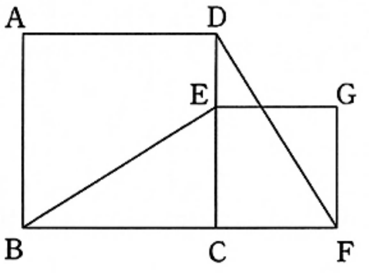
5－4. 平面図形 その他の証明 複合問題ほか 2007年度出題

【問1】

図のように，正方形ABCDの辺CD上に点Eをとり，ECを1辺とする正方形ECFGを，辺CDに対して点Aの反対側につくる。このとき，BE＝DFとなることを証明したい。$\boxed{\qquad}$ の[証明]を完成させなさい。

（秋田県 2007年度）



解答欄

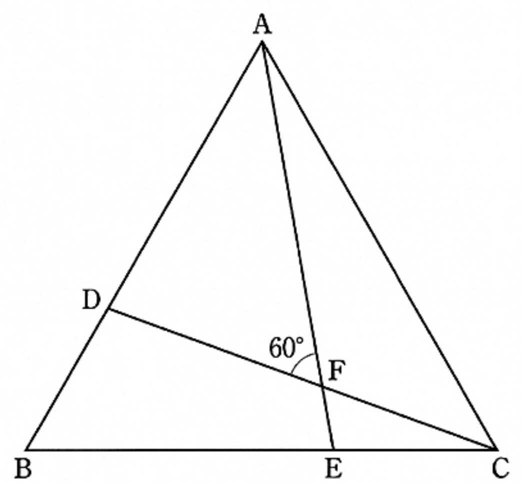
証明

したがって，BE＝DFである。

【問2】

　正三角形ABCがある。図のように，辺AB上に2点A，Bと異なる点Dを，辺BC上に2点B，Cと異なる点Eをとり，AEとCDとの交点をFとする。∠AFD＝60°　であるとき，AE＝CDとなることを証明しなさい。

（福島県　2007年度）



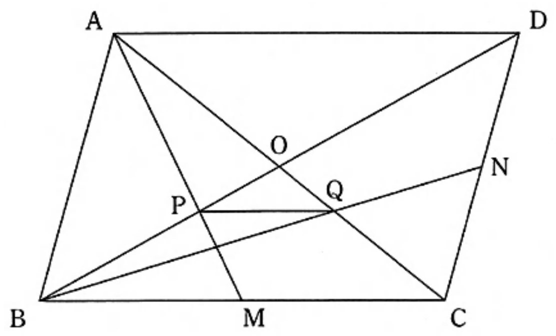
解答欄

証明

【問3】

図のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし，辺BC，CDのそれぞれの中点をM，Nとする。対角線BDと線分AMの交点をP，対角線ACと線分BNの交点をQとすると，PQ＝$\frac{1}{3}$BCとなる。下の $\boxed{}$ の中は，PQ＝$\frac{1}{3}$BCの証明を途中まで示してある。次の1，2の問いに答えなさい。

（千葉県 2007年度）



証明 点Oと点Nを結ぶ。 △QBCと△QNOにおいて， 平行四辺形の性質から，DO＝OB 仮定から， DN＝NC …② △DBCで，①，②から中点連結定理より， ON＝$\frac{1}{2}$BC …③ ON $\boxed{\ a\ }$ BC …④ ④から， ∠QBC＝∠QNO …⑤ ∠QCB＝∠QON …⑥ ⑤，⑥から，$\boxed{\quad b\quad}$， △QBC∽△QNO よって，③から，CQ:QO＝2:1 …⑦ 点Oと点Mを結ぶ。 △PABと△PMOにおいて， 同様に，△PAB∽△PMO よって，BP:PO＝2:1 …⑧ (続く)

問1．$\boxed{}$ の中の $\boxed{\ a\ }$，$\boxed{\quad b\quad}$ の中に入る最も適当なものを，次のア～カのうちからそれぞれ1つずつ選び，符号で答えなさい。

ア　＝ イ　∥ ウ　⊥ エ　3組の辺の比がすべて等しいので オ　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので カ　2組の角がそれぞれ等しいので

問2．$\boxed{}$ の中の証明の続きを書き，証明を完成させなさい。ただし，$\boxed{}$ の中の①～⑧に示されている関係を使う場合，番号の①～⑧を用いてもかまわないものとする。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(a)</td><td></td></tr>
<tr><td>(b)</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">証明の続き</td></tr>
</table>

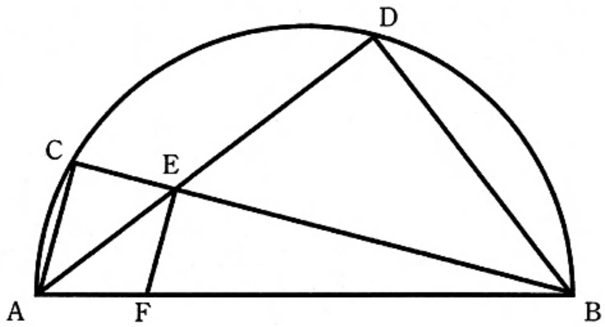
【問4】

　図のように，線分ABを直径とする半円があり，AB＝4　cmである。弧AB上に線分ACが1　cmとなる点Cをとり，∠CABの二等分線と弧ABの交点をDとする。また，線分ADと線分BCの交点をEとし，線分AB上にAF＝EFとなる点Fをとる。このとき，次の1～3の問いに答えなさい。

（新潟県　2007年度）

問1. AC∥FEであることを証明しなさい。

問2. BE:BCを最も簡単な整数の比で表しなさい。



問3. 線分BDの長さを求めなさい。

解答欄

問1	証明
問2	BE:BC＝　　　:
問3	cm

【問5】

図1のように，AB＝6 cm，∠C＝90° の△ABCとDE＝DFの△DEFがある。辺BCと辺EFは，ともに直線ℓ 上にあり，∠B＝∠E，AB＞DE，BC＜EFである。図2，図3は，図1の△DEFを直線ℓ にそって，矢印の向きに動かしたものである。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（石川県 2007年度）

問1．図2のように，点Eが辺BCの中点にきたとき，辺ACと辺DEの交点をPとする。このときの線分PEの長さを求めなさい。

問2．図3のように，点Eが点Bに重なったとき，辺ACと辺DFの交点をQとする。このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) DA＝DQが成り立つことを証明しなさい。

(2) AD : DB＝2 : 5のとき，△QCFの面積をa cm^{2}として，△DBCの面積をaを用いて表しなさい。なお，途中の計算も書くこと。

図 1

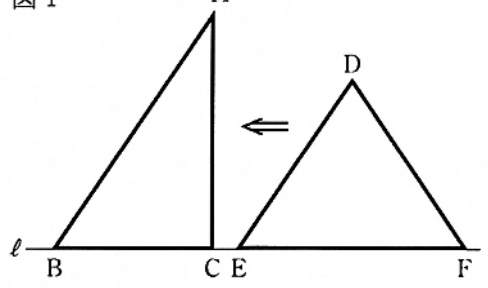


図 2

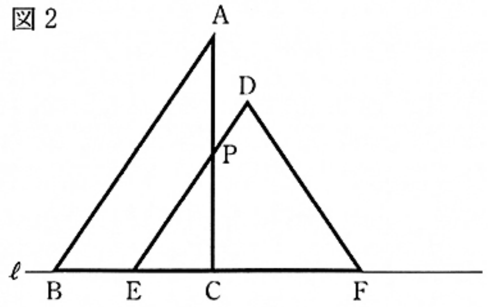
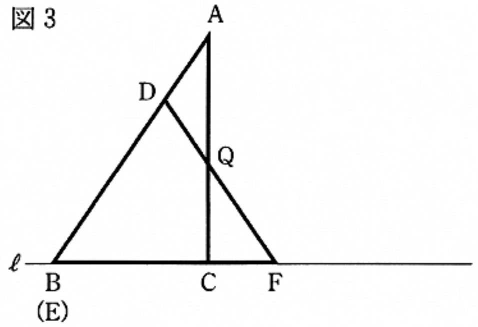


図 3



解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>計算

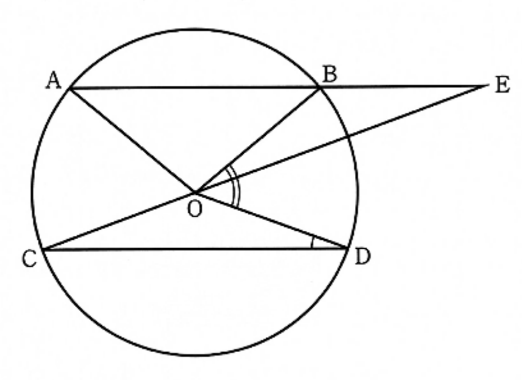
答　　　　cm^2</td></tr>
</table>

【問6】

図のように，円Oの円周上にAB∥CDとなる4点A，B，C，Dがある。また，線分ABと線分COを延長した直線上に，OB＝BEとなる交点Eがある。 このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（山梨県 2007年度）

問1．∠BEO＝20°のとき，∠BAOの大きさを求めなさい。



問2．∠ODC＝∠a，∠BOD＝∠bとするとき，∠b＝3∠aが成り立つことを証明しなさい。ただし，∠aは0°より大きく45°より小さい角とする。

解答欄

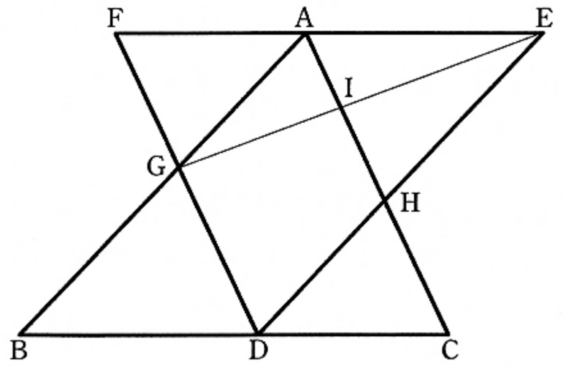
問1	度	
問2	証明	

【問7】

図で，△ABC≡△DEFであり，辺FEはBCに平行である。点Dは辺BC上の点であり，点Aは辺FE上の点である。辺ABとFDとの交点をG，辺ACとEDとの交点をHとし，線分GEとAHとの交点をIとする。

（岐阜県　2007年度）

問1．四角形AGDHは平行四辺形であることを証明しなさい。



問2．BD：DC＝3：2のとき，

(1) GI：IEを求めなさい。

(2) 四角形AGDHの面積は△AIEの面積の何倍であるかを求めなさい。

解答欄

問1	証明	
問2	(1)	：
	(2)	倍

【問8】

正方形ABCDと辺CDの中点をM，線分AMと線分DBとの交点をE，直線AMと直線BCとの交点をFとする。このとき，∠DCE＝∠MFCであることを次のように証明したい。(　Ⅰ　)，(　Ⅱ　)，(　Ⅲ　) にあてはまる式として最も適当なものを，下のアからカまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書け。

（愛知県A　2007年度）

証明

△AEDと△CEDで，
四角形ABCDは正方形だから，AD＝CD　…①
DEは2つの三角形の共通な辺だから，DE＝DE　…②
また，(　Ⅰ　)＝45°　…③
①，②，③から
2辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△AED≡△CED
よって，(　Ⅱ　)　…④
さらに，AD∥BFで，錯角は等しいから，
(　Ⅲ　)　…⑤
④，⑤から
∠DCE＝∠MFCである。

ア　∠ADE＝∠CBE	イ　∠DAE＝∠DCE	ウ　∠AED＝∠CED
エ　∠ADE＝∠CDE	オ　∠DAE＝∠MFC	カ　∠DME＝∠MFC

解答欄

Ⅰ	
Ⅱ	
Ⅲ	

【問9】

AD∥BCの台形ABCDで，辺AB，CDの中点を，それぞれE，Fとするとき，EF＝$\frac{1}{2}$(AD＋BC) であることを証明したい。$\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ をうめて証明を完成せよ。

（愛知県B　2007年度）

(証明)

直線AFと直線BCとの交点をGとする。

△AFDと△GFCで,

DF＝CF　…①

対頂角は等しいから，∠AFD＝∠GFC　…②

また，AD∥BCで，錯角は等しいから,

∠ADF＝∠ $\boxed{\text{ア}}$ …③

①，②，③から，1辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△AFD≡△GFC

よって，AD＝GC

△ABGで，点E，Fはそれぞれ辺AB，AGの中点だから,

EF＝$\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{イ}}$

したがって，EF＝$\frac{1}{2}$(AD＋BC)

解答欄

ア	
イ	

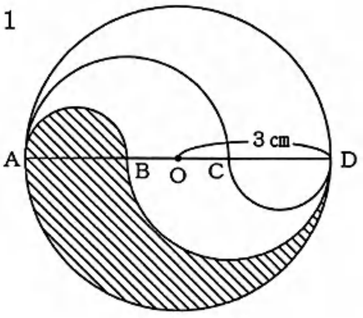
【問10】

半径3 cmの円Oの直径ADを3等分する点を，Aに近い方からB，Cとし，図1のように，AB，AC，BD，CDを直径とする半円をかく。さらに図2のように，下側の弧AD上に点Pをとり，線分PCの延長と円Oとの交点をQとする。点Pと点Qは，線分PQが常に点C を通るように円周上を動く。円周率はπとして，後の1～4の問いに答えなさい。

（滋賀県 2007年度）

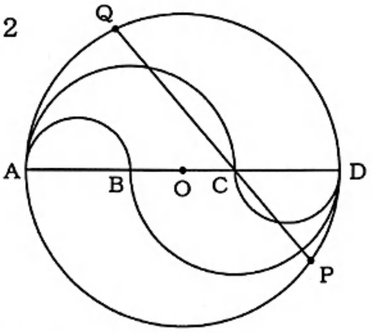
問1．図1の斜線部分の面積を求めなさい。

図1



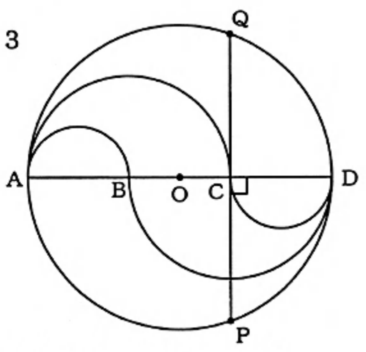
問2．∠DCP＝45° になったときの点Qを，コンパスと定規を使って作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。

図2



問3．図3のように，∠DCP＝90° になったとき，線分PQの長さを求めなさい。

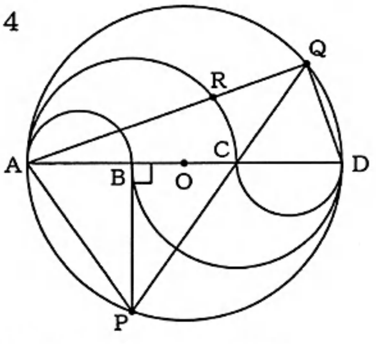
図3



問4．図4のように，∠DBP＝90° になったとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

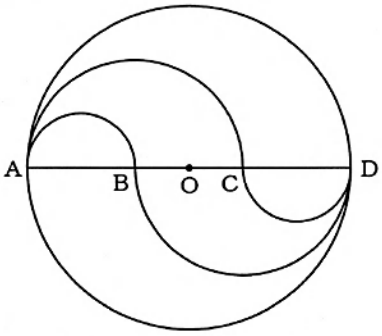
(1) DC＝DQであることを証明しなさい。

図4



(2) 線分AQと弧ACとの交点のうち，Aと異なる点をRとする。線分RQの長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">cm^2</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問4</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

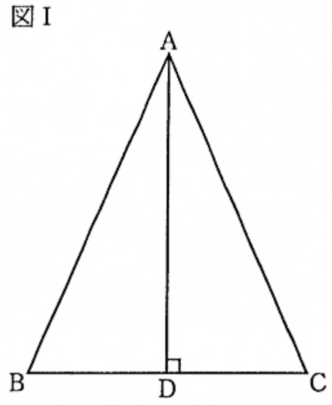
【問11】

図Ⅰ～図Ⅲにおいて，△ABCは，AB＝AC＝5 cm，BC＝4 cmの二等辺三角形である。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

（大阪府 後期 2007年度）

問1．図Ⅰにおいて，Dは，Aから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点である。

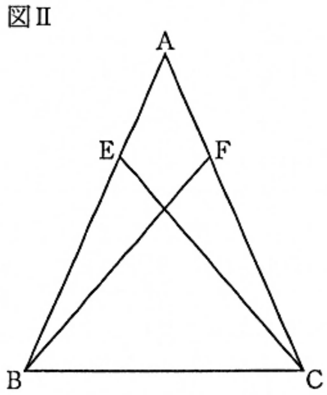
図Ⅰ



(1) 線分BDの長さと線分ADの長さをそれぞれ求めなさい。

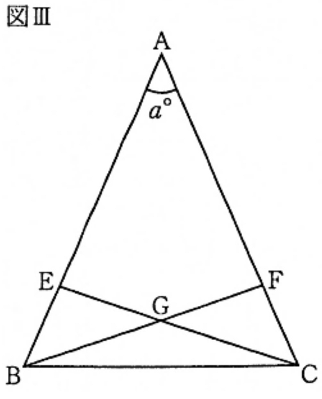
(2) △ABCの面積を求めなさい。

図Ⅱ



問2．図Ⅱ，図Ⅲにおいて，Eは，辺AB上にあってA，Bと異なる点である。Fは，辺AC上にあってA，Cと異なる点である。AE＝AFである。CとE，BとFとをそれぞれ結ぶ。

図Ⅲ



(1) 図Ⅱにおいて，△AEC≡△AFBであることを証明しなさい。

(2) 図Ⅲは，図ⅡにおいてAE＝CE，AF＝BFであるときの状態を示している。図Ⅲにおいて，Gは，線分CEと線分BFとの交点である。△ABCの内角∠BACの大きさを$a°$とするとき，△EBGの内角∠BEGの大きさと△GBCの内角∠BGCの大きさをそれぞれaを用いて表しなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td rowspan="2">(1)</td><td>線分BDの長さ　　　　　cm</td></tr>
<tr><td>線分ADの長さ　　　　　cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>　　　　　　　　　　　cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>求め方

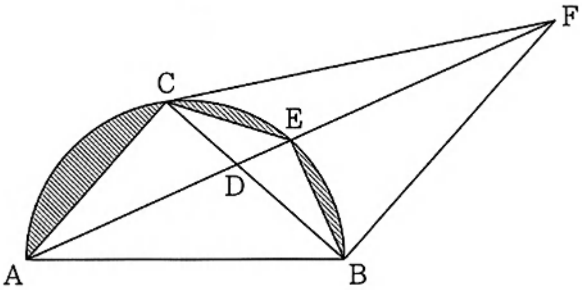
∠BEGの大きさ　　　　　度
∠BGCの大きさ　　　　　度</td></tr>
</table>

【問12】

図のように，ABを直径とする半円の周上に点Cをとり，△ABCをつくる。∠CABの2等分線がBCおよび半円と交わる点をそれぞれD，Eとする。さらに，AEを延長しAE＝EFとなる点Fをとる。次の問いに答えなさい。

（兵庫県 2007年度）

問1．∠CBF＝90° となることを次のように証明した。



$\boxed{a}$ には，△ABEと△FBEが合同であることの証明を書き，$\boxed{b}$ ～ $\boxed{d}$ には，あてはまるものを下の語群のア～クから選びその記号を書き，この証明を完成させなさい。

＜証明＞△ABEと△FBEにおいて

a

よって∠BFE＝∠ $\boxed{b}$ …㋐

また，仮定より∠ $\boxed{b}$ ＝∠CAE…㋑

㋐，㋑より∠BFE＝∠CAE

$\boxed{c}$ が等しいからBF∥AC

よって∠CBF＝∠ $\boxed{d}$ …㋒

直径ABに対する円周角だから∠ $\boxed{d}$ ＝90° …㋓

㋒，㋓より∠CBF＝90°

語群	ア	BCA	イ	BDA	ウ	BAE	エ	BDE
	オ	対頂角	カ	同位角	キ	錯角	ク	円周角

問2．BCの長さは半円の直径より3 cm短く，CFの長さは半円の直径より3 cm長い。

(1) 半円の直径を求めなさい。

(2) △ACFの面積を求めなさい。

(3) 図の斜線部分の面積の和を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>a</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>b</td><td></td><td>c</td><td></td><td>d</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td colspan="3">cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="3">cm^2</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="3">cm^2</td></tr>
</table>

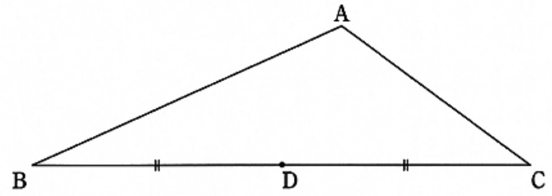
【問13】

図1，図2のように，△ABCの辺BC上に，BD＝CDとなるように，点Dをとる。次の問1，問2に答えなさい。

（和歌山県 2007年度）

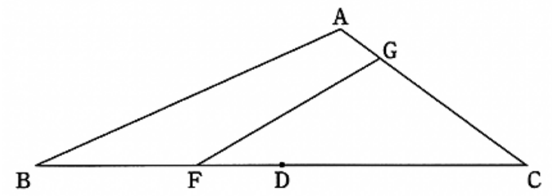
問1．ADを延長した直線上に点Eをとり，4点A，B，E，Cを結んでできる四角形ABECが平行四辺形になるようにしたい。Eの位置をどのように決めればよいか，説明しなさい。

図1



問2．図2のように，BC，AC上にそれぞれ点F，Gをとる。線分FGが△ABCの面積を2等分するとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図2



(1) AF∥GDであることを説明しなさい。

(2) BC＝18cm，AC＝8cm，DF＝3cmであるとき，AGの長さを求めなさい。

解答欄

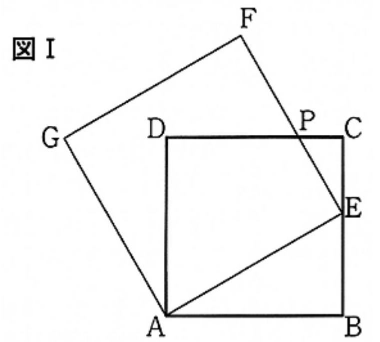
<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>説明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>AG＝　　　　cm</td></tr>
</table>

【問14】

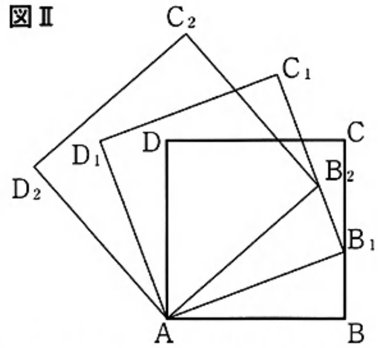
問1. 図Ⅰのように，正方形ABCDの辺BC上に点Eをとり，AEを一辺とする正方形AEFGを作る。辺CDと辺EFの交点をPとするとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県　2007年度）

(1) ∠GDA＝90°であることを証明したい。解答用紙に必要なことを書き入れて，証明を完成しなさい。



(2) 四角形AEPDの4つの頂点を通る円を考えるとき，その円の中心Oの位置をコンパスと定規を用いて作図しなさい。なお，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



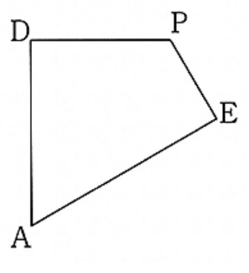
問2. 問1の正方形ABCDに以下の操作をして，次々と新しい正方形を作る。このとき，次の各問いに答えなさい。

操作1　正方形ABCDの辺BC上に$BB_1 = kBC(0 < k < 1)$となる点B_1をとり，AB_1を一辺とする正方形$AB_1C_1D_1$を作る。 操作2　正方形$AB_1C_1D_1$の辺B_1C_1上に$B_1B_2 = kB_1C_1(0 < k < 1)$となる点$B_2$をとり，$AB_2$を一辺とする正方形$AB_2C_2D_2$を作る。 以下同様にして，操作3により正方形$AB_3C_3D_3$を作り，操作4により正方形$AB_4C_4D_4$を作る。 図Ⅱは操作2が終了したときの状態を表した図である。

(1) $k = \frac{1}{2}$ のとき，正方形ABCDと正方形$AB_1C_1D_1$が重なっている部分の面積をS，正方形ABCDの面積をTとするとき，S：Tを最も簡単な整数比で表しなさい。

(2) 操作4でできた正方形$AB_4C_4D_4$の面積が正方形ABCDの面積の$\frac{81}{16}$倍になるとき，kの値を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="4">問1</td><td rowspan="3">(1)</td><td>$\boxed{\text{証明}}$　△GDAと△EBAで</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td>合同な図形では対応する角の大きさは等しいので，
∠GDA＝∠EBA
また，∠EBA＝90°なので，∠GDA＝90°である。</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>S：T＝　　　　：</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>k＝</td></tr>
</table>

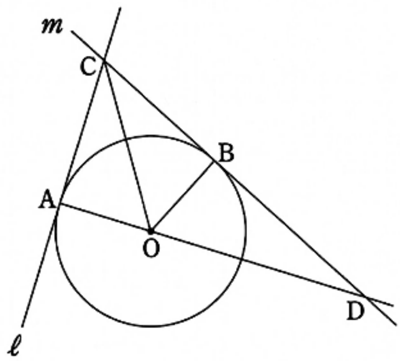
【問15】

図Ⅰのように，円Oに点Aで接する直線ℓと，点Bで接する直線mが点Cで交わり，∠ACBは鋭角である。また，線分AOの延長と直線mとの交点をDとするとき，次の1～3の問いに答えなさい。

（宮崎県 2007年度）

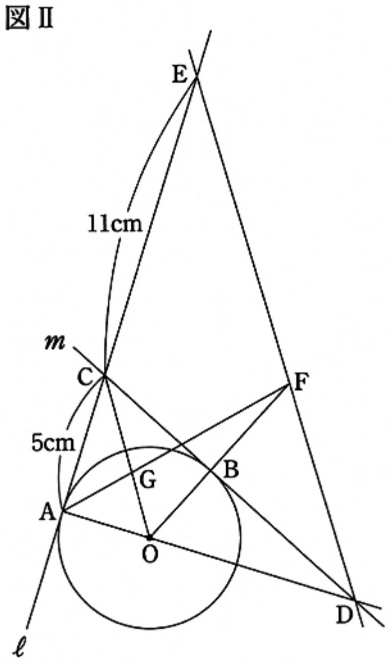
問1．∠ACB＝65°のとき，∠ADCの大きさを求めなさい。

図Ⅰ



問2．∠ACO＝∠BCOであることを証明しなさい。

図Ⅱ



問3．図Ⅱは，図Ⅰにおいて，点Dを通り線分OCに平行な直線と直線ℓとの交点をE，線分OBの延長と線分DEとの交点をF，線分OCとAFとの交点をGとしたものである。AC＝5cm，CE＝11cmのとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 円Oの半径を求めなさい。

(2) △AGCの面積と△AOGの面積の比を求めなさい。

解答欄

問1	$\angle$ADC＝　　　　　度	
問2	証明	
問3	(1)	cm
	(2)	△AGC：△AOG＝　　　：