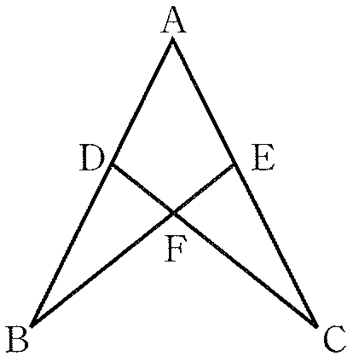
3－6. 平面図形　合同の証明　複合問題ほか　2009年度出題

【問1】

図において，線分AB上に点D，線分AC上に点Eがあり，線分CDと線分BEの交点をFとする。AD＝AE，∠ADC＝∠AEBであるとき，△ACDと合同な三角形を答えなさい。また，それらが合同であることを証明するときに使う三角形の合同条件を書きなさい。

（秋田県　2009年度）



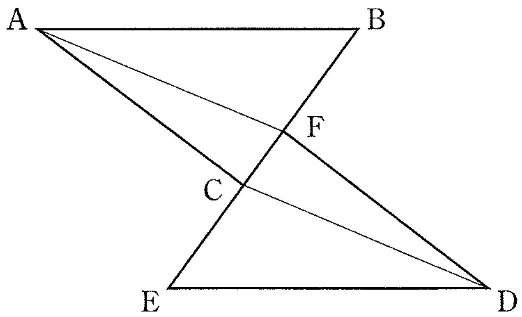
解答欄

合同な三角形　：　△	
合同条件　：	

【問2】

図で，△ABC≡△DEFで，4点B，F，C，Eは，1つの直線上にある。点Aと点F，点Dと点Cをそれぞれ結ぶとき，△ABF≡△DECであることを証明しなさい。

（栃木県 2009年度）



解答欄

証明

【問3】

図1で，四角形ABCDは，∠ABCが鋭角の平行四辺形である。点Pは辺BC上にある点で，頂点B，頂点Cのいずれにも一致しない。頂点Aと点P，頂点Dと点Pをそれぞれ結ぶ。次の各問に答えよ。

（東京都 2009年度）

問1．図1において，∠ABC＝75°，△ABPの内角である∠BAPの大きさをa°とするとき，△APDの内角である∠PADの大きさをaを用いた式で表せ。

問2．図2は，図1において，頂点Aと頂点Cを結んだとき，AC＞ABとなる場合を表している。図2において，AB＝APのとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1) △APD≡△DCAであることを証明せよ。

(2) 対角線ACと線分DPとの交点をQとした場合を考える。AB＝3 cm，BC＝6 cm，BP＝4 cmのとき，△AQDの面積は何cm^2か。ただし，答えに根号が含まれるときは，根号を付けたままで表せ。

図1

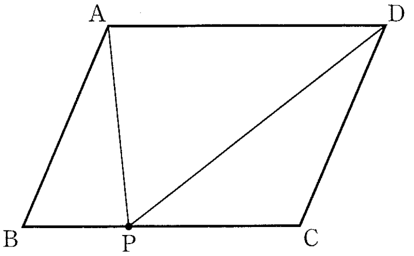
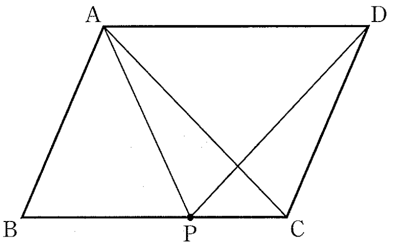


図2



解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">(　　　　　) 度</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明
△APDと△DCAにおいて，

△APD≡△DCA</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

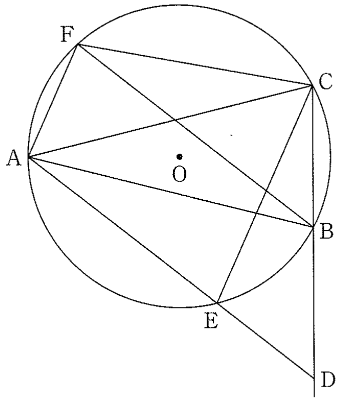
【問4】

図のように，円Oの周上に3点A，B，CをAB＝AC，AB＞BCとなるようにとる。また，線分CBをBの方向に延ばした直線上に点DをAC＝CDとなるようにとり，線分ADと円Oとの交点で点Aとは異なる点をEとする。さらに，点Bをふくまない$\overset{\frown}{AC}$上に点FをDA//BFとなるようにとる。このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2009年度）

問1．三角形ACFと三角形DCEが合同であることを次のように証明した。

空欄にあてはまるものとして，$\boxed{(a)}$ には最も適する弧を記号 ⌒ を用いて書き，$\boxed{(b)}$ には最も適する角を記号∠を用いて書き，$\boxed{(c)}$ には[証明]で用いられている②～⑦の中から最も適するものを1つ選んで書きなさい。また，$\boxed{(あ)}$ ，$\boxed{(い)}$ には【選択群】から最も適するものをそれぞれ1つずつ選び，その番号を書きなさい。



証明

△ACFと△DCEにおいて，

まず，仮定から，AC＝CD

よって，AC＝DC…①

次に，$\boxed{(a)}$ に対する円周角は等しいから，

∠ACF＝∠ABF…②

また，平行線の錯角は等しいから，

∠ABF＝∠BAE…③

さらに，$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角は等しいから，

∠BAE＝∠BCE…④

②，③，④より，∠ACF＝∠BCE

よって，∠ACF＝∠DCE…⑤

さらに，$\overset{\frown}{CF}$に対する円周角は等しいから，

∠CAF＝∠CBF…⑥

また，$\boxed{(あ)}$ から，

$\boxed{(b)}$ ＝∠CDA…⑦

⑥，⑦より，∠CAF＝∠CDA

よって，∠CAF＝∠CDE…⑧

①，$\boxed{(c)}$ ，⑧より，$\boxed{(い)}$ から，

△ACF ≡ △DCE

選択群

1．平行線の同位角は等しい

2．平行線の錯角は等しい

3．対頂角は等しい

4．3辺がそれぞれ等しい

5．2辺とその間の角がそれぞれ等しい

6．1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

問2．∠BAC＝28° のとき，∠ACEの大きさを求めなさい。

解答欄

問1	(a)	
	(あ)	
	(b)	
	(c)	○
	(い)	
問2	∠ACE＝　　　　°	

【問5】

図1のような四角形ABCDがあり，AB＝AD＝DC，∠BAD＝∠CDAである。対角線ACとBDの交点をPとする。次の各問いに答えなさい。

（長野県 2009年度）

問1．図1で，美希さんは，「△ABP≡△DCPを証明しなさい」という問題を考えている。美希さんは，この証明をするために，まず△ABD≡△DCAを証明しようと考えた。

(1) △ABD≡△DCAを証明しなさい。

(2) 美希さんは，(1)の結論を利用して，△ABP≡△DCPを次のように証明した。

図1

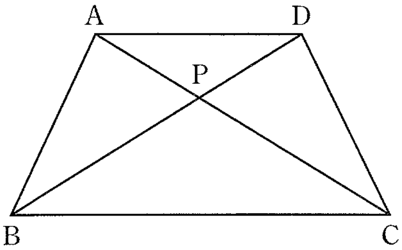
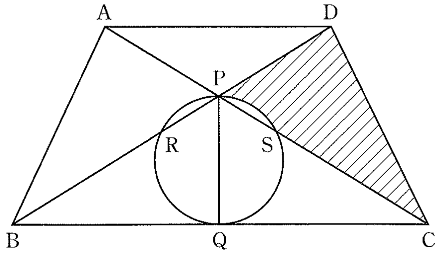


図2



△ABPと△DCPにおいて，
仮定から，AB＝DC …①
あ対頂角だから，∠APB＝∠DPC …②
△ABDと△DCAは合同な三角形だから，
∠ABP＝∠DCP …③
い②，③と，三角形の内角の和が180° であることから，
∠PAB＝∠PDC …④
う③，④より
2組の角がそれぞれ等しいので，
△ABP≡△DCP

証明を見直した美希さんは，この証明の中にまちがいがあることに気づいた。まちがえているものを下線部あ，い，うから1つ選んで記号を書き，正しく書き直しなさい。

問2．図2は，図1の図形で，AB＝AD＝DC＝$2\sqrt{3}$ cm，∠BAD＝∠CDA＝120° としたものである。また，Pから辺BCに垂線PQをひき，PQを直径とする円をかく。その円周とPB，PCとの交点をそれぞれR，Sとする。ただし，円周率はπとする。

(1) ∠APBの大きさを求めなさい。

(2) 線分PSの長さを求めなさい。

(3) 図2の図形で，成り立つことを次のア～オから2つ選び，記号を書きなさい。

ア　AD:RD＝4:3

イ　AP＋PB＝DP＋PC

ウ　∠ADB＝∠CDB

エ　∠ADP＋∠DCP＝90°

オ　BC＝2AD

(4) 斜線部分の面積を求めなさい。

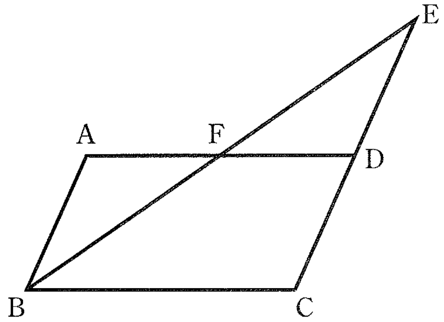
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(1)</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>記号</td><td>書き直したもの</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">問2</td><td>(1)</td><td colspan="2">°</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">m</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>(4)</td><td colspan="2">m^2</td></tr>
</table>

【問6】

図のような平行四辺形ABCDがある。辺CDの延長上に，CD＝DEとなる点Eをとり，線分BEと辺ADとの交点をFとする。このとき，△ABF≡△DEFであることを証明しなさい。

（新潟県　2009年度）



解答欄

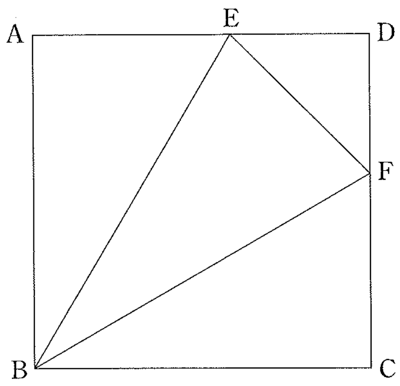
証明

【問7】

図のように，正方形ABCDがあり，AE＝CFとなるように，点E，Fをそれぞれ辺AD，CD上にとる。このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2009年度）

(1) △ABE≡△CBFとなることを証明しなさい。ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。



(2) AB＝3 cm，∠BFE＝75°とするとき，線分EFの長さを求めなさい。

解答欄

(1)	証明 △ABEと△CBFにおいて
(2)	(　　　　　) cm

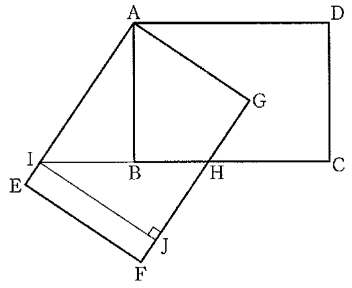
【問8】

図Ⅰ，図Ⅱにおいて，四角形ABCDと四角形EFGAは合同な長方形であり，AB＝EF＝5 cm，AD＝EA＝7 cm である。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

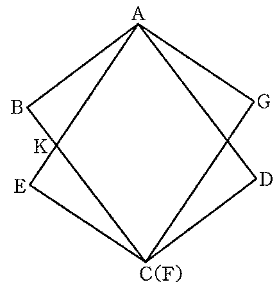
（大阪府 前期 2009年度）

問1．図Ⅰにおいて，Eは，直線ABについてCと反対側にあり，直線BCについてAと反対側にある。辺BCと辺FGは交わっている。Hは，辺BCと辺FGとの交点である。このとき，直線BCは辺EAと交わる。Iは，直線BCと辺EAとの交点である。Jは，Iから辺FGにひいた垂線と辺FGとの交点である。

図Ⅰ



図Ⅱ



(1) 鋭角∠DAGの大きさを$a°$とするとき，四角形ABHGの内角∠BHGの大きさをaを用いて表しなさい。

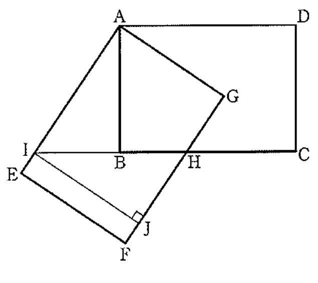
(2) △AIB≡△IHJであることを証明しなさい。

(3) EI＝1 cmであるときの線分BHの長さを求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

問2．図Ⅱは，図Ⅰ中の長方形ABCD，EFGAをAを中心としてそれぞれ回転させたものであり，CとFとは重なっている。図ⅡにおいてKは辺BCと辺EAとの交点である。△ABKの面積を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(1)</td><td>度</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>求め方

答　　　cm</td><td>
</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">cm^2</td></tr>
</table>

【問9】

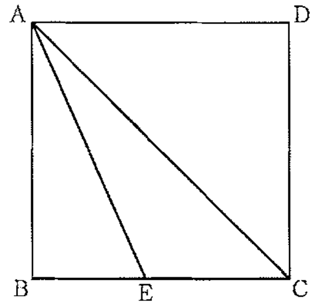
図Ⅰ，図Ⅱにおいて，四角形ABCDは1辺の長さが6 cmの正方形である。Eは辺BC上にあってB，Cと異なる点である。AとEとを結ぶ。次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

（大阪府 後期 2009年度）

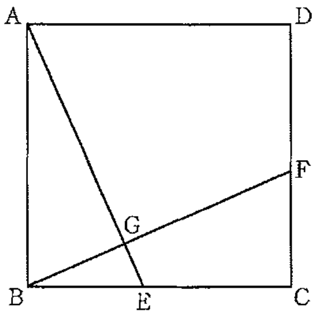
問1．図Ⅰにおいて，

(1) AとCとを結んでできる線分ACの長さを求めなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ



(2) BE＝x cmとし，0＜x＜6とするとき，△AECの面積をxを用いて表しなさい。

問2．図Ⅱにおいて，Fは辺CD上にあってCF＝BEとなる点である。BとFとを結ぶ。Gは，線分AEと線分BFとの交点である。

(1) △ABE≡△BCFであることを証明しなさい。

(2) AE⊥BFであることを証明しなさい。

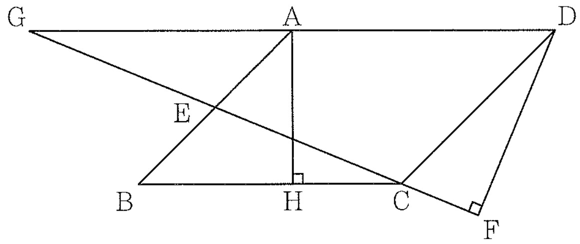
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>証明</td></tr>
</table>

【問10】

図のような平行四辺形ABCDがある。点Eは辺ABの中点で，ECの延長上に∠DFE＝90°となるように点Fをとる。また，CEの延長とDAの延長との交点をGとし，点Aから辺BCに垂線AHをひく。次の問いに答えなさい。

（兵庫県 2009年度）



問1．△EAGと△EBCが合同であることの証明を完成させなさい。

証明
△EAGと△EBCにおいて
△EAG≡△EBC

問2．BC＝17 cm，∠ABC＝45°，平行四辺形ABCDの面積を170 cm^2とする。

(1) 線分AHの長さを求めなさい。

(2) 線分EGの長さを求めなさい。

(3) 線分CFの長さを求めなさい。

解答欄

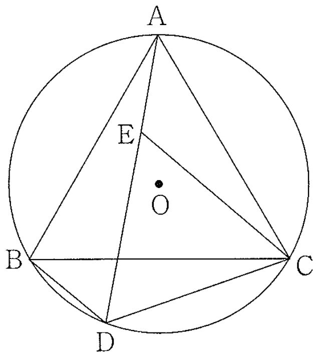
<table>
<tr><td rowspan="1">問1</td><td colspan="2">証明
△EAGと△EBCにおいて

△EAG≡△EBC</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm</td></tr>
</table>

【問11】

図において，△ABCは各頂点が円O上にある正三角形である。円O上の，頂点Aを含まない方の弧BC上に点Dをとり，線分AD上にAE＝BDとなる点Eをとる。このとき，△AEC≡△BDCであることを証明しなさい。

（鳥取県 2009年度）



解答欄

証明 △AECと△BDCにおいて   △AEC≡△BDC

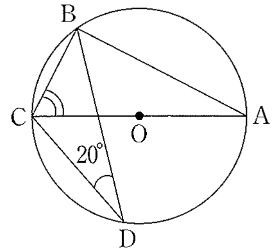
【問12】

4点A, B, C, Dは円Oの周上にあり，線分ACは円Oの直径である。次の問1，問2に答えなさい。

（島根県　2009年度）

問1．図1のように∠BDC＝20°のとき，∠ACBの大きさを次のように求めた。のア～ウにあてはまる語句または数を答えなさい。

図1



∠BACと∠BDCはともに，
$\overset{\frown}{BC}$に対する $\boxed{ア}$ なので，
その大きさは等しい。よって，
∠BAC＝∠BDC＝20°
また，線分ACは円Oの直径であるから
∠ABC＝ $\boxed{イ}$ °
したがって，　∠ACB＝ $\boxed{ウ}$ °

図2

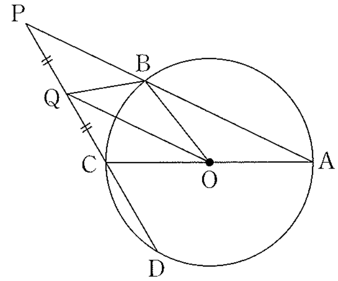
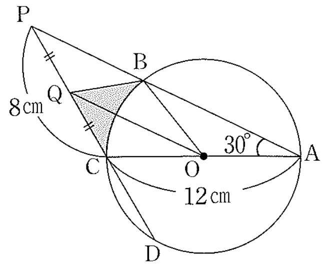


図3



問2．図2のように直線AB，CDの交点をP，線分CPの中点をQとする。

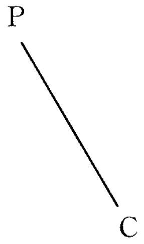
次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 定規とコンパスを使って線分CPの中点Qを作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

(2) △OBQ≡△OCQであることを証明しなさい。

(3) 図3のように，AC＝12 cm，CP＝8 cm，∠BAC ＝30°のとき，線分BQ，線分CQ，$\overset{\frown}{BC}$で囲まれた部分の面積を求めなさい。

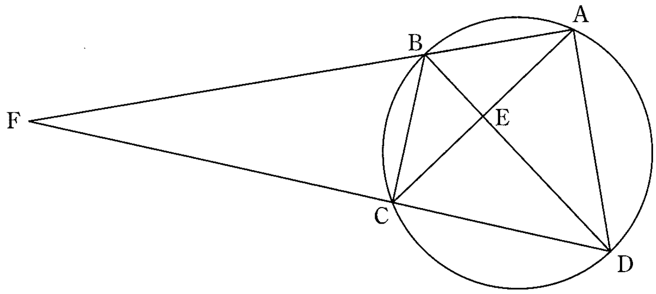
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td>°</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td>°</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>(作図)

</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

【問13】

図のように，円周上に4点A，B，C，Dがあり，AB＝CB，AD＝CDである。また，線分ACと線分BDの交点をE，線分ABの延長と線分DCの延長の交点をFとする。ただし，AB ＜ ADである。次の問1，問2に答えなさい。

（大分県 2009年度）



問1．∠BAD＝90° となることを次のように証明した。 ア には，△ABDと△CBDが合同であることの証明を， イ ， ウ には，∠x，∠yを用いた式を書いて，証明を完成させなさい。

証明

△ABDと△CBDにおいて，

ア

これより，∠ADB＝∠CDB＝∠x

∠ABD＝∠CBD＝∠yとすると，

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角だから

∠CDB＝∠CAB＝∠x

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角だから

∠CBD＝∠CAD＝∠yとなる。

△ABDの内角の和は

∠ADB＋∠ABD＋∠EAB＋∠EAD

＝ イ

＝180° である。

したがって，∠BAD＝ ウ ＝90°

問2．AB＝6 cm，AD＝12 cmのとき，線分BFと線分CFの長さをそれぞれ求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td colspan="2">BF　　　　　cm</td></tr>
<tr><td colspan="2">CF　　　　　cm</td></tr>
</table>

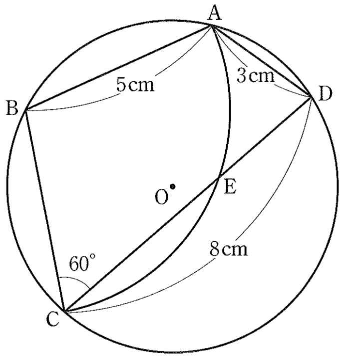
【問14】

図Ⅰのように，円Oの円周上に異なる4点A，B，C，Dがある。弦ABを半径とする，中心角∠ABCのおうぎ形BCAをつくり，そのおうぎ形の$\overset{\frown}{CA}$と弦CDは点Eで交わっている。AB＝5 cm，AD＝3 cm，CD＝8 cm，∠BCD＝60°であるとき，次の問1～問3に答えなさい。

（宮崎県　2009年度）

問1．線分BEをひき，∠BEDの大きさを求めなさい。

図Ⅰ

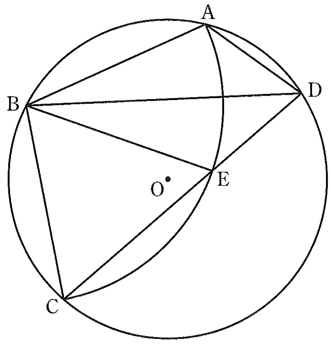


問2．図Ⅱは，図Ⅰにおいて，線分BEおよび弦BDをひいたものである。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

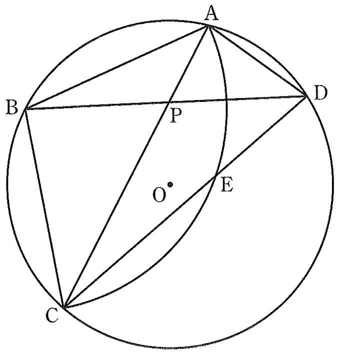
(1)　△ABD≡△EBDであることを証明しなさい。

図Ⅱ



(2)　弦BDの長さを求めなさい。

図Ⅲ



問3．図Ⅲは，図Ⅰにおいて，弦BDおよび弦ACをひき，その交点をPとしたものである。このとき，線分APと線分PCの長さの比を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">∠BED＝　　　　度</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>BD＝　　　　cm</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2">AP：PC＝　　　：</td></tr>
</table>