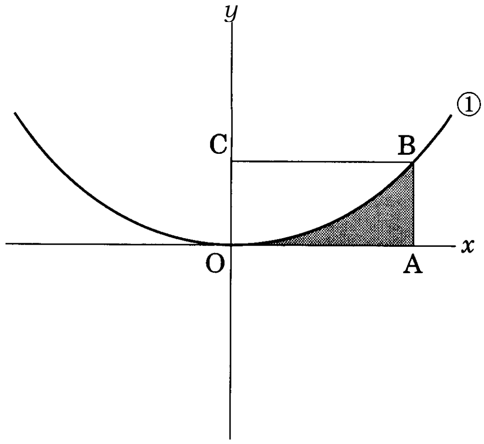
4. 二次関数と図形（面積・長さ）関連の複合問題 【2002年度出題】

【問1】

図のように，関数 $y=ax^2$ (aは正の定数)…① のグラフと長方形 OABC があります。頂点 A は x 軸上に，頂点 B は①のグラフ上に，頂点 C は y 軸上にあります。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道 2002 年度）



問1．①について，$a=1$で，xの変域が$-1\leqq x\leqq 2$のとき y の変域を求めなさい。

問2．長方形 OABC の周の長さが 12 で，OA＝2AB のとき，直線 AC の式を求めなさい。

問3．$a=\dfrac{1}{9}$ で，点Aの座標を(6, 0)とします。太郎君が大小2個のさいころを同時に投げるとき，大きいさいころの出る目の数をx，小さいさいころの出る目の数をyとし，(x, y)を座標とする点をPとします。このとき，図の  の部分に点Pが入る確率を求めなさい。

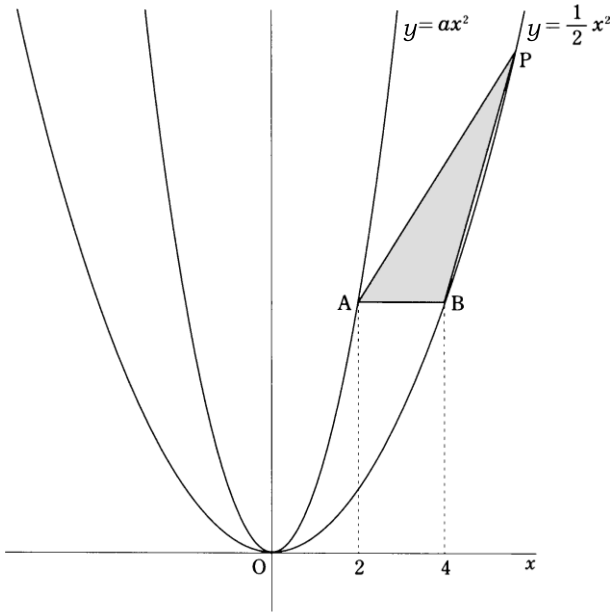
ただし， の部分には，周上も含まれます。

問1	
問2	
問3	

【問2】

図のように，関数 $y=ax^2$ $\left(a>\frac{1}{2}\right)$ のグラフ上に x 座標が 2 である点 A をとり，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が 4 である点 B をとったところ，線分 AB は x 軸と平行になりました。また，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が 4 より大きい点 P をとります。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（岩手県 2002 年度）



(1) 関数 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(2) △ABP の面積が 10 cm² のとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，座標の1目もりを 1 cm とします。

(1)	$a=$
(2)	（　　　　，　　　　）

【問3】

図Ⅰのように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，それらの x 座標はそれぞれ－1，2で，直線ABと y 軸との交点をCとします。次の1～3の問いに答えなさい。ただし，点Oは原点とします。

（宮城県 2002 年度）

1．点Aの y 座標を求めなさい。

2．直線ABの式を求めなさい。

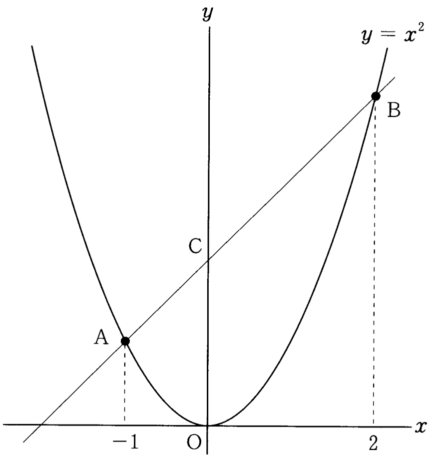
3．関数 $y=x^2$ のグラフ上に x 座標が a である点Pをとります。ただし，$1<a<2$ とします。次に，線分OC上に，点Qを，△APBと△AQBの面積が等しくなるようにとります。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 点Pが図Ⅱの位置にあるとき，点Qを解答用紙の図にかき入れなさい。また，点Qをどのようにしてとったか，簡潔に説明しなさい。

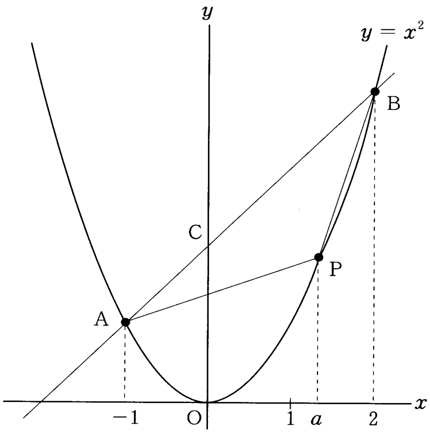
(2) 線分CQの長さを a を用いて表しなさい。

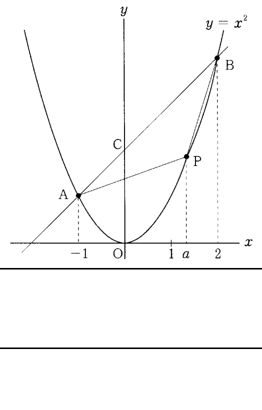
(3) △AQBの面積を a を用いて表しなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ



<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>(1)</td><td></td><td>説明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td></td></tr>
</table>

【問4】

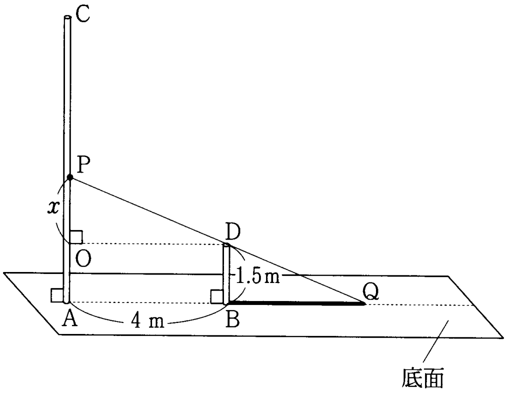
花子さんは太陽の位置と校庭に伸びる木の影の長さに興味を持ち，ノートに図1のように整理して，光源の高さと影の長さとの関係について考えました。支柱 AC，BD をそれぞれ底面に垂直に立て，AO＝BD＝1.5 m，OC＝6 m，AB＝4 m とする。光源 P は，支柱 AC の点 O より上の部分を動き，支柱 BD を照らしてその影 BQ をつくる。

OP＝x m として次の問いに答えなさい。ただし光源 P の大きさは考えないものとする。

（山形県 2002 年度）

⑴ x＝3 のとき，影 BQ の長さを求めなさい。

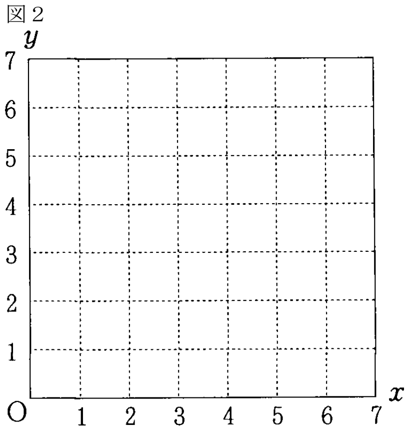
図１



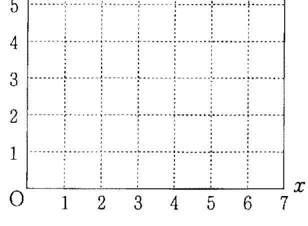
⑵ BQ＝y m とするとき，x と y の関係を式に表しなさい。また，その関係を表すグラフを図2にかきなさい。

ただし，x の変域は，$1 \leqq x \leqq 6$ とする。

図２



⑶ ⑵で求めた関数で x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

<table>
<tr><td>(1)</td><td>m</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>式</td></tr>
<tr><td>グラフ
</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td></td></tr>
</table>

【問5】

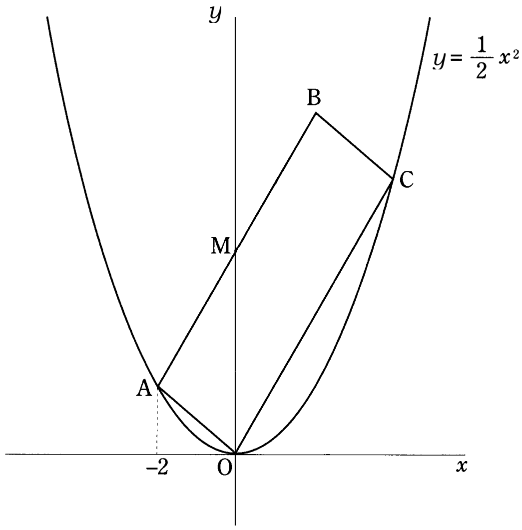
図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に，x座標が-2である点Aがある。また四角形OABCが平行四辺形となるように，点Bと放物線上の点Cをとる。ABの中点Mがy軸上にあるとき，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。

（福島県 2002 年度）

⑴ 点 B の x 座標を求めなさい。

⑵ 平行四辺形 OABC の面積を求めなさい。

⑶ M を通る直線ℓ によって，平行四辺形 OABC を2つの部分に分ける。この2つの部分の面積の比が 3：5 となるようなℓ の式をすべて求めなさい。



(1)	
(2)	
(3)	

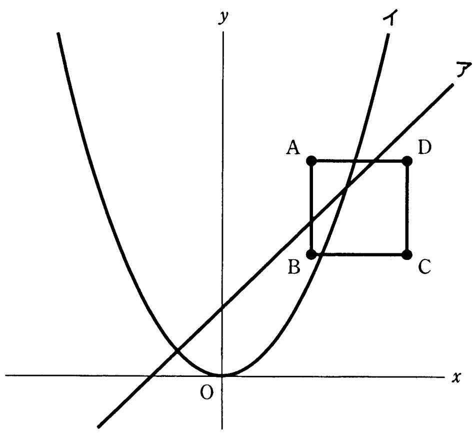
【問6】

図のように，4点 A(2，5)，B(2，3)，C(4，3)，D(4，5)を頂点とする正方形 ABCD がある。また，直線アは関数 $y=x+b$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=ax^2$ のグラフである。ただし，$a>0$ とする。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（茨城県 2002 年度）

⑴ 直線アが正方形 ABCD の面積を2等分するときの b の値を求めなさい。

⑵ 曲線イが正方形 ABCD を通るための aの値の範囲を求め，その範囲を不等号を使って表しなさい。



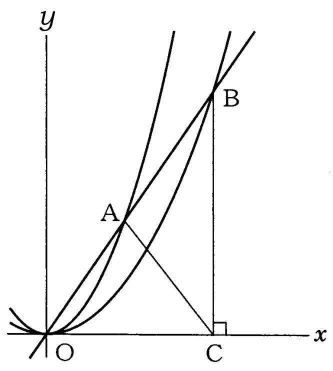
(1)	$b=$
(2)	$\leqq a \leqq$

【問7】

図のように，関数　$y=\frac{1}{2}x^2$，$y=\frac{1}{4}x^2$　のグラフと，原点を通る直線との交点をそれぞれ A，B とします。 点 B から x 軸に垂線 BC をひきます。

点 B の座標が (6, 9) のとき，△BOC と△BAC の面積の比を求めなさい。

（群馬県 2002 年度）



△BOC：△BAC＝　　　：	

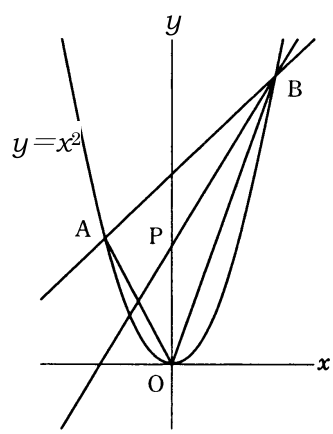
【問8】

図のように，関数 $y=x^2$ のグララ上に，2点 A，B があり，点 A，B の x 座標はそれぞれ－2，3 である。
また，点 B を通り，△AOB の面積を二等分する直線が y 軸と交わる点を P とする。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（千葉県 2002 年度）

⑴ 点 P の y 座標を求めなさい。

⑵ △OBP と△AOB の面積比を求めなさい。

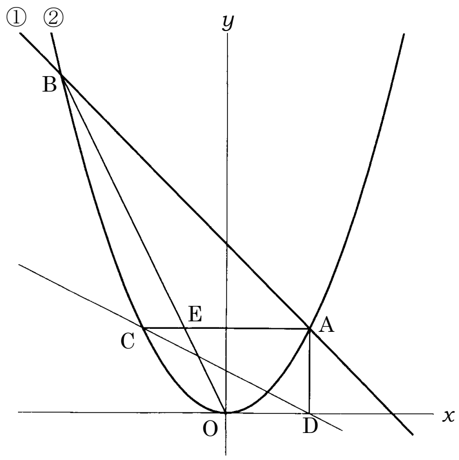


(1)	
(2)	△OBP：△AOB＝　　　：

【問9】

図において，直線①は関数$y=-x+4$のグラフであり，曲線②は関数$y=ax^2$のグラフである。2点A，Bはともに直線①と曲線②との交点で，点Aのx座標は2，点Bのx座標は-4である。点Cは曲線②上の点で，線分ACはx軸に平行である。また，点Dはx軸上にあり，線分ADはy軸に平行である。原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2002 年度）



(ア) 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 CD の式を $y=mx+n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

(ウ) 線分 OB と線 AC との交点を E とするとき，三角形 ABE と三角形 ACD の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(ア)	$a=$
(イ)	$m=$ ，$n=$
(ウ)	△ABE：△ACD＝ ：

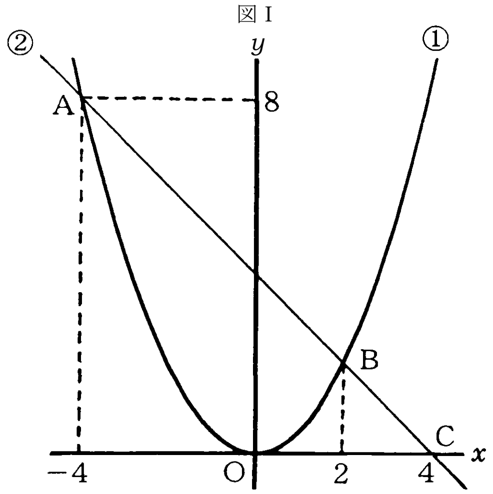
【問 10】

図Ⅰで，①は関数 $y=mx^2$ のグラフ，②は直線であり，①と②は 2 点 A，B で交わっている。また，②は x 軸と点 C で交わっている。点 A の座標は$(-4,\ 8)$で，点 B，C の x 座標は，それぞれ 2，4 である。このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2002 年度）

(1) m の値を求めなさい。

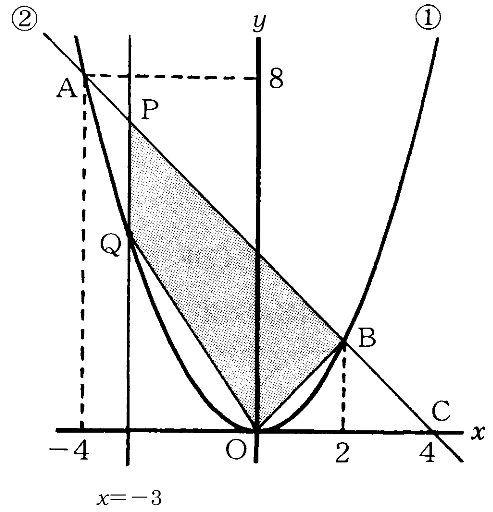
図Ⅰ



(2) 直線②の式を求めなさい。

(3) 図Ⅱは，図Ⅰに直線 $x=-3$ を書き加えたものである。
直線 $x=-3$ と直線②との交点を P，関数①のグラフとの交点を Q とする。このとき，四角形 PQOB の面積を求めなさい。ただし，面積の単位はつけない。

図Ⅱ



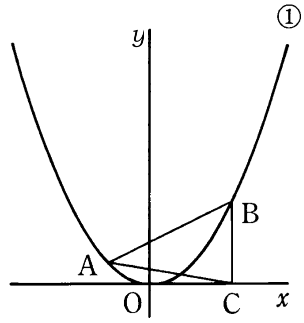
(1)	$m=$
(2)	$y=$
(3)	四角形 PQOB の面積＝

【問 11】

図において，①の放物線は関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグフフである。グラフ上のx座標が－2，4である点をそれぞれA，Bとし，点Bからx軸にひいた垂線とx軸との交点をCとする。このとき，次の⑴，⑵に答えなさい。

（石川県　2002 年度）

⑴　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が$-2\leqq x\leqq 4$ のときの y の変域を求めなさい。



⑵　グラフ①上に点 P をとり，△BPC の面積が△BAC の面積の2倍になるようにする。このとき，点 P の座標をすべて求めなさい。

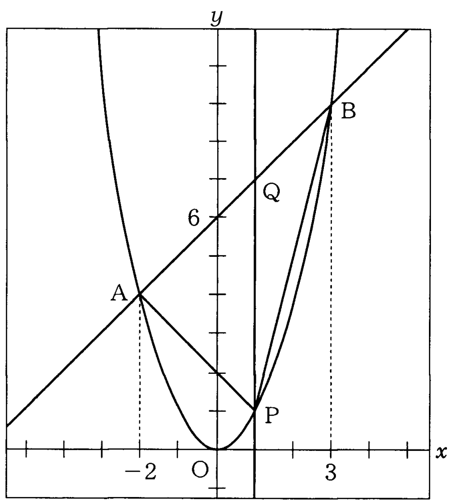
⑴	
⑵	

【問 12】

図は，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+6$ が2点 A，B で交わっていることを示している。点 P は放物線上を A から B まで動く。点 P を通り，y 軸に平行な直線と線分 AB との交点を Q とする。また，2点 A，B の x 座標は，それぞれ，－2，3 である。このとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2002 年度）

⑴　2点 A，B の座標を求めよ。



⑵　線分 AB の長さを求めよ。

⑶　P の x 座標が－1 のときの線分 PQ の長さを求めよ。

⑷　P の x 座標を a としたときの△PAB の面積を S とする。S を a の式で表せ。

⑸　原点 O と直線 AB との距離を求めよ。

⑴	A の座標（　　，　　）	B の座標（　　，　　）
⑵		
⑶		
⑷	S＝	
⑸		

【問 13】

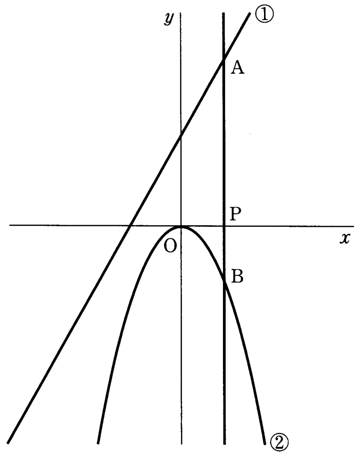
図で，①は関数 $y=ax+3$，②は関数 $y=-x^2$ のグラフであり，x の値が -2 から 0 まで増加するときの，①の変化の割合と②の変化の割合は等しい。また，x 軸上に，x 座標が正である点 P(t, 0)をとり，点 P を通り y 軸に平行な直線と①，②との交点をそれぞれ A，B とする。このとき，次の⑴～⑶に答えなさい。

（山梨県 2002 年度）

⑴ a の値を求めなさい。

⑵ t＝2 のとき，△OAB の面積を求めなさい。

⑶ △OAB が，OA＝OB の二等辺三角形になるような t の値を求めなさい。



(1)	a ＝
(2)	
(3)	t ＝

【問 14】

図のように，$y=ax^2$ のグラフと直線が2点 A，B で交わっていて，A の x 座標は -1，B の座標は$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$である。また，C は直線 AB と y 軸との交点，点 D の座標は(3, 0)，放物線上の点 P の x 座標は t である。

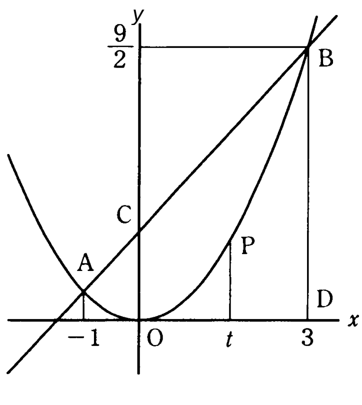
（長野県 2002 年度）

⑴ a の値を求めなさい。

⑵ 直線 AB の式を求めなさい。

⑶ △OPD の面積が△OPC の面積の2倍となるとき，t の値を求めなさい。また，このときの△OPD の面積を求めなさい。ただし，$t>0$ とする。

⑷ ⑶のとき，△OPD を，直線 OP を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし円周率は π とする。

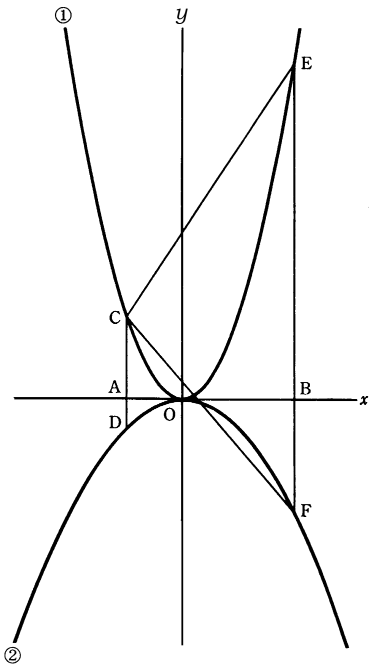


⑴		
⑵		
⑶	t	面積
⑷		

【問 15】

図において，①は関数$y=ax^2$ $(a>0)$のグラフであり，②は関数$y=-\frac{1}{4}x^2$のグラフである。また，2点A，Bの座標は，それぞれ$(-2,\ 0)$，$(4,\ 0)$である。点Aを通りy 軸に平行な直線と，放物線①，②との交点をそれぞれC，Dとする。また，点Bを通りy 軸に平行な直線と，放物線①，②との交点をそれぞれE，Fとする。このとき，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。

（静岡県 2002 年度）



⑴ x の変域が$-2\leqq x\leqq 5$ であるとき，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ の y の変域を求めなさい。

⑵ 直線 $y=-2x+b$ は，4点 A，D，F，B のうち，どの点を通るとき，その b の値が最も大きくなるか。また，そのときの b の値を求めなさい。

⑶ ∠CEF＝∠CFE となるときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

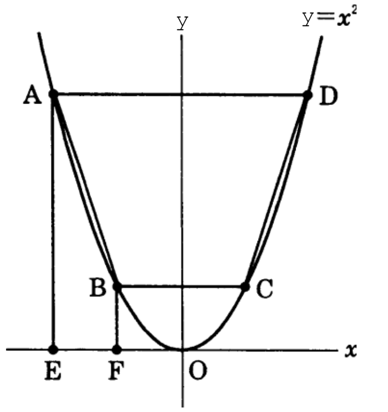
(1)		
(2)	通る点　　点	b の値　　$b=$
(3)	求める過程 答　$a=$	

【問 16】

図で，O は原点，A，B，C，D は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点，E，F は x 軸上の点であり，AD，BC は x 軸に平行，AE，BF は y 軸に平行である。点 A，B の x 座標がそれぞれ－2，－1 であるとき，次の①，②の問いに答えよ。

（愛知県B 2002 年度）

① 直線 DC の式を求めよ。



② 四角形 ABCD の面積は四角形 AEFB の面積の何倍か。

①	$y=$
②	倍

【問 17】

2つの関数 $y=x^2$ と $y=2x+3$ について，次の各問いに答えなさい。

（三重県 2002 年度）

① 次の表は，関数 $y=x^2$ について，対応する x，y の値を表したものである。

表の ㋐ ，㋑ にあてはまる数を求めなさい。

x	…	-2	㋐	0	1	2	…
y	…	4	1	㋑	1	4	…

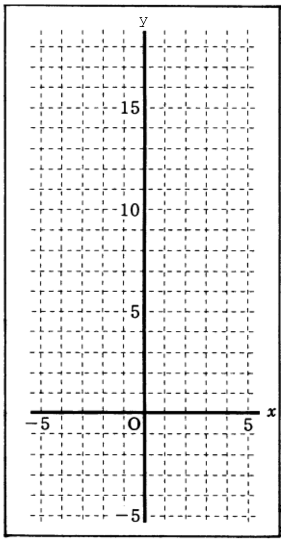
② 2つの関数 $y=x^2$ と $y=2x+3$ のグラフを解答欄の図の中にかきなさい。

③ 2つのグラフの交点を A，B とするとき，②でかいたグラフを使って交点 A，B の座標を求めなさい。

ただし，点 A の x 座標は，点 B の x 座標より小さいものとする。

④ 関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P をとり，③の交点 A，B と結んで三角形 ABP をつくる。

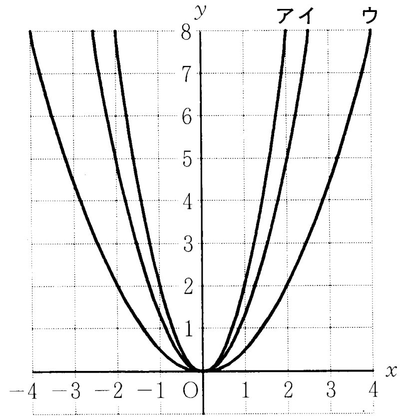
このとき，三角形 ABP が BA＝BP の二等辺三角形となるような点 P は全部で何個あるか，求めなさい。

①	㋐	㋑
②		
③	点 A（　　，　　）	点 B（　　，　　）
④	個	

【問 18】

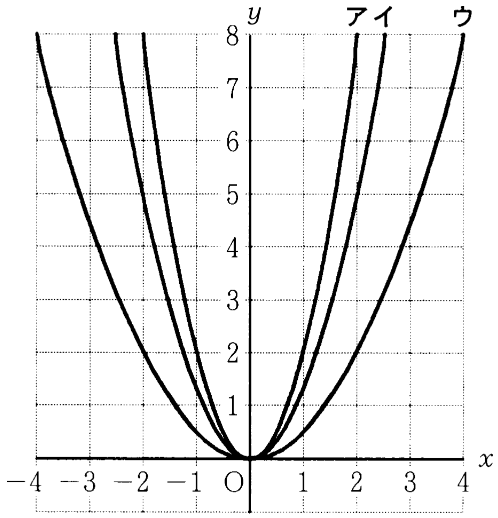
関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 8 であった。次の問いに答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さは 1 cm とする。

（兵庫県 2002 年度）



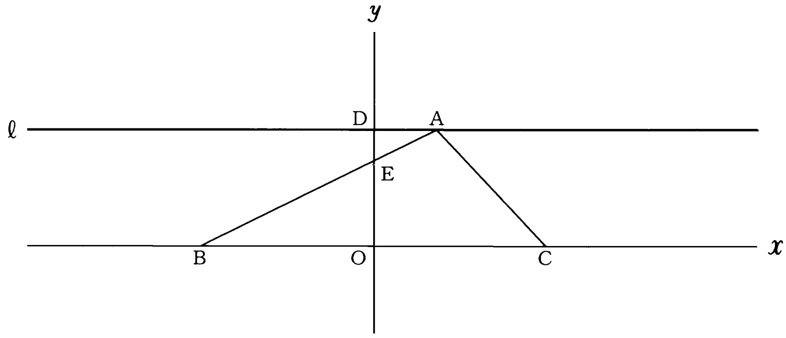
(1) aの値を求めなさい。また，この関数のグラフを，右図の放物線ア～ウから1つ選び，記号で答えなさい。

(2) この関数のグラフとx軸に平行な直線が2点で交わり，この2点を結ぶ線分の長さが$2\sqrt{3}$ cm であった。この直線を解答欄の図にかき入れなさい。

<table>
<tr><td>(1)</td><td>$a=$</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

【問 19】

図のように，$y=4$ で表される直線 ℓ と，点 A(2，4)，B(−6，0)，C(6，0)がある。また，y 軸と直線ℓ，直線 AB との交点をそれぞれ D，E とする。



次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県 2002 年度）

問1．y 軸について，点 A と対称な点の座標を求めなさい。

問2．直線 AC の式を求めなさい。

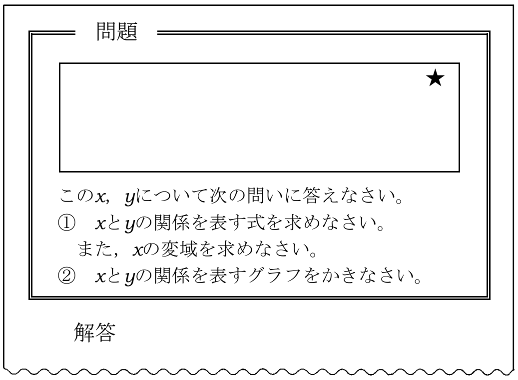
問3．△ADE と△BOE の面積の比を求め，最も簡単な整数の比で表しなさい。

問4．直線 ℓ 上に点 P を∠BPC＝90° となるようにとる。このとき，P の座標をすべて求めなさい。

問1	（　　　　，　　　　）
問2	
問3	△ADE：△BOE＝　　　：
問4	

【問 20】

数学の授業で，右のようなプリントが配られ，「ともなって変わる2つの数量を変数 x, y で表し，その説明を ★ に書き入れて問題文を完成しさらにその問題に答えなさい。」と指示された。次の2枚のプリントはＳ君とＴさんがそれぞれこの指示に従って記入したプリントの (ア) ，(イ) ，(イ) ，(ウ) ，（エ） ，(オ) の部分を空欄にしたものである。



S 君のプリントについては，問題文に対する解答が正答となるように (ア) ，(イ) ，(ウ) に数または式を書き入れなさい。

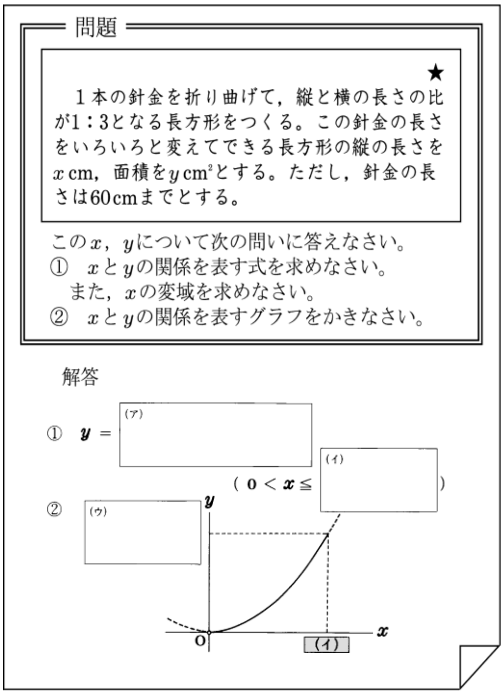
ただし (イ) には (イ) と同じ数が入る。

Tさんのプリントについては T さんのかいたグラフが正答となるように (エ) には変数 x, y の説明を書き入れて問題文を完成し，

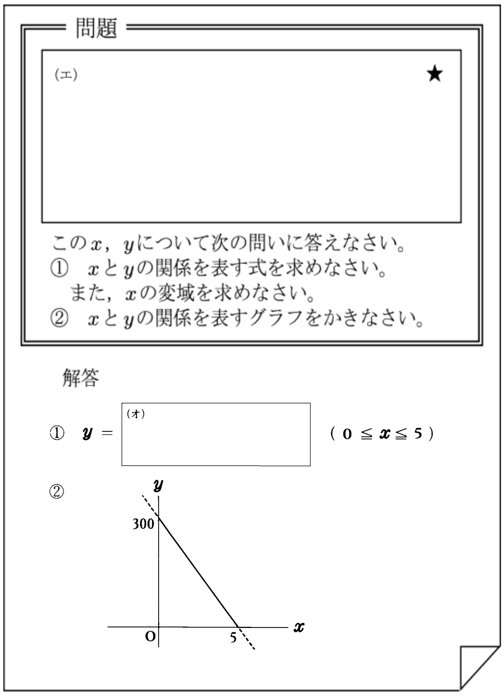
(オ) には式を書き入れなさい。

（岡山県 2002 年度）

S 君のプリント



T さんのプリント



ア		イ		ウ	
エ					
オ					

【問 21】

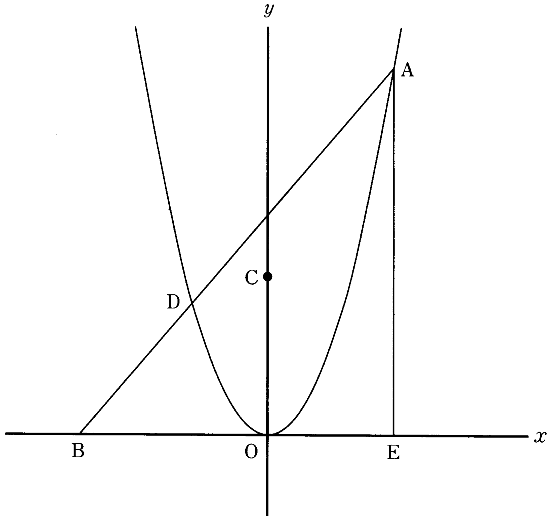
図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A(3, 9)，x 軸上に点 B(a, 0)，y 軸上に点 C(0, 4)があります。2点 A，B を結ぶ線分と関数 $y=x^2$ のグラフとの交点を D とし，点 A から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を E とします。ただし，$a<0$ とします。これについて，次の(1)〜(3)に答えなさい。

（広島県 2002 年度）

(1) $a=-4.5$ のとき，線分 OB 上の点で，x 座標が負の整数であるものは何個ありますか。

(2) 点 O が∠BAE の二等分線上にあるとき，点 O と線分 AB との距離を求めなさい。

(3) 直線 CD が x 軸と平行になるとき，a の値を求めなさい。



(1)	個
(2)	
(3)	

【問 22】

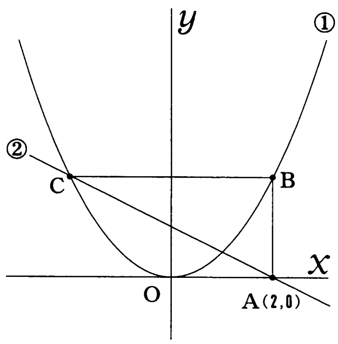
図で，点 O は原点であり，点 A の座標は(2, 0)である。放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。2点 B，C は，放物線①上の点で，線分 AB は y 軸に平行であり，線分 BC は x 軸に平行である。また，直線②は2点 A，C を通る直線である。これについて，次のア〜ウの問いに答えよ。

（香川県 2002 年度）

ア 2点 B，C 間の距離を求めよ。

イ 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

ウ 点 B を通り，直線②に平行な直線の式を求めよ。



ア	
イ	
ウ	

【問 23】

図のように，原点を O とし，2つの関数

$y=\frac{3}{2}x^2$ …①

$y=ax^2$ $(a<0)$ …②

のグラフがある。2点 A，B は①のグラフ上にあり，点 A の x 座標は 2 で，点 B は点 A と y 軸について対称な点である。このとき，次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2002 年度）

(1) 点 B の座標を求めなさい。

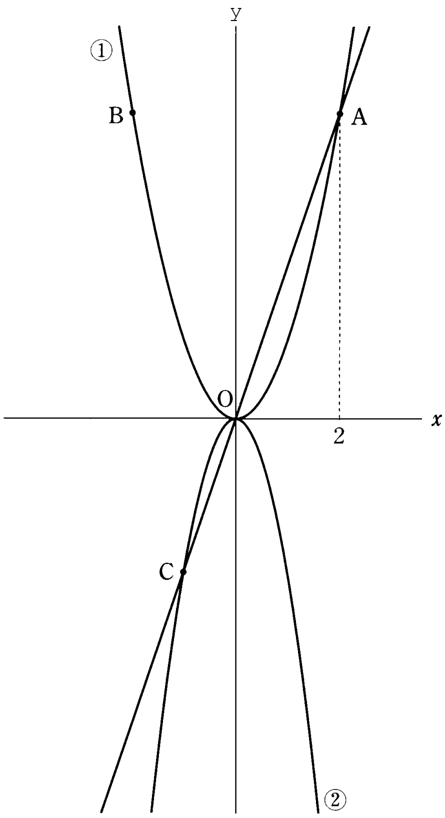
(2) 直線 OA の式を求めなさい。

(3) 直線 OA と②のグラフとの交点を C とし，点 C の x 座標を t とするとき，次の(ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

(ア) $t=-1$ のとき，a の値を求めなさい。

(イ) (ア)のとき，△OAB と△OBC の面積比を求めなさい。

(ウ) △OAB と△OBC の面積比が 2:3 となるとき，a の値を求めなさい。



<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">(　　　　,　　　　)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">(3)</td><td>(ア)</td><td></td></tr>
<tr><td>(イ)</td><td>△OAB:△OBC＝　　:</td></tr>
<tr><td>(ウ)</td><td></td></tr>
</table>

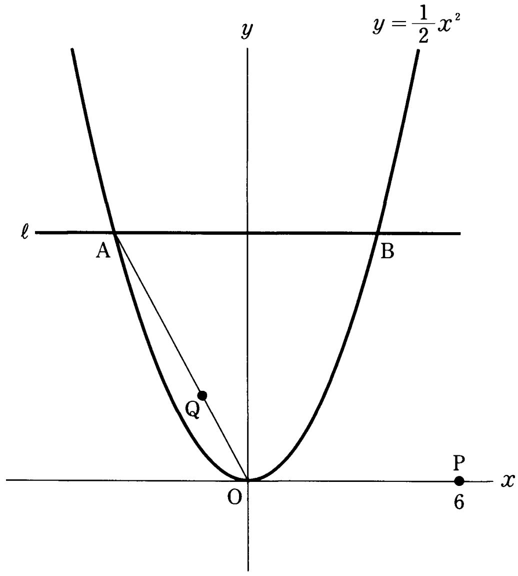
【問 24】

図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと x 軸に平行な直線 ℓ との交点を A，B，x 軸上の点 P の座標を(6，0)とする。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（大分県　2002 年度）

(1) 直線 ℓ の式が $y=8$ であるとき，△APB の面積を求めなさい。

(2) 線分 OA 上に点 A と異なる点 Q をとる。
△APB の面積と△QPB の面積が等しくなるとき，直線 ℓ の式を求めなさい。



(1)	
(2)	

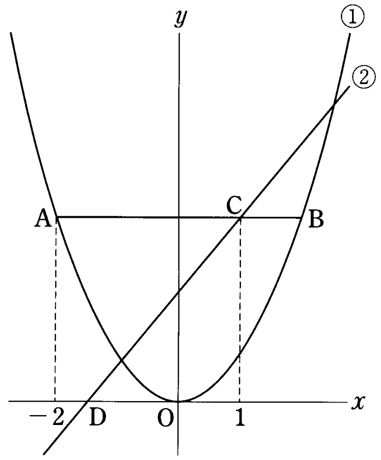
【問 25】

図のように，2つの関数 $y=\frac{3}{4}x^2$…①，$y=ax+\frac{9}{5}$　(a は定数)…②　のグラフがある。関数①のグラフ上に2点 A，B があり，線分 AB は x 軸に平行で，点 A の x 座標は－2 である。点 C は関数②のグラフと線分 AB との交点で，点 C の x 座標は 1 である。また，点 D は関数②のグラフと x 軸との交点である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2002 年度）

(1) a の値を求めよ。

(2) 3点 A，D，C を頂点とする三角形が x 軸を軸として1回転してできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とする。



(1)	$a=$
(2)	

【問 26】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，4点 A，B，C，D があり，その x 座標は，それぞれ，-2，-1，2，3 である。このとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。

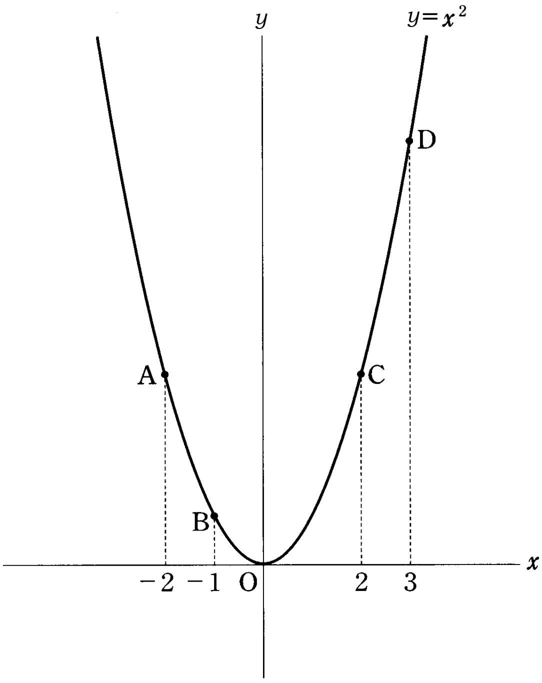
（宮崎県 2002 年度）

(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき y の変域を求めなさい。

(3) 原点 O および A，B，C，D の5つの点から2点を選び，その2点を通る直線をひくとき，傾きが 1 になる2点を1組書きなさい。さらに，その2点を通る直線の式を求めなさい。

(4) 2点 A，C を通る直線と2点 B，D を通る直線の交点を P とするとき，△ADP と△BCP の面積の比を求めなさい。



(1)		
(2)	$\leqq y \leqq$	
(3)	2点 　と	
(4)	△ADP：△BCP＝　　：	