい

イ　平行線の同位角は等しい

ウ　対頂角は等しい

エ　2組の角が，それぞれ等しい

オ　2辺とその間の角が，それぞれ等しい

カ　1辺とその両端の角が，それぞれ等しい

解答欄

Ⅰ (　　　　　)，Ⅱ (　　　　　)，Ⅲ (　　　　　)

【問8】

平行四辺形ABCDで，辺AD上に点Eがあるとき，CD＝ECならば，AC＝BEであることを証明したい。(Ⅰ)，(Ⅱ) にあてはまる式として最も適当なものを，下のアからオまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書け。ただし，EはDとは異なる点とする。

（愛知県B 2009年度）

証明

△ACDと△BECで，
条件より，CD＝EC …①
四角形ABCDは平行四辺形だから，
AD＝BC …②
△CDEは二等辺三角形だから，
∠ADC＝∠CED …③
また，AD∥BCだから，
(Ⅰ) …④
③，④から，
(Ⅱ) …⑤
①，②，⑤から，2辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ACD≡△BEC
よって，AC＝BE

ア ∠ADC＝∠CBA
イ ∠DAC＝∠BCA
ウ ∠CED＝∠BCE
エ ∠ADC＝∠BCE
オ ∠DAC＝∠CBE

解答欄

Ⅰ (　　　　)，Ⅱ (　　　　)

【問9】

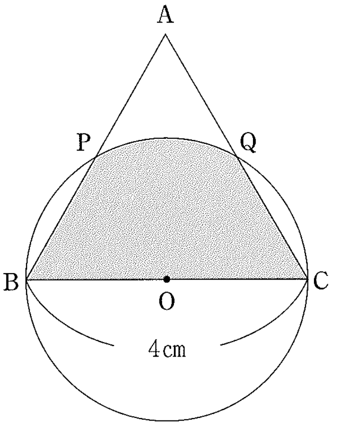
図1～図3のように，円Oと正三角形がある。次の問1，問2に答えなさい。

（和歌山県　2009年度）

問1．図1，図2のように，円Oとその直径を1辺とする正三角形ABCがある。また，辺AB，ACと円Oとの交点をそれぞれP，Qとする。次の(1)，(2)に答えなさい。

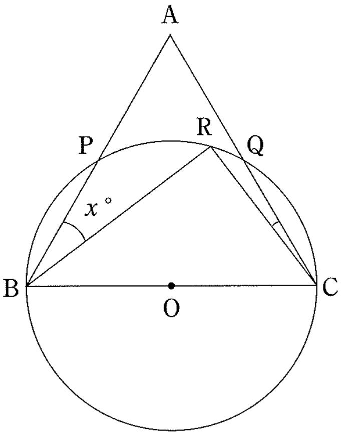
(1) 図1のように，直径BC＝4　cmとする。このとき，$\boxed{\quad\quad}$の部分の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図1



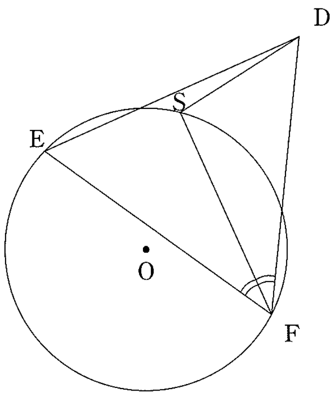
(2) 図2のように，$\overset{\frown}{PQ}$上に点Rをとり，∠ABR＝x°とする。このとき，∠ACRの大きさを，xの式で表しなさい。

図2



問2．図3のように，円Oの弦EFを1辺とする正三角形DEFがある。ただし，EFの長さは，円Oの半径より長いものとする。∠EFDの二等分線が円Oの円周と交わる点をSとするとき，線分DSと円Oの半径が等しいことを証明しなさい。

図3



解答欄

問1	(1)	cm^2
	(2)	∠ACR＝　　　　度
問2	証明	

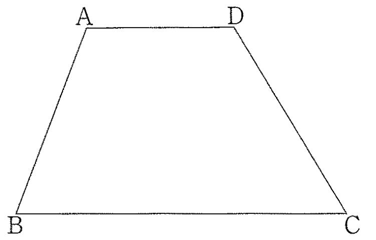
【問10】

AD∥BCの台形ABCDがある。このとき，次の問いに答えなさい。

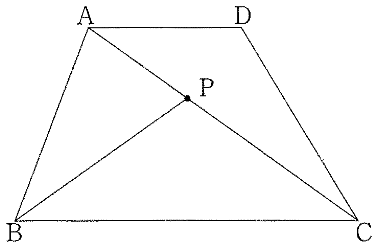
（沖縄県　2009年度）

問1．辺BCの垂直二等分線を，定規とコンパスを用いて作図しなさい。

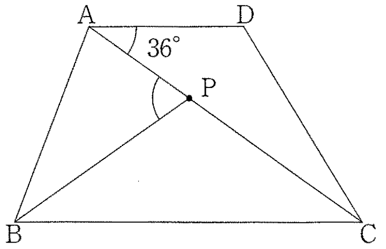
ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問2．問1で作図した垂直二等分線と対角線ACの交点をP，辺BCとの交点をMとする。

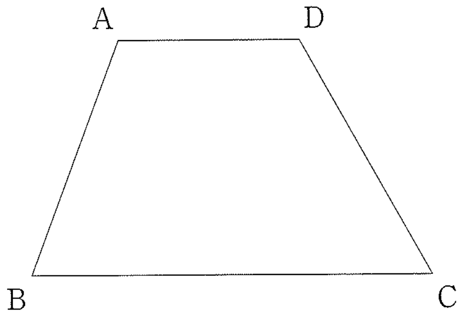


(1)　PB＝PCとなることを三角形の合同条件を用いて証明しなさい。



(2)　∠DAC＝36°のとき，∠APBの大きさを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>∠APB＝　　　　°</td></tr>
</table>