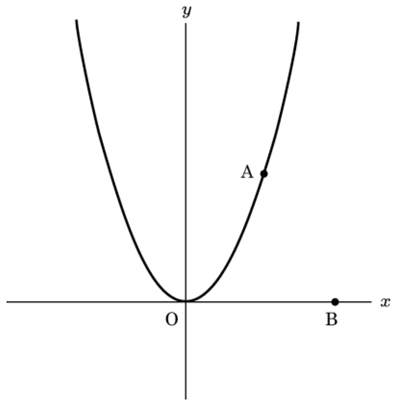
4. 二次関数と図形（面積・長さ）関連の複合問題 【2003年度出題】

【問1】

図のように，関数 $y=ax^2$ （a は正の定数)のグラフ上に点 A，x 軸上に点 B があります。点 A の x 座標は 2，点 B の x 座標は正の数とします。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。

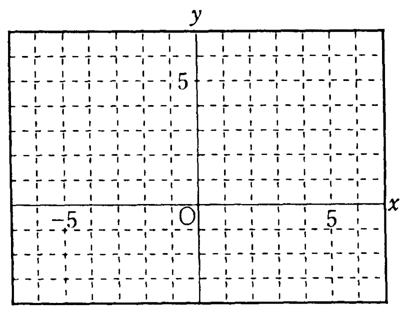
（北海道 2003 年度）



問1．点 B の x 座標が 4 のとき，点 B を通り，傾きが $-\frac{1}{2}$ である直線をかきなさい。

問2．点 A の y 座標が 6 のとき，a の値を求めなさい。

問3．a の値を 1 とします。OA＝OB のとき，△AOB の面積を求めなさい。

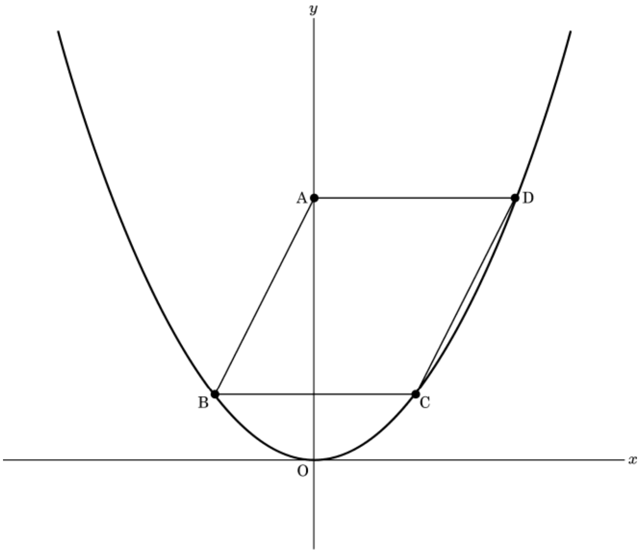
問1	
問2	a＝
問3	

【問2】

図で，放物線は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A は y 軸上の点で，y 座標は 8 である。また，点 B, C, D は放物線上にあり，四角形 ABCD は平行四辺形で，点 D の x 座標は正，AD と x 軸は平行である。次の⑴〜⑷に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

（青森県　2003 年度）

⑴　AD の長さを求めなさい。



⑵　$y=\dfrac{1}{2}x^2$ について，x が－1 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑶　原点を通り，平行四辺形 ABCD の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

⑷　放物線 CD 上に点 P をとる。△DAP の面積が 7 cm² になるときの点 P の座標を求めなさい。

(1)	cm
(2)	
(3)	
(4)	

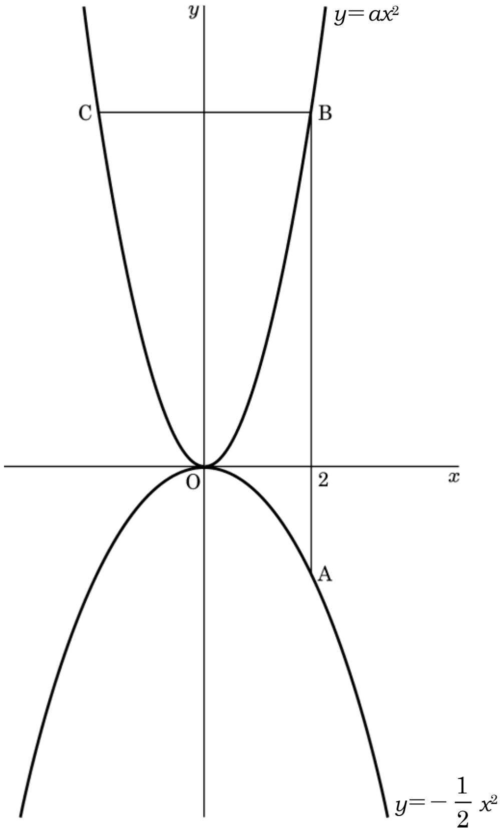
【問3】

図のように，関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点Aがあり，関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフ上に2点B，Cがあります。AとBの x 座標はどちらも2で，BとCの y 座標は等しくなっています。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（岩手県 2003年度）

⑴ 点Aの y 座標を求めなさい。

⑵ AB:BC＝2:1のとき，関数 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

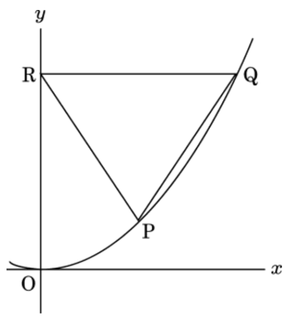


(1)	
(2)	$a=$

【問4】

図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の，x 座標が2である点をP，x 座標が正で y 座標が4である点をQとし，y 軸上の点(0, 4)をRとする。このとき，△PQRの面積を求めなさい。

（山形県 2003年度）



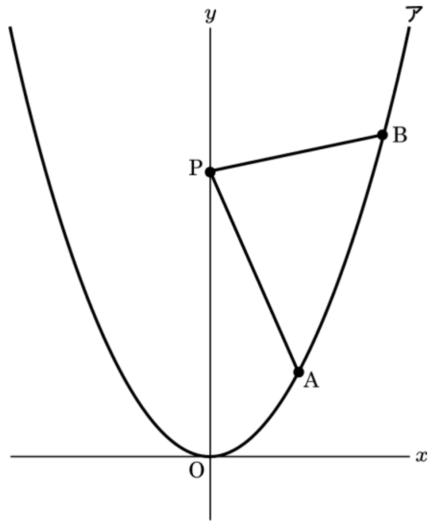
【問5】

図において，曲線アは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，2点 A，B は曲線ア上の点であり，x 座標がそれぞれ 2，4 である。また，点 P は y 軸上の点である。ただし，O は原点，座標の目盛りの単位は cm とする。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（茨城県　2003 年度）

⑴　2点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

⑵　線分 AP と線分 PB の長さの和が最小となるように点 P をとるとき，その長さの和を求めなさい。

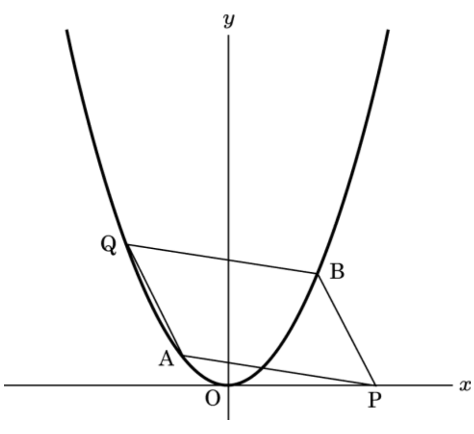


(1)	
(2)	cm

【問6】

図で曲線は関数 $y=x^2$ のグラフであり，グラフ上に2点 A(−1，1)，B(2，4)をとります。また，x 軸上に x 座標が正である点 P をとり，グラフ上に点 Q をとって，四角形 APBQ をつくります。この四角形 APBQ が平行四辺形になるとき，点 Q の座標を求めなさい。ただし，根号はつけたままで答えなさい。

（埼玉県　2003 年度）



(　　　，　　　)

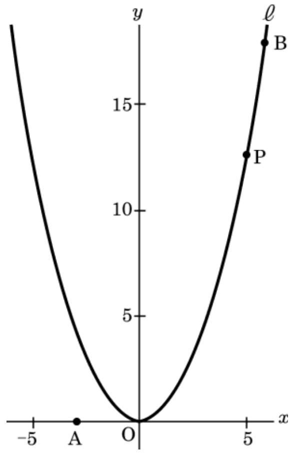
【問7】

図1で，点 O は原点，点 A の座標は$(-3,\ 0)$，曲線ℓ は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。点 B は曲線ℓ 上にあり，座標は$(6,\ 18)$である。 曲線ℓ 上にある点を P とする。次の各問に答えよ。

（東京都 2003 年度）

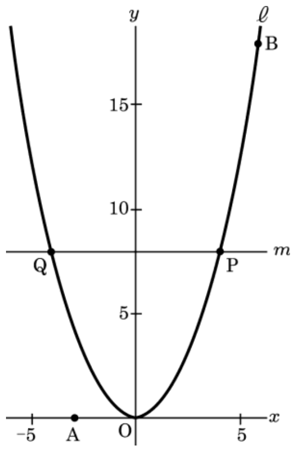
問1．点Pのx座標をa，y座標をbとする。aのとる値の範囲が$-3 \leqq a \leqq 4$のとき，bのとる値の範囲を不等号を使って，$\boxed{} \leqq b \leqq \boxed{}$ で表せ。

図１



問2．点 P が点 B と一致するとき，2点 A，P を通る直線の式を求めよ。

図２



問3．図2は，図1において，x座標が6より小さい正の数である点Pを通り，x軸に平行な直線をmとし，直線m と曲線ℓ との交点のうち，x座標が負の数である点をQとした場合を表している。

点Aと点P，点Aと点Q，点Bと点P，点Bと点Qを結んでできる四角形APBQを考える。直線mが四角形APBQの面積を2等分するとき，点Pの座標を求めよ。

ただし，答えに根号がふくまれるときは，根号をつけたままで表せ。

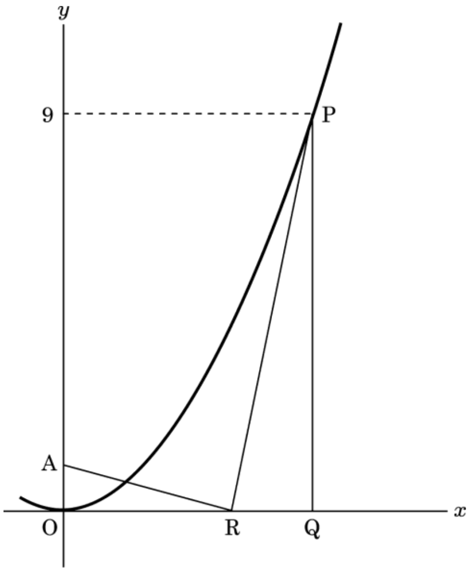
問1	$\leqq b \leqq$
問2	$y=$
問3	（　　　，　　　）

【問8】

図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフの上に，x 座標が正で y 座標が 9 である点 P をとる。この点 P から，x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を Q，原点を O として，線分 OQ 上の点 R の座標を$(a, 0)$とする。また，y 軸上の点 A の座標を(0，1)とするとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

（新潟県 2003 年度）

(1) 点 P の x 座標を求めなさい。



(2) △AOR の面積と△RQP の面積の和が 18 となるとき，a の値を求めなさい。

(3) $a>1$ で，△AOR∽△RQP となるとき，a の値を求めなさい。

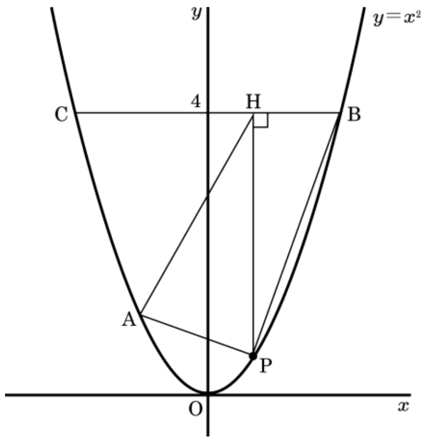
(1)	
(2)	$a=$
(3)	$a=$

【問9】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，2点 A$(-1,\ 1)$，B$(2,\ 4)$をとり，点 B と y 軸について対称な点を C とする。また，点 P は放物線上を A から B まで動き，点 P から線分 BC にひいた垂線と線分 BC との交点を H とする。このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

（石川県　2003 年度）

(1) 点 P の y 座標が 2 のとき，点 H の座標を求めなさい。なお，解答欄のには答だけを書くこと。



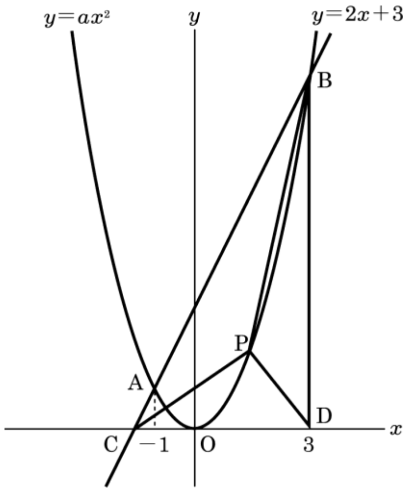
(2) 点 P の x 座標が $\frac{1}{2}$ のとき，四角形 APBH の面積を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

(1)	
(2)	計算 答

【問 10】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=2x+3$ が2点 A，B で交わっている。点 P は，$y=ax^2$ のグラフ上を A から B まで動く。また，直線 $y=2x+3$ と x 軸との交点を C，点 B から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点を D とする。点 A，B の x 座標は，それぞれ，-1，3 である。このとき，次の問いに答えよ。

（福井県 2003 年度）



(1) a の値を求めよ。また，関数 $y=ax^2$ について，$-1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

(2) 点 C の座標を求めよ。

(3) 点 P の x 座標を t とする。点 P が $y=ax^2$ のグラフ上を A から B に向かって動くとき，

ア △BDP の面積はどのように変化していくか。$\boxed{\quad}$ の中で適当なものを1つ選び， で囲め。また，その理由を述べよ。

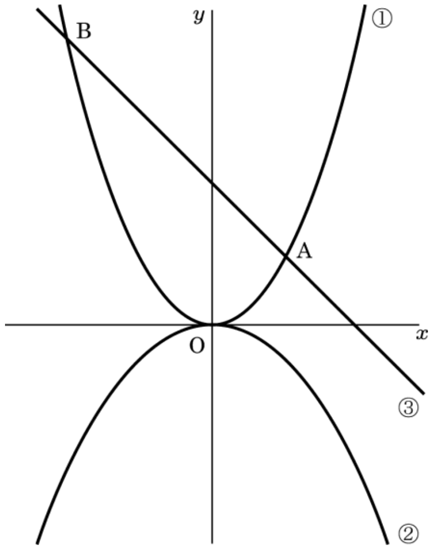
イ △BDP の面積が△CDP の面積の $\frac{1}{2}$ になるときの t の値を求めよ。

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">$a=$</td><td>y の変域</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">C（　　　，　　　）</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">(3)</td><td rowspan="2">ア</td><td colspan="2">△BDPの面積は 増加する　一定である　減少する</td></tr>
<tr><td colspan="2">理由</td></tr>
<tr><td>イ</td><td colspan="2">$t=$</td></tr>
</table>

【問 11】

図において①は関数 $y=ax^2$，②は関数 $y=bx^2$ のグラフであり，①は点 A(2，2)を通る。x 座標が－4 である①上の点を B とする。また，③は2点 A，B を通る直線である。このとき，次の1～3に答えなさい。

（山梨県 2003 年度）



1．a の値を求めなさい。

2．③の式を求めなさい。

3．線分 AB を1辺とする正方形 ABCD をかくと，対角線 AC は x 軸と平行になり，頂点 D は②の上にくる。このとき，b の値を求めなさい。

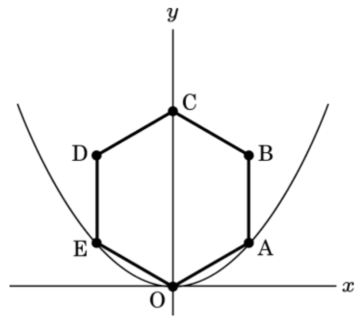
1	$a=$
2	
3	$b=$

【問 12】

図で，O は原点，A，E は関数 $y = ax^2$ (a は定数)のグラフ上の点で，六角形 OABCDE は正六角形である。点 C の座標が(0，6)のとき，次の①，②の問いに答えよ。

（愛知県A　2003 年度）

① 直線 DB の式を求めよ。



② a の値を求めよ。

①	$y=$
②	$a=$

【問 13】

まりこさんとけんたさんは，身のまわりにあることがらで，ともなって変わる2つの数量の関係が反比例になるものについて話し合いました。下の2人の会話文を読み，あとの各問いに答えなさい。

（三重県 2003 年度）

(けんた) ともなって変わる2つの数量x, yの関係が$y=\frac{a}{x}$ (aは定数)で表されるとき，yはxに反比例するといいますね。

(まりこ) 1辺の長さがx cmの正方形の面積をy cm^{2}とするとき，xとyの関係を式に表すと，$\boxed{\quad (ア) \quad}$ となるから，このxとyの関係は反比例ではありません。

(けんた) (※)「6 kmの道のりを時速x kmで進むときy 時間かかる」とすると，xとyの関係は，$y=\frac{6}{x}$ という式になります。このxとyの関係は反比例です。

(まりこ) けんたさんが言った，道のりが一定のときの速さと時間の関係以外に，身のまわりには，$y=\frac{6}{x}$ という式で表すことができる反比例の関係はありますか。

(けんた) たとえば，「$\boxed{\quad (イ) \quad}$」とすると，$y=\frac{6}{x}$ という式で表すことができます。

① $\boxed{\quad (ア) \quad}$ にあてはまる式を書きなさい。

② $\boxed{\quad (イ) \quad}$ にあてはまる，xとyの関係を表すことがらを，数量には単位などもつけ，下線部(※)を参考にして1つ書きなさい。ただし，変域についてふれる必要はない。

①	
②	

【問 14】

図のように，2つの関数

$y = ax^2 \ (a > 0)$　　…①

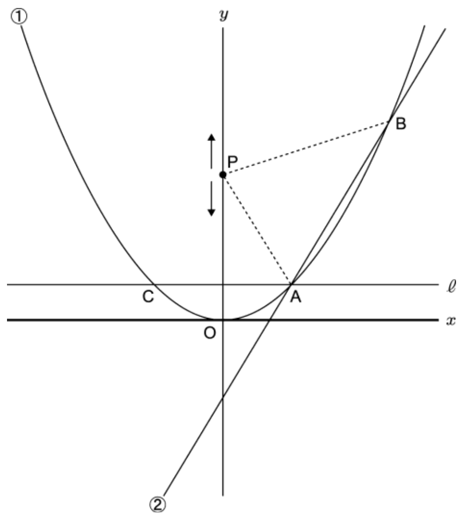
$y = \dfrac{3}{2}x - 2$　　…②

のグラフが2点 A，B で交わっており，点 A の x 座標は 2，点 B の x 座標は 4 である。点 A を通り，x 軸に平行な直線ℓと①のグラフの2つの交点のうち，点 A と異なる点を C とする。また，y 軸上を動く点を P とし，その y 座標を t とする。このとき，次の問い(1)・(2)に答えよ。

（京都府 2003 年度）

(1) a の値と点 C の座標を求めよ。

(2) 2つの線分の長さの和 AP＋PB が最小となるときの t の値を求めよ。



(1)	$a=$　　　，点C(　　　，　　　)
(2)	$t=$

【問 15】

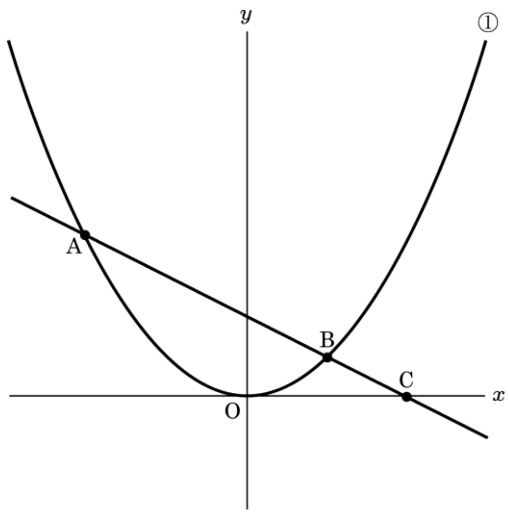
図Ⅰの①は，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。点 A，B は，①上の点で，点 C は，直線 AB と x 軸との交点である。また，点 A の x 座標は負の数で，点 B の x 座標は 2，AB:BC＝3:1 とする。

このとき，次の各問いに答えなさい。

ただし，原点 O と点(1，0)，点(0，1)との距離をそれぞれ 1 cm とする。

（鳥取県 2003 年度）

図Ⅰ



問1．2点 A，B の座標を求めなさい。

問2．図Ⅱのように，図Ⅰで，y 軸について点Aと対称な点をDとし，直線BDとx軸との交点をEとする。このとき，線分CEの長さを求めたい。

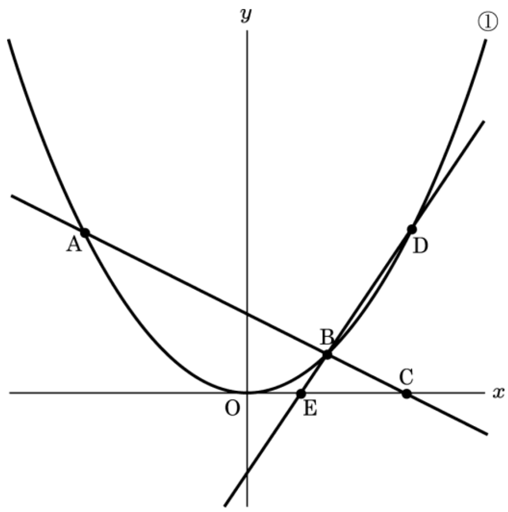
(1) 高志さんは，直線 BD の式を用いて線分 CE の長さを求めた。

$\boxed{ア}$ にはあてはまる式を，$\boxed{イ}$ にはあてはまる数を書きなさい。

> **《高志さんの求め方》**
> 直線 BD の式は，$y=\boxed{ア}$
> $y=0$ として，点 E の x 座標を求め，
> 点 C の x 座標との差を計算すると，
> CE＝$\boxed{イ}$ cm

(2) 良子さんは，「直線 BD の式を用いなくても，AB:BC＝3:1 であることを利用すれば，線分 CE の長さを求めることができる」と考えました。良子さんの考えをもとにした線分 CE の長さの求め方を説明しなさい。

図Ⅱ



問1	A (　　　，　　　)			B (　　　，　　　)	
問2	(1)	ア	$y=$	イ	CE＝　　　cm
	(2)	説明			

【問 16】

1辺の長さ12 cmの正方形の厚紙がある。図1のように，四すみから同じ大きさの正方形を切り取って，破線にそって折り曲げ，図2のようなふたのない箱をつくる。切り取る正方形の1辺の長さを x cmとする。次の問1，問2に答えなさい。

（島根県 2003 年度）

図1

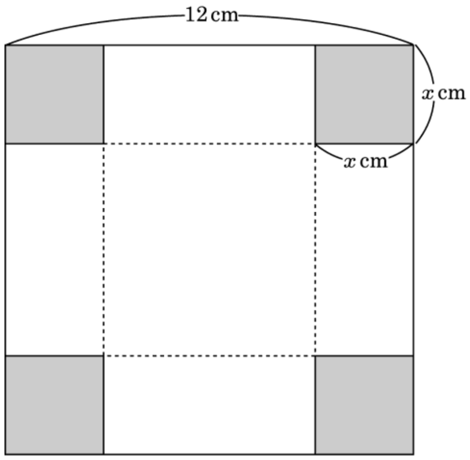
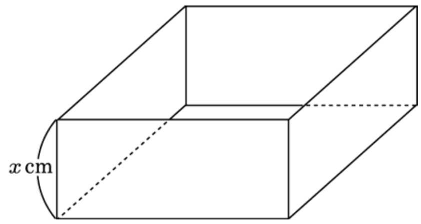


図2



問1．次の1，2に答えなさい。

1．箱の底面の一辺の長さを y cmとする。次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を書き入れなさい。

(1) x の変域は $\boxed{\quad}$ $<x<$ $\boxed{\quad}$ である。

(2) y を x の式で表すと，$y=$ $\boxed{\quad}$ となる。

2．箱の形が立方体になるのは，切り取る正方形の1辺の長さが何cmのときか，求めなさい。

問2．xの値を1，2，3，…と変えていく。箱の底面積を S cm²，箱の容積を V cm³とし，その変化のようすを下のような表にまとめた。$\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ にあてはまる数を求めなさい。

表

x	1	2	3	4	…
底面積 S	100	64	$\boxed{ア}$	$\boxed{\quad}$	…
容積 V	100	128	$\boxed{\quad}$	$\boxed{イ}$	…

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td rowspan="2">1</td><td>(1)</td><td colspan="2">$<x<$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">$y=$</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">cm</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">ア</td><td colspan="2">イ</td></tr>
</table>

【問 17】

2点 A(1, 1), B(4, 3)の間の距離は, AB＝ $\boxed{}$ である。

（岡山県 2003 年度）

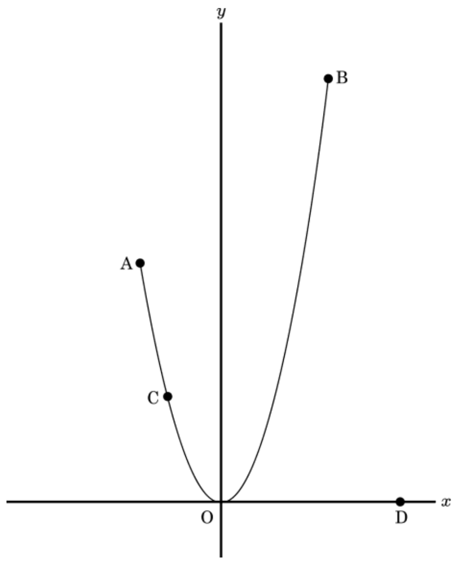
【問 18】

図のように, x の変域を$-3 \leqq x \leqq 4$ とする関数 $y = x^2$ のグラフがあります。このグラフ上に3点 A(-3, 9), B(4, 16), C(a, a^2)をとり, x 軸上に点 D(b, 0)をとります。ただし, a は-2 から 3 までの整数であり, $b > 0$ とします。

これについて, 次の(1)～(3)に答えなさい。

（広島県 2003 年度）

(1) この関数の y の変域を求めなさい。



(2) この関数について, x の値が a から 4 まで増加するときの変化の割合が最も大きくなるとき, a の値を求めなさい。

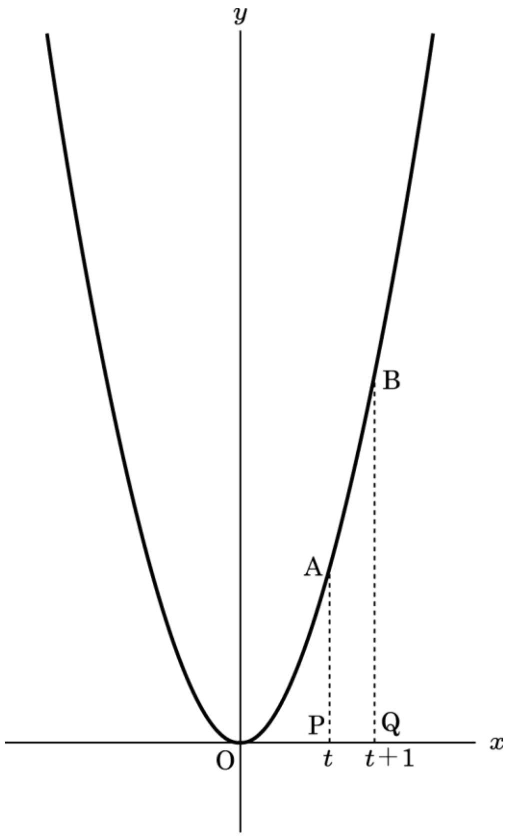
(3) $a = -2$ とします。△ACB と△ACD の面積が等しくなるとき, b の値を求めなさい。

(1)	$\leqq y \leqq$
(2)	
(3)	

【問 19】

図のように，原点をOとし，関数 $y=2x^2$ のグラフがある。2点 P，Q を x 軸上にとり，その x 座標をそれぞれ t，$t+1$ とする。また，点 P，Q と x 座標が等しく，関数 $y=2x^2$ のグラフ上にある点をそれぞれ A，B とする。
このとき，次の(1)～(5)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2003 年度）



(1) $t=1$ のとき点 B の座標を求めなさい。

(2) $t=1$ のとき直線 AB の式を求めなさい。

(3) $t=-3$ のとき四角形 APQB の面積を求めなさい。

(4) 四角形 APQB の面積が 25 となるとき t の値を求めなさい。

(5) 線分 AB の長さが $\sqrt{2}$ となるとき t の値を求めなさい。

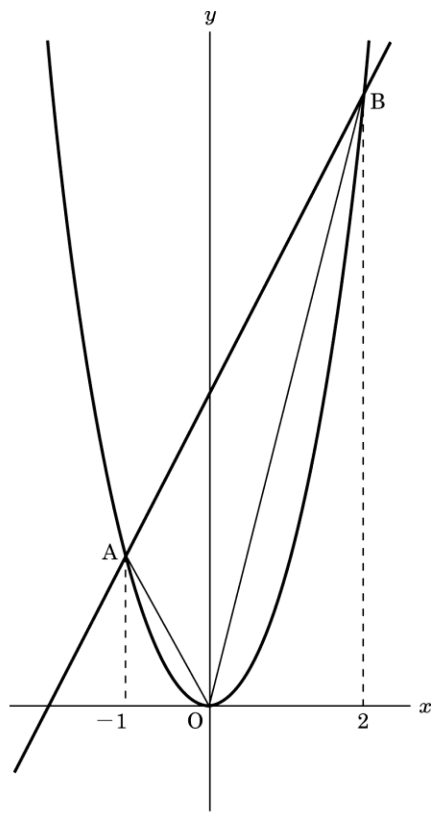
(1)	(　　　,　　　)
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

【問 20】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，点 A，B がある。点 A，B の x 座標がそれぞれ-1，2，また，直線 AB の傾きが 2 であるとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（大分県 2003 年度）

(1) a の値を求めなさい。



(2) y 軸上に点 C(0，p)をとり，△ACB の面積が△AOB の面積の $\frac{1}{4}$ 倍になるようにする。このとき，p の値をすべて求めなさい。

(3) x 軸上に点 D をとり，△ADB の面積が△AOB の面積の $\frac{5}{4}$ 倍になるようにする。このとき，点 D の座標を求めなさい。ただし，点 D の x 座標は正とする。

(1)	$a=$
(2)	
(3)	（　　　，　　　）

【問 21】

図のように，2つの関数

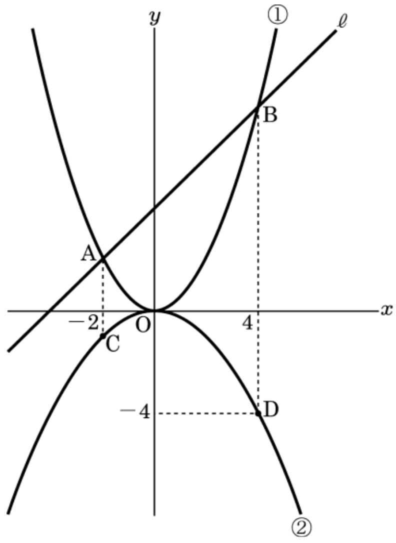
$y=\frac{1}{2}x^2$ …①

$y=ax^2$ …②

のグラフと直線ℓ がある。①のグラフは直線ℓ と2点A，Bで交わり，点C，Dは②のグラフ上の点である。また，点A，Cの x座標は−2，点Bの x座標は4，点Dの座標は(4，−4)である。

このとき，次の(1)〜(4)の問いに答えなさい。

（宮崎県 2003 年度）



(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 A の座標を求めなさい。

(3) 直線ℓ の式を求めなさい。

(4) x 軸上に点 P をとり，△BAP＝△BCD となるようにする。このような点 P の x 座標のうち，正の値を求めなさい。

(1)	$a=$
(2)	（　　　，　　　）
(3)	
(4)	