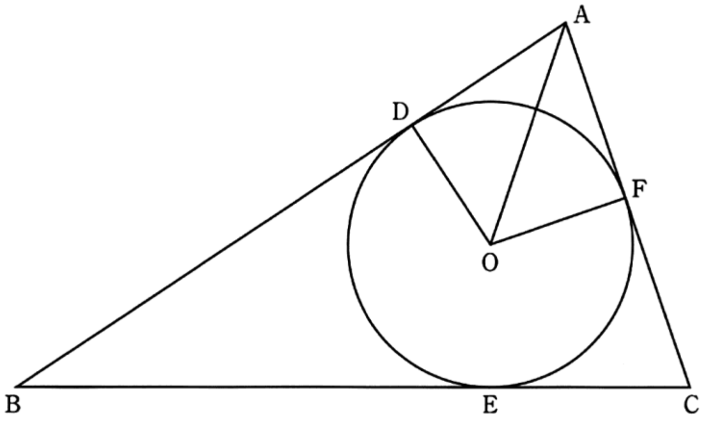
3－4. 平面図形　合同の証明　複合問題ほか　2007年度出題

【問1】

　図のように，円Oと△ABCがあり，円Oは3辺AB，BC，CAとそれぞれ3点D，E，Fで接しています。このとき，次の1，2の問いに答えなさい。

（岩手県　2007年度）



問1．△OAD≡△OAFを証明し，AD＝AFとなることを示しなさい。

問2. AB＝13 cm，AC＝9 cm，AD＝4 cmのとき，辺BCの長さを求めなさい。

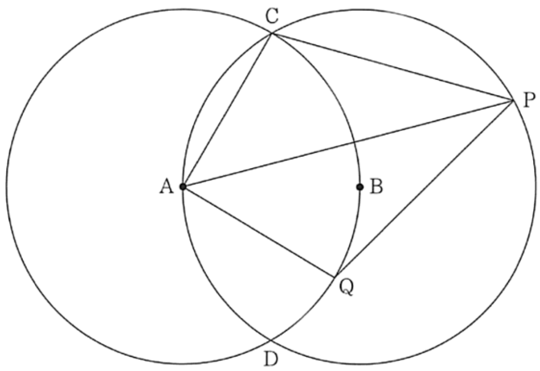
解答欄

問1	証明 したがって　AD＝AF
問2	cm

【問2】

図のように，点Aを中心とする円Aと，点Bを中心とする円Bは，互いに他方の円の中心を通ります。この2つの円の交点をC，Dとします。円Bの周上に，点C，Aのいずれにも一致しない点Pをとり，△ACPをつくります。また，円Aの周上に，PC＝PQとなる点Qを，点Cと一致しないようにとり，△AQPをつくります。あとの(1)～(4)の問いに答えなさい。

（宮城県 2007年度）



(1) △ACP≡△AQPであることを証明しなさい。

(2) 3点A，B，Cを結んでできる三角形はどんな三角形ですか。その名称を書きなさい。

(3) ∠CAP＝40°のとき，∠AQPの大きさを求めなさい。

(4) AC＝6 cmとし，3点C，P，Qを結んでできる△CPQの面積が最大となるように点Pをとるとき，△CPQの面積を求めなさい。

解答欄

(1)	証明
(2)	
(3)	度
(4)	cm^2

【問3】

図Ⅰのように，円Oの周上に3点A，B，Cを，AB＝AC，∠BAC＝120° となるようにとり，△ABCをつくります。点Pを太い線で表した$\overset{\frown}{BC}$ 上にとります。また，点Qを直線APについて点Bと反対側に，AP＝QA＝QPとなるようにとり，△APQをつくります。さらに，点Cと点P，点Cと点Qをそれぞれ結びます。ただし，点Pは点B，Cのいずれにも一致しないものとします。あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

（宮城県 2007年度）

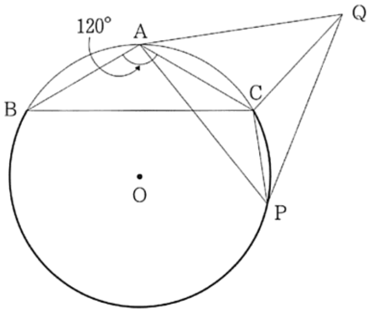
(1) △APC≡△QPCであることを証明しなさい。

(2) 円Oの半径を6 cmとし，点Oと点Qを結ぶとき，次の①，②の問いに答えなさい。図Ⅱを利用して考えてもかまいません。

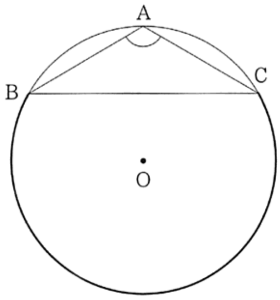
① 点Oと点Cを結びます。∠OCQ＝120° となるとき，線分OQの長さを求めなさい。

② 線分OQの長さが最大となるとき，2つの線分CQ，PQと$\overset{\frown}{CP}$で囲まれる部分の面積を求めなさい。ただし，$\overset{\frown}{CP}$ は小さい方の弧とし，円周率をπとします。

図Ⅰ



図Ⅱ



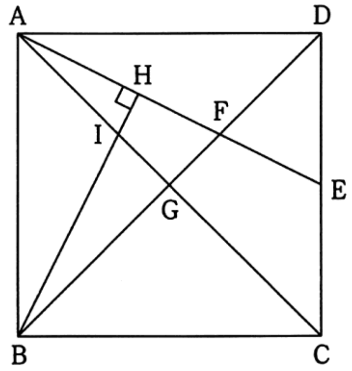
解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>①</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>②</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

【問4】

図において，四角形ABCDは，1辺が4 cmの正方形である。辺CDの中点をEとし，線分BDと線分AE，ACとの交点をそれぞれF，Gとする。また，点Bから線分AEにひいた垂線と線分AE，ACとの交点をそれぞれH，Iとする。このとき，あとの問いに答えなさい。

（山形県 2007年度）



問1．AEの長さを求めなさい。

問2．BHの長さを求めなさい。

問3．△ABIと△DAFが合同であることを証明しなさい。

問4．△AGFの面積を求めなさい。

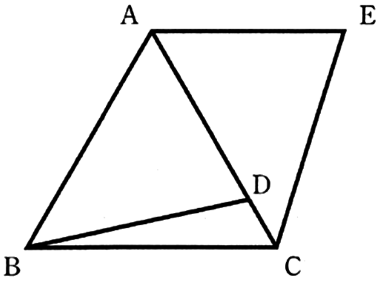
解答欄

問1	cm
問2	cm
問3	証明
問4	cm^2

【問5】

図のように，正三角形ABCにおいて辺AC上に点Dをとり，AE // BC，AD＝AEとなるように点Eをとる。このとき，△ABD≡△ACEであることを証明しなさい。

（栃木県 2007年度）



解答欄

証明

【問6】

図1の長方形ABCDの紙を，次の①，②のように折ります。

① 辺BCを辺ADに重なるように折り，図2のようにもとに戻したときの折り目の線をEFとします。

② 図3のように，頂点Aを通る線分を折り目として，頂点Bが線分EF上にくるように折ったとき，頂点Bの移った点をG，折り目をAHとします。また，線分HGを延長した直線をかき，辺ADとの交点をIとします。

このとき，次の各問に答えなさい。なお，考えるときに，用紙を切り取って利用してもさしつかえありません。

（埼玉県 2007年度）

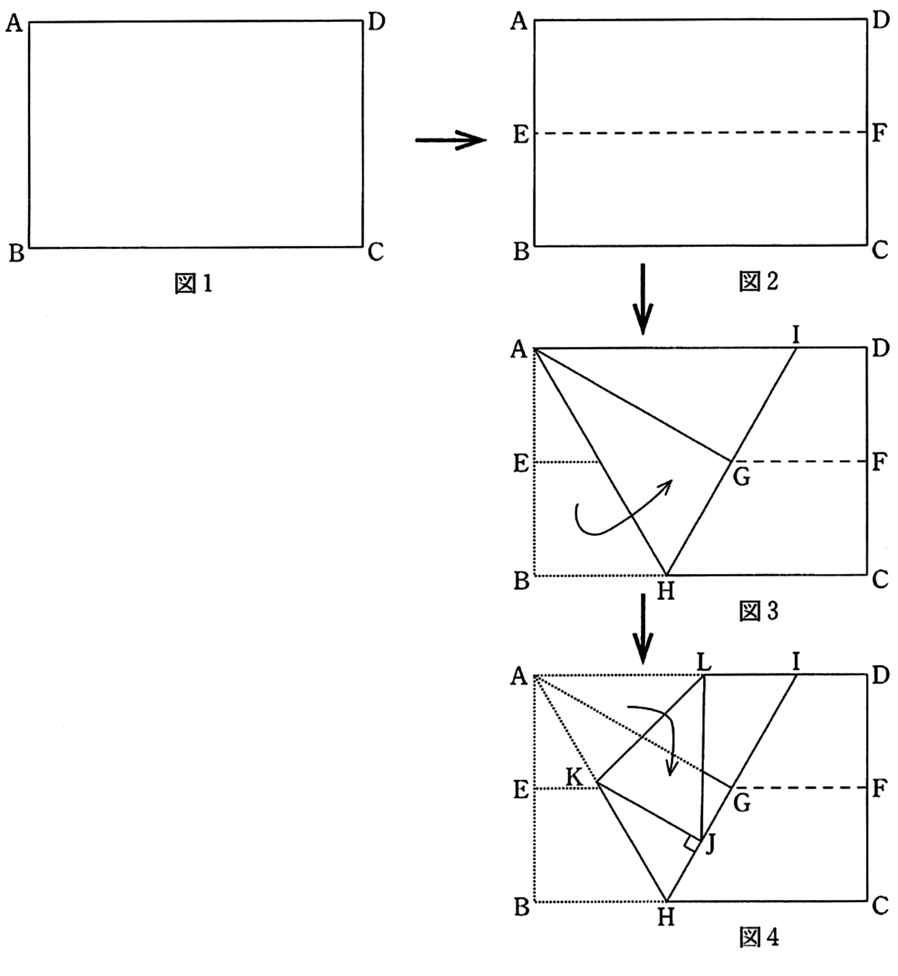


図1　図2　図3　図4

問1．図3において，△AGHと△AGIが合同であることを証明しなさい。

問2．図4のように，図3の△AHIの頂点Aが辺HI上にくるように折り，その交点をJとし，辺AH上の折り目の点をK，辺AI上の折り目の点をLとします。ここで，KJ⊥HI，KH＝4 cmのとき，線分JLの長さを求めなさい。ただし，根号はつけたままで答えなさい。

解答欄

問1	証明
問2	cm

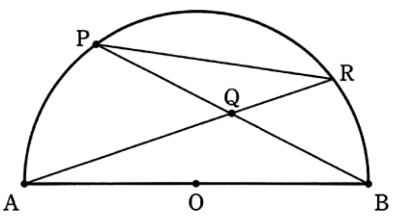
【問7】

図1で，点Oは線分ABを直径とする半円の中心である。点Pは$\overset{\frown}{AB}$上にある点で，点A，点Bのいずれにも一致しない。点Bと点Pを結び，線分BPの中点をQとする。点Aと点Qを結び，線分AQをQの方向に延ばした直線と$\overset{\frown}{BP}$との交点をRとする。点Pと点Rを結ぶ。次の各問に答えよ。

（東京都 2007年度）

問1．図1において，$\overset{\frown}{AP}:\overset{\frown}{AB}=1:3$のとき，∠ARPの大きさは何度か。

図1

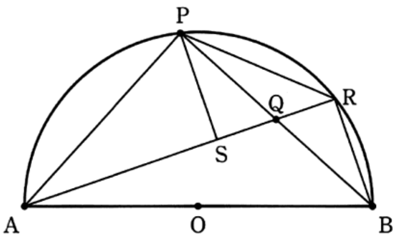


問2．右の図2は，図1において，点Pから線分AQにひいた垂線と，線分AQとの交点をSとし，点Aと点P，点Bと点Rをそれぞれ結んだ場合を表している。次の(1)，(2)に答えよ。

(1) △PSQ≡△BRQであることを証明せよ。

(2) OA＝2 cm，∠PAB＝∠PBAのとき，四角形PABRの面積は何cm^2か。

図2



解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">度</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>証明
△PSQと△BRQにおいて，

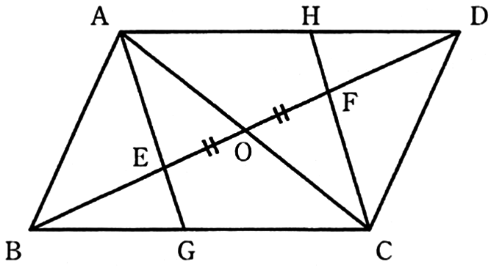
△PSQ≡△BRQ</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

【問8】

図のように，平行四辺形ABCDがあり，対角線の交点をOとする。OE＝OFとなるように，2点E，Fをそれぞれ線分BO，OD上にとり，AEの延長と辺BCとの交点をG，CFの延長と辺ADとの交点をHとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2007年度）

問1．$\triangle AOE \equiv \triangle COF$を証明しなさい。ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。



問2．BE：EO＝3：2のとき，BG：GCを求めなさい。

問3．OF＝FD，$\triangle$CDFの面積が$12\ \text{cm}^2$のとき，四角形AOFHの面積を求めなさい。

解答欄

問1	証明 $\triangle$　AOEと$\triangle$COFにおいて
問2	BG：GC＝　　　　：
問3	cm^2

【問9】

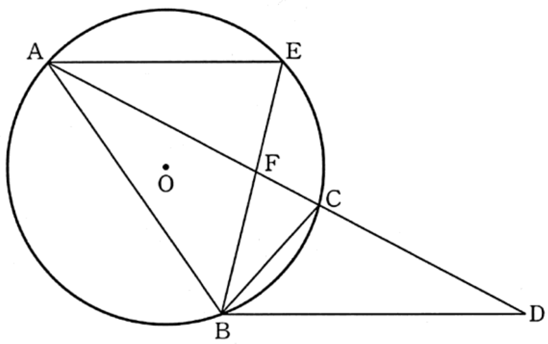
図8において，3点A，B，Cは円Oの円周上の点であり，AB＝ACである。ACの延長上にBA＝BDとなる点Dをとる。$\overset{\frown}{AC}$上に∠BAC=∠CAEとなる点Eをとる。ACとBEとの交点をFとする。このとき，次の1，2の問いに答えなさい。

（静岡県 2007年度）

問1．△ABF≡△DBCであることを証明しなさい。

問2．円Oの半径が5 cmで，∠AFB＝102° のとき，$\overset{\frown}{BC}$に対する中心角の大きさを求めなさい。また，$\overset{\frown}{BC}$の長さを求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図 8



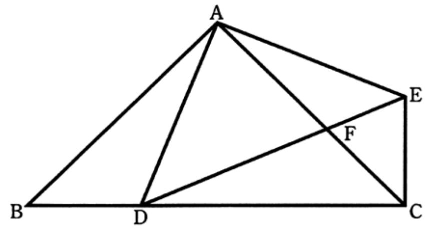
解答欄

問1	証明
問2	中心角 [ ] 度，$\overset{\frown}{BC}$の長さ [ ] cm

【問10】

図のように，AB＝ACの直角二等辺三角形ABCの辺BC上に点Dをとり，AD＝AEとなる直角二等辺三角形ADEをつくる。また，線分ACと線分DEの交点をFとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

（三重県　2007年度）



問1．　△ABD≡△ACEであることの証明を次の (ア) ～ (ウ) に適切なことがらを書き入れて完成しなさい。

〈証明〉

△ABDと△ACEにおいて，

仮定から，

AB＝AC　…①

(ア)　…②

また，

∠BAD＝90°－ (イ)

∠CAE＝90°－ (イ)

であるから，

∠BAD＝∠CAE　…③

①，②，③より， (ウ) がそれぞれ等しいので，

△ABD≡△ACE

問2．△ABD∽△DCFであることを証明しなさい。

問3．点Aから線分BCに垂線AMをひく。AB＝DC＝6cmのとき，次の各問いに答えなさい。

(1) AMの長さを求めなさい。なお，答えに$\sqrt{\ }$がふくまれるときは，$a\sqrt{b}$ の形に変形し，$\sqrt{\ }$の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

(2) △ADFの面積を求めなさい。なお，答えに$\sqrt{\ }$がふくまれるときは，$\sqrt{\ }$の中をできるだけ簡単な数にしなさい。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
問2	証明	
問3	(1)	cm
	(2)	cm^2

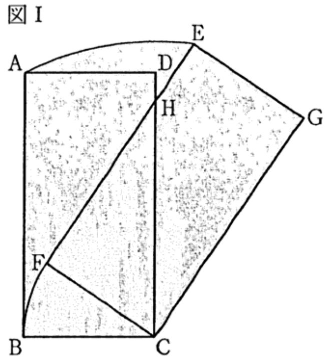
【問11】

図Ⅰ～図Ⅲにおいて，四角形ABCDは長方形であり，四角形EFCGは長方形ABCDをCを中心として回転させてできる長方形である。このとき，長方形ABCD≡長方形EFCGである。辺CDと辺EFは，D，Fと異なる点で交わっている。Hは，辺CDと辺EFとの交点である。AB＝6 cm，AD＝3 cmであるとし，鋭角∠BCFの大きさが$a°$ であるとして，次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。また，円周率はπとする。

（大阪府 後期 2007年度）

問1．図Ⅰにおいて，$\overset{\frown}{\mathrm{BF}}$は，Cを中心とし線分CBを半径とする円の弧である。$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$は，Cを中心としCとAとを結んでできる線分CAを半径とする円の弧である。図Ⅰ中の で示した部分は，辺AB，BC，CG，GEと$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$によって囲まれてできる図形である。

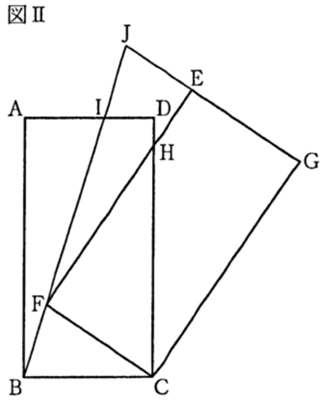
図Ⅰ



(1) $\overset{\frown}{\mathrm{BF}}$の長さは何cmですか。$a$を用いて表しなさい。

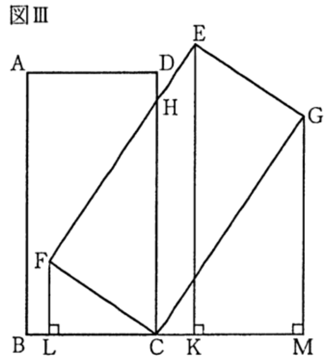
(2) で示した部分の面積は何cm^{2}ですか。aを用いて表しなさい。

図Ⅱ



問2．図Ⅱにおいて，直線BFと辺ADは，Dと異なる点で交わっている。Iは直線BFと辺ADとの交点であり，Jは直線BFと直線EGとの交点である。このとき，△ABI≡△EFJであることを証明しなさい。

図Ⅲ



問3．図Ⅲにおいて，K，L，Mは，それぞれ，E，F，Gから直線BCにひいた垂線と直線BCとの交点である。GM＝5 cmのとき，

(1) 線分FLの長さを求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

(2) 線分EKの長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問3</td><td>(1)</td><td>求め方

cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

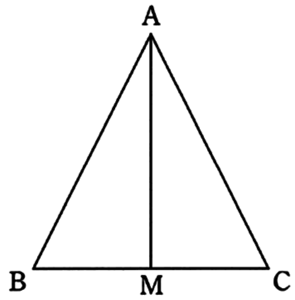
【問12】

図1のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺BCの中点をMとする。次の(1)，(2)に答えなさい。

（島根県 2007年度）

(1) △ABM≡△ACMであることを証明しなさい。ただし，AM⊥BCを用いないこと。

図1



(2) AM⊥BCであることを次のように説明した。次の $\boxed{}$ のア，イにあてはまるものを答えなさい。

> △ABM≡△ACMより，∠AMB＝∠ $\boxed{\text{ア}}$
> また，∠AMB＋∠ $\boxed{\text{ア}}$ ＝ $\boxed{\text{イ}}$ °　だから，∠AMB＝90°
> つまり，AM⊥BC である。

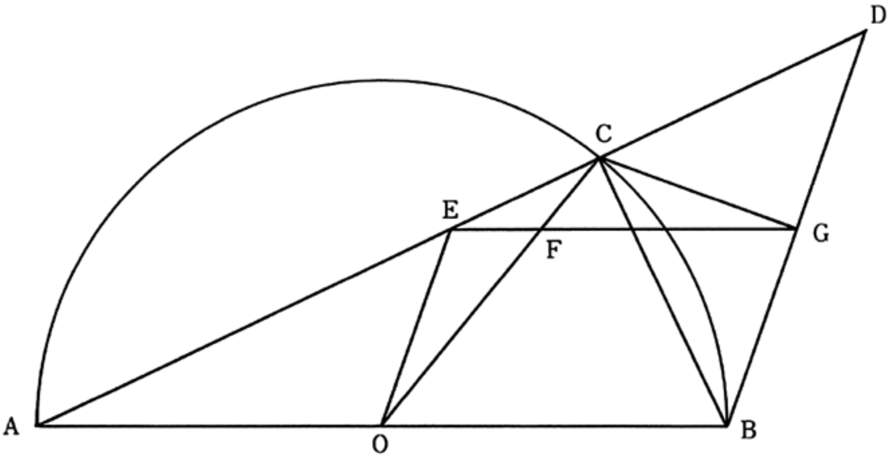
解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="4">証明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>ア</td><td>∠</td><td>イ</td><td>°</td></tr>
</table>

【問13】

図のような，線分ABを直径とする半円があり，点Oは線分ABの中点である。この半円の弧AB上に，2点A，Bと異なる点Cをとり，点Aと点C，点Bと点C，点Oと点Cをそれぞれ結ぶ。線分ACをCの方向にのばした直線上に点Cと異なる点Dを，線分CDの長さが，線分ACの長さより短くなるようにとる。ただし，点Dは線分AC上にない点である。点Dと点Bを結ぶ。線分ADの中点をEとして，点Eを通り，線分ABに平行な直線をひき，線分OCと交わる点をF，線分BDと交わる点をGとする。点Oと点E，点Cと点Gをそれぞれ結ぶ。このとき，次の問1では指示に従って答え，問2では $\boxed{}$ に適当な数を書き入れなさい。

（岡山県　2007年度）



問1．△CEO≡△ECGを証明しなさい。

問2．AC＝8 cm，CD＝4 cm，∠CDB＝45°　であるとき，BD＝ $\boxed{ア}$ cm，半円の面積は $\boxed{イ}$ cm^2，

CF＝ $\boxed{ウ}$ cmである。また，△CEFの面積は $\boxed{エ}$ cm^2である。

解答欄

問1	証明	
問2	(ア)	cm
	(イ)	cm^2
	(ウ)	cm
	(エ)	cm^2

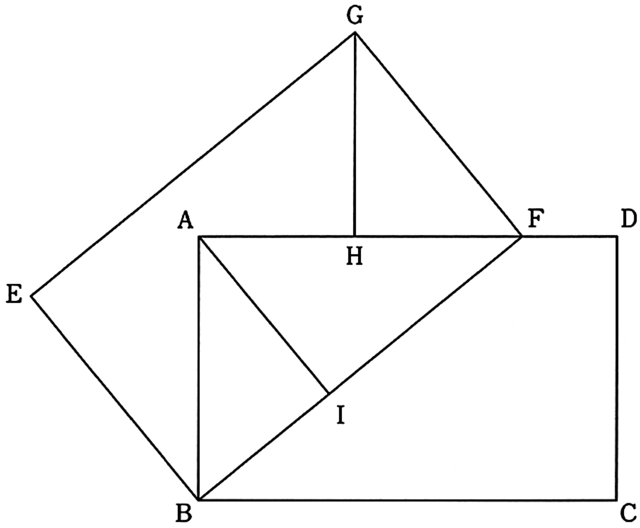
【問14】

図のように，1つの平面上に合同な2つの長方形ABCD，EBFGがあり，点Fは辺AD上の点です。また，線分AF上に点H，辺BF上に点Iがあり，GH⊥AF，AI⊥BFです。これについて，次の問1・問2に答えなさい。

（広島県 2007年度）

問1．△ABI≡△GFHであることを証明しなさい。

問2．AB＝4 cm，BC＝6 cmのとき，線分AIの長さは何cmですか。



解答欄

問1	〔仮定〕図において，四角形ABCDと四角形EBFGは合同な長方形，GH⊥AF，AI⊥BF 〔結論〕△ABI≡△GFH 〔証明〕
問2	cm

【問15】

図1のように，AB＝AC＝4 cm，BC＝6 cmの二等辺三角形ABCがあり，∠BACの二等分線と辺BCとの交点をMとする。また，線分BM上に点Bと異なる点Pをとり，線分BPを直径とする円と辺ABとの点B以外の交点をQとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県 2007年度）

問1．図2のように，PQ＝PMとなるとき，△PAQ≡△PAMであることを証明せよ。

問2．図3のように点Qが辺ABの中点となるとき，

(1) 線分APの長さを求めよ。

(2) 2点Q，Cを結んでできる△QPCの面積を求めよ。

図1

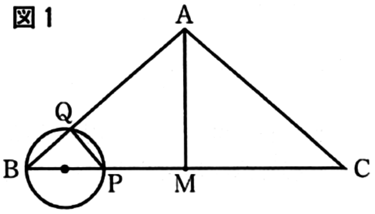


図2

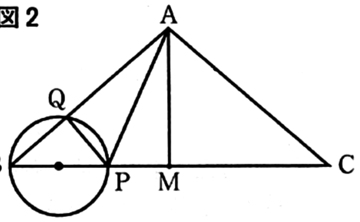
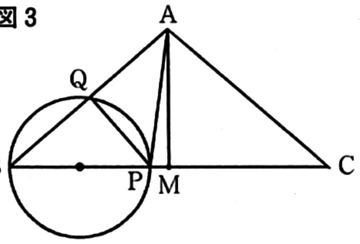


図3



解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

【問16】

図は，∠Aが鈍角である△ABCと3つの頂点A，B，Cを通る円において，円周上にAB∥CDとなるように点Dをとり，点Aを含まない$\overset{\frown}{CD}$上にAE＝DEとなるように点Eをとったものである。また，線分BEと線分CDの交点をFとし，点Cと点Eを結んだものである。このとき，次の1～3の問いに答えなさい。

（鹿児島県 2007年度）

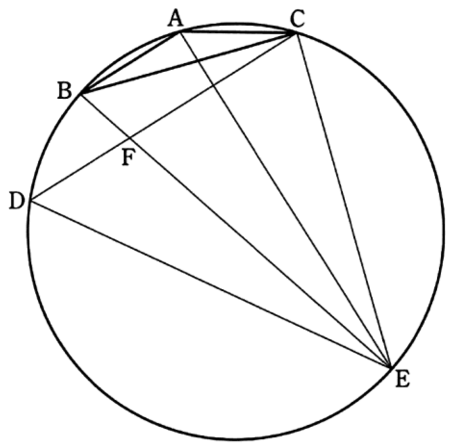
問1．∠ABCと大きさの等しい角を1つあげよ。

問2．△AEC≡△DEFであることを証明せよ。

問3．△ABCが∠BAC＝150°の二等辺三角形のとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)∠ECFの大きさは何度か。

(2)△ABCの面積は，△DEFの面積の何倍か。



解答欄

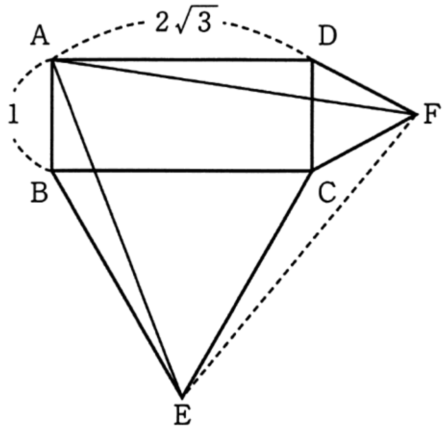
<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">証明</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問3</td><td>(1)</td><td>度</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>倍</td></tr>
</table>

【問17】

図のように，AB＝1，AD＝$2\sqrt{3}$ の長方形ABCDがあり，この長方形の外側に2つの正三角形△BECと△DCFをつくる。このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県　2007年度）

問1．△ABE≡△FDAであることを次のように証明した。$\boxed{}$ をうめて証明を完成しなさい。



(証明)

△ABEと△FDAにおいて，
仮定より，
AB＝FD　…①
BE＝ $\boxed{ア}$ …②
また，

$\boxed{イ}$

より，
∠ABE＝∠FDA　…③
①，②，③より，
$\boxed{ウ}$ ので，
△ABE≡△FDA

問2．AEの長さを求めなさい。

問3．△AEFの面積を求めなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
	ウ	
問2	AE＝	
問3		