7．二次関数と数量・複合問題・その他

【問1】

展覧会の案内のちらしを何枚かずつ封筒に入れ，多くのところに送りたい。

次の問いに答えなさい。

（大阪府　一般　2002 年度）

(1) ちらし 600 枚と封筒 200 枚とを用意し，封筒1枚につきちらし3枚をひとまとめにして入れていくことにする。

ちらしを入れた封筒の数がxになった時点で，まだ封筒に入れられずに残っているちらしの枚数をyとする。

① 次の表はxとyとの関係を示した表の一部である。(ア)～(エ)にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

x	0	1	2	…	20	…	(エ)	…
y	600	(ア)	(イ)	…	(ウ)	…	450	…

② xを $0 \leqq x \leqq 200$ を満たす整数として，y を x の式で表しなさい。

③ まだ封筒に入れられずに残っているちらしの枚数がはじめて 200 より少なくなるのは，ちらしを入れた封筒の数がいくつになったときですか。

(2) ちらしと大小2種類の封筒とをたくさん用意し，A さんは大封筒1枚につきちらし 10 枚をひとまとめにして入れていき，B さんは小封筒1枚につきちらし2枚をひとまとめにして入れていくことにする。

大封筒に入れたちらしすべての枚数と小封筒に入れたちらしすべての枚数との合計をSとすると，ちらしを入れた小封筒の数がちらしを入れた大封筒の数より 15 多いとき，S は必ず 6 の倍数である。その理由を，ちらしを入れた大封筒の数を n とし，n を 0 以上の整数として書きなさい。

(1)	①	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
	②	$y=$			
	③				
(2)					

【問2】

次の㋐～㋓にあてはまる数または式を書きなさい。

（秋田県 2005 年度）

① 表は，y が x に反比例する関係を表したものである。

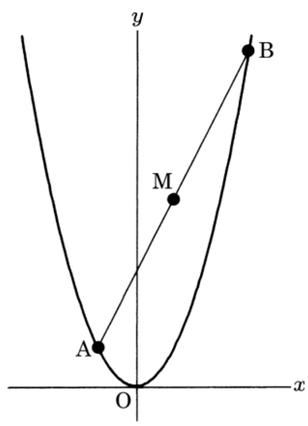
x の値が 6 のときの y の値は [㋐] であり，y を x の式で表すと，y＝[㋑] となる。

表

x	…	2	…	6	…
y	…	12	…	㋐	…

② 図の曲線は，関数 $y＝x^2$ のグラフである。2点 A，B はこのグラフ上の点で，x 座標がそれぞれ－2，6 である。このとき，線分 AB の中点 M の座標は（2，[㋒] ）で，関数 $y＝ax^2$ のグラフが，点 M を通るときの a の値は [㋓] である。

図

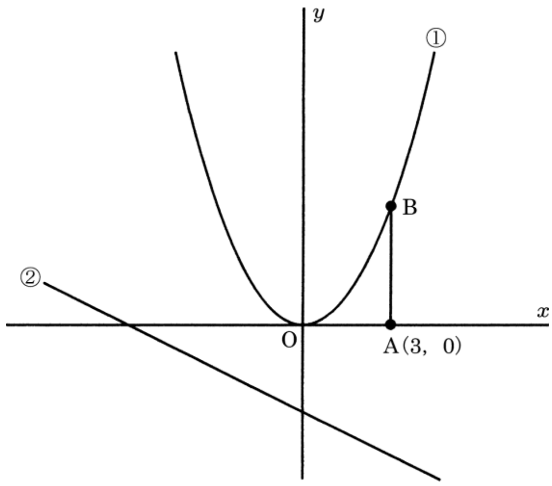


①	㋐		㋑	
②	㋒		㋓	

【問3】

図で，点Oは原点であり，点Aの座標は（3，0）である。放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，直線②は関数 $y=-\frac{1}{2}x-3$ のグラフである。点Bは，放物線①上の点で，線分ABは y 軸に平行である。これについて，次のア～ウの問いに答えよ。

（香川県 2005年度）



ア 次の㋐～㋔の関数のうち，そのグラフが，線分ABと交わるものはどれか。2つ選んで，その記号を書け。

㋐ $y=-\frac{1}{2}x^2$

㋑ $y=\frac{1}{4}x^2$

㋒ $y=x^2$

㋓ $y=-\frac{1}{x}$

㋔ $y=\frac{3}{x}$

イ 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で，x の変域が $-3\leqq x\leqq n$ のとき，y の変域が $0\leqq y\leqq\frac{9}{2}$ となる整数 n の値をすべて求めよ。

ウ 放物線①上に点Pをとり，その x 座標を a とする。また，点Pを通り，y 軸に平行な直線をひき，直線②との交点をQとする。点P，点Qの y 座標がともに整数で，線分PQ上に，y 座標が整数である点が点P，点Qを含めて全部で10個あるとき，a の値を求めよ。a の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

ア	と	
イ	整数 n の値	
ウ	a の値を求める過程 答 a の値	

【問4】

図 1 のように，底面が合同で，深さが等しい円柱の容器 A, B, C, D が水平な床に置かれている。午前 9 時の時点で，A の容器には水が入っておらず，B, C, D の容器には，それぞれ底から 5 cm，16 cm，30 cm の高さまで水が入っている。ただし，容器の厚さは考えないものとする。A, B, C の容器には水を入れ，D の容器からは水を抜くものとする。それぞれの容器について，午前 9 時から x 分後の水面の高さを y cm として，時間の経過にともなう水面の高さの変化について考える。

A の容器には，午前 9 時から，$y=\frac{1}{4}x^2$ の関係で水を入れる。

B の容器には，午前 9 時から，水面の高さが毎分 1 cm ずつ一定の割合で上昇するように水を入れる。

C の容器には，A の容器の水面の高さが C の容器の水面の高さと等しくなってから 6 分後に，水面の高さが毎分 $\frac{3}{2}$ cm ずつ一定の割合で上昇するように水を入れる。

図 2 は，A, B, C の容器の x, y の関係をそれぞれ表したグラフである。このとき，次の1，2の問いに答えなさい。

（千葉県 2007 年度）

問1．C の容器に水を入れ始めた時刻を求めなさい。

問2．D の容器から，水面の高さが一定の割合で下降するように午前 9 時から水を抜いたら，B, C, D の容器の水面の高さが同時刻に等しくなった。ただし，水面の高さが等しくなった時刻は，C の容器に水を入れ始めたあとの時刻とする。D の容器の x, y の関係をグラフに表したとき，このグラフについて y を x の式で表しなさい。

図 1

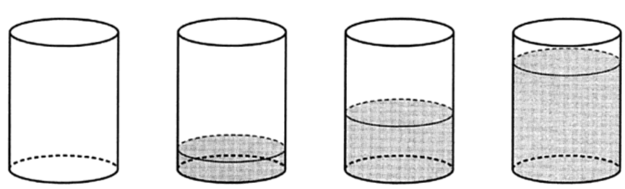
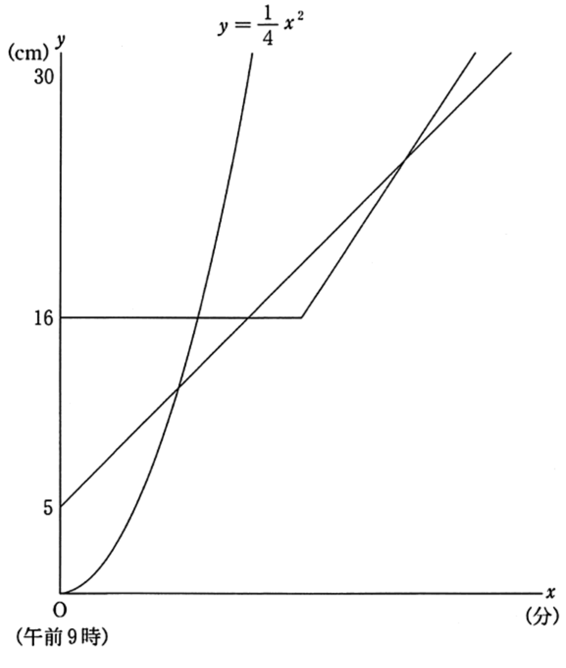


図 2



問1	午前　　時　　分
問2	$y=$

【問5】

関数 $y=\frac{a}{x}$, $y=bx$, $y=cx-2$, $y=dx^2$, $y=ex^2$ は，いずれも y は x の関数であり，a, b, c, d, e は比例定数または傾きを表す定数である。5 つの関数および定数 a, b, c, d, e が下の条件 1 を満たしているとき次の1～3の問いに答えなさい。

（千葉県 2007 年度）

条件 1

① 関数 $y=cx-2$ と $y=ex^2$ について，x の値が -3 から -2 まで増加するときの変化の割合が等しい。

② 関数 $y=ex^2$ について，$x=0$ のとき，y の値は最大になる。

③ 定数 a, b, c, d, e のうち，3 つは正の数，2 つは負の数である。

④ 定数 a, b, c, d, e をこの順で並べたとき，隣り合う 2 つの定数 a と b，b と c，c と d，d と e の値の積をそれぞれ求めると，1 つは正の数，3 つは負の数になる。

問1. 条件 1 の①から，c と e の関係を表す式を求めなさい。

問2. 条件 1 の①～④から，a, b, c, d, e が，正の数，負の数のどちらであるか，それぞれ求め，正の数を表す符号＋と負の数を表す符号－を用いて答えなさい。

問3. 5 つの関数および定数 a, b, c, d, e が条件 1 に加えて，下の条件 2 をすべて満たすとき，a, b, c, d, e の値を求めなさい。

条件 2

① グラフが点$(-4,\ 2)$を通る関数は 2 つある。

② 変化の割合が一定である関数の比例定数または傾きを表す定数について考える。その定数の値の和を求めると $\frac{5}{2}$ になる。

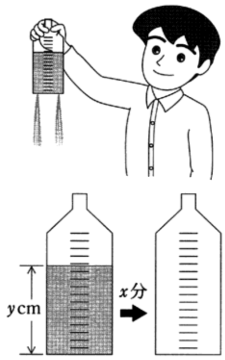
③ 定数 a, b, c, d, e のうち，グラフが曲線となる関数の定数について考える。これらの定数のうち，2 つの定数の値の積を求めると $\frac{3}{4}$ になるものがある。

問1					
問2	a	b	c	d	e
問3	a	b	c	d	e

【問6】

ペットボトルに水を入れて，底にあけた穴から水をぬいた。ペットボトルに入っている，高さが y cm の水が，x 分間ですべてなくなるとすると，x と y との関係 は $y=ax^2$ で表されるという。実験をしたところ，高さが 9 cm の水がすべてなくなるのに 6 分かかった。次の問1～問5に答えなさい。

（岐阜県 2008 年度）



問1. a の値を求めなさい。

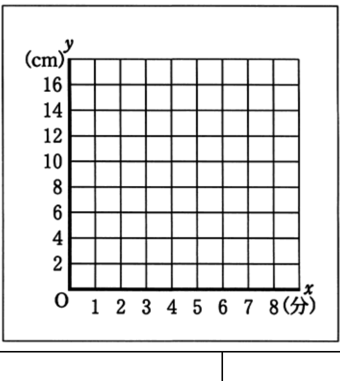
問2. 表中のア，イにあてはまる数を求めなさい。

x (分)	0	2	4	6	8
y (cm)	0	ア	イ	9	16

問3. x と y との関係を表すグラフをかきなさい。$(0 \leqq x \leqq 8)$

問4. 高さ 16 cm まで水を入れてから，高さが 1 cm になるまで水をぬいた。水をぬいていた時間は何分間であったかを求めなさい。

問5. ある高さまで水を入れてから，2 分間水をぬいた。水をぬく前と，ぬいた後の水の高さの差は 4 cm であった。水をぬく前に入っていた水の高さは，何 cm であったかを求めなさい。

問1		
問2	ア	イ
問3		
問4	分間	
問5	cm	

【問7】

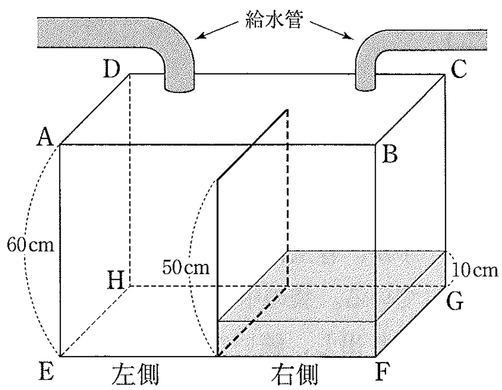
図のように，8つの点A, B, C, D, E, F, G, Hを頂点とする直方体の形をした高さ60 cmの水そうが水平に置かれている。水そうの中央には，長方形の仕切りが面AEHDに平行に入れてあり，高さ50cmまでの水そうの容積を2等分している。水そうには左右それぞれに給水管があり，右側には10cmの高さまで水が入っている。この水そうに，それぞれの給水管から同時に水を入れ始めてからx分後の水面の高さを考える。

左側の給水管からは，左側の水面の高さがxの2乗に比例するように水を入れる。水を入れ始めてから10分後に左側の水面の高さが右側より先に50cmに達し，この時点で左側の給水管の水を止めた。一方，右側の給水管からは，一定の割合で水を入れ続け，高さ60cmの水そうが満水になった時点で右側の給水管の水を止めた。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，水面の高さは水そうの底面EFGHから測るものとし，水そうおよび仕切りの厚さは考えないものとする。

（長崎県 2009年度）

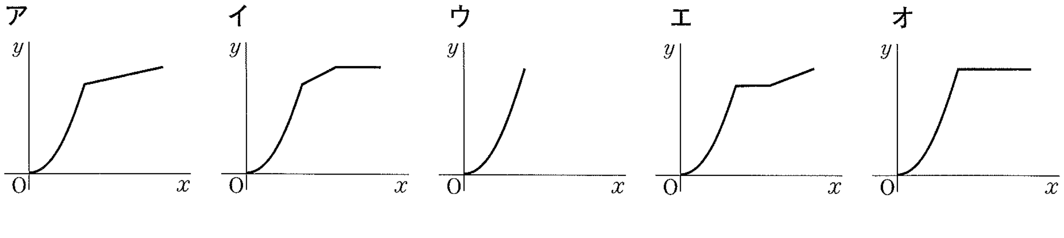
問1. 水を入れ始めてからx分後の，左側の水面の高さをy cmとする。$0 \leqq x \leqq 10$のとき，yをxの式で表すと，$y = ax^2$になる。aの値を求めよ。



問2. 水を入れ始めてから16分後に，右側の水面の高さは50 cmに達した。このとき，次の(1)～(4)に答えよ。

(1) 水を入れ始めてからx分後の，右側の水面の高さをy cmとする。$0 \leqq x \leqq 16$のとき，yをxの式で表せ。

(2) 水を入れ始めてからx分後の，面AEHDにふれている水面の高さをy cmとする。高さ60 cmの水そうが満水になるまでのxとyの関係を表したグラフが，下のア～オの中に1つある。そのグラフを選び，記号で答えよ。



(3) 高さ60 cmの水そうが満水になるのは，水を入れ始めてから何分後か。

(4) 左側の水面の高さが，右側の水面の高さより8 cm高くなるときのxの値をすべて求めよ。

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">$a=$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">問2</td><td>(1)</td><td>$y=$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>分後</td></tr>
<tr><td>(4)</td><td></td></tr>
</table>