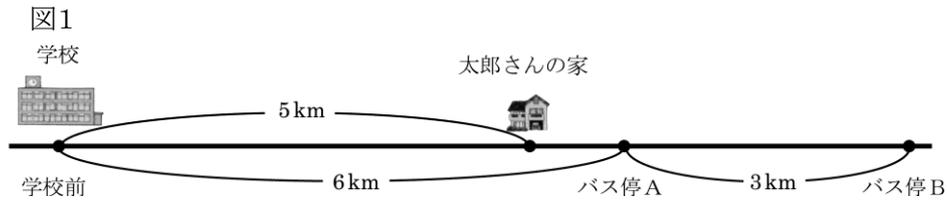


## 4. 比例・反比例の変域・図形・複合問題ほか

**【問1】**

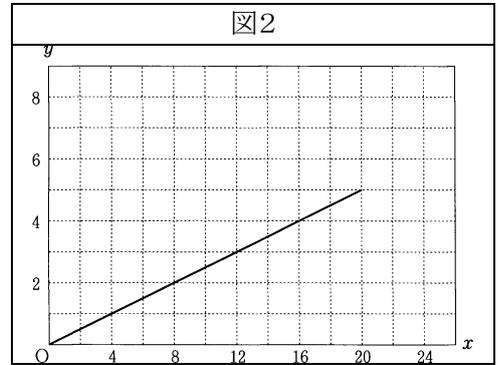
太郎さんは、ある日の放課後、スクールバスが学校前を出発するのと同時に、自転車で学校前を出発し、このバスと同じ道路を通って帰宅した。バスは、学校前を出発し、バス停Bまで行って、学校前に戻る。行きは、バス停A、Bでそれぞれ1分間停車し、帰りは、同じ道路を学校前まで停車せずに戻るものとする。自転車とバスはそれぞれ常に一定の速さで走り、バスの速さは時速 45 km とする。図1を見て、あとの問いに答えなさい。

(山形県 2002 年度)



1. 学校前を出発してから  $x$  分後の、学校前から太郎さんまでの距離を  $y$  km として、 $x$  と  $y$  の関係をグラフに表すと図2のようになった。太郎さんは毎分何 km の速さで進んだか、グラフから読み取って答えなさい。

2. 学校前を出発してから  $x$  分後の、学校前からバスまでの距離を  $y$  km として、次の(1), (2)に答えなさい。



(1) バスが、学校前を出発してからバス停Aに着くまでの  $x$  と  $y$  の関係を表すグラフを、解答欄のグラフにかきなさい。

(2) バスが、バス停Aを出発してからバス停Bに着くまでの、 $x$  と  $y$  の関係を式に表しなさい。 $x$  の変域も書くこと。

3. 太郎さんが、戻ってきたバスとすれ違うのは、学校前を出発してから何分何秒後か、求めなさい。

1	km/分	
2	(1)	
	(2)	式 <span style="float: right;">(    <math>\leq x \leq</math>    )</span>
3	分      秒後	

【問2】

関数  $y = \frac{a}{x}$  ( $a$ は定数) について,  $x=6$  のとき  $y=2$  である。  $x$  の変域が  $3 \leq x \leq 8$  のときの  $y$  の変域を求めよ。

(熊本県 2002 年度)

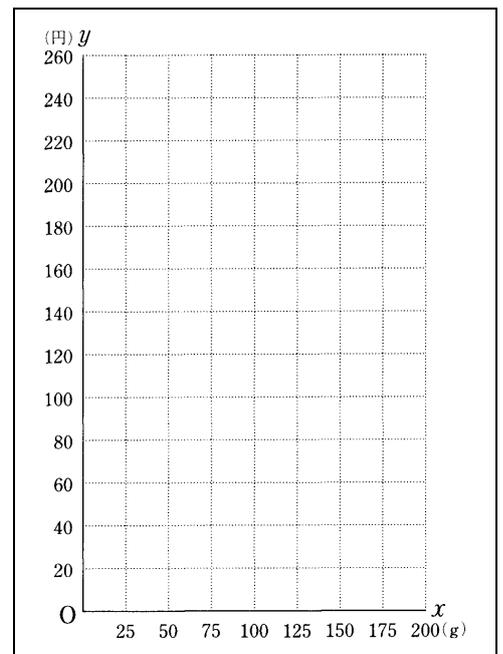
$\leq y \leq$
---------------

【問3】

はる子は, ある作文コンクールに友人たちと応募することにした。みんなの作文をまとめて送るために, 郵便物の重さと郵便料金との関係を調べたら, 表のとおりであった。この表で, 郵便物の重さが  $x$  g のときの郵便料金を  $y$  円とすると,  $y$  は  $x$  の関数である。この関数のグラフをかけ。ただし,  $x$  の変域は  $0 < x \leq 200$  とする。

郵便物の重さ	郵便料金
50 gまで	120円
75 gまで	140円
100 gまで	160円
150 gまで	200円
200 gまで	240円

(熊本県 2002 年度)



【問4】

1分間に  $3\ell$  ずつ水を入れると、100 分で満水になる水そうがある。表を参考にして、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2002年度)

1分間に入れる水の量( $\ell$ )	1	2	3	4	5
満水になるまでの時間(分)	<input type="text"/>	<input type="text" value="ア"/>	100	75	<input type="text"/>

問1. 1分間に  $2\ell$  ずつ水を入れるとき満水になるまでの時間  を求めなさい。

問2. 1分間に  $x\ell$  ずつ水を入れるとき、満水になるまでの時間を  $y$  分とする。このとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

問3. 問2で、 $x$  の変域が  $1 \leq x \leq 5$  のとき、 $y$  の変域を求めなさい。

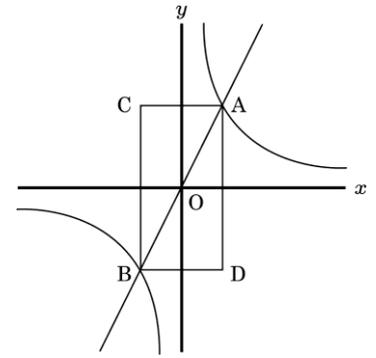
問1	分
問2	$y =$
問3	$\leq y \leq$



【問6】

図のように、関数  $y=2x$ ,  $y=\frac{a}{x}$  のグラフがあります。2つのグラフは2点で交わり、その交点を A, B とします。y 軸について点 A, B と対称な点をそれぞれ C, D とします。長方形 ACBD の周の長さが 24 であるとき、 $a$  の値を求めなさい。

(広島県 2003 年度)



【問7】

A さんは公園で毎日ジョギングをしています。A さんがジョギングにかかる時間は日によって異なりますが、ジョギングをする速さは一定で、30 分間のジョギングをしたときに走る道のりは 4 km になります。A さんがジョギングを  $x$  分間したときに走る道のりを  $y$  km とします。 $x$  の変域が  $15 \leq x \leq 90$  のとき、 $y$  の変域を求めなさい。

(広島県 2005 年度)

【問8】

$y$  は  $x$  に比例し、 $x$  の値が  $-3$  から  $2$  まで増加するとき、 $y$  の値は  $10$  減少する。このとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

(新潟県 2007 年度)

【問9】

$y$  は  $x$  に比例し、比例定数は  $-4$  である。 $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 5$  のときの  $y$  の変域を求めなさい。

(長野県 2007 年度)

【問 10】

図のように、関数  $y = \frac{a}{x}$  のグラフ上に  $x$  座標が正である点  $P$  をとり、その  $x$  座標を  $t$  とする。ただし、 $a > 0$  とする。点  $P$  から  $x$  軸、 $y$  軸に垂線をひき、その交点をそれぞれ  $Q$ 、 $R$  とする。 $t=2$  のとき、四角形  $OQPR$  は正方形になった。次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さは  $1 \text{ cm}$  とする。

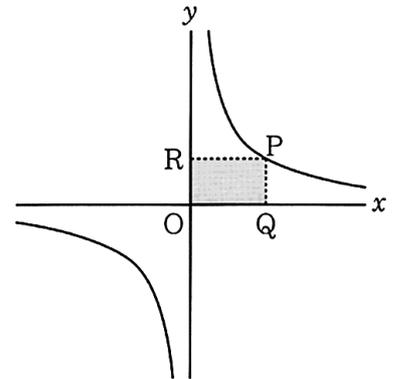
(兵庫県 2007 年度)

問1.  $a$  の値を求めなさい。

問2. 次の ① , ② にあてはまる数や式を書きなさい。

辺  $OR$  の長さを  $t$  を使って表すと ①  $\text{cm}$  となる。

よって、四角形  $OQPR$  の面積は ②  $\text{cm}^2$  であり、 $t$  の値に関係なく一定である。



問3. 四角形  $OQPR$  を、 $x$  軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を  $V \text{ cm}^3$ 、 $y$  軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を  $W \text{ cm}^3$  とする。このとき、 $t$  と体積  $V$  の関係、 $t$  と体積  $W$  の関係を、次のア～オから選び、それぞれ記号で答えなさい。

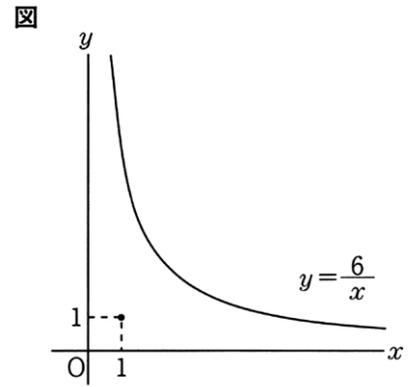
- ア 比例の関係があり、 $t$  の値が増加するにつれて体積は増加する。
- イ 比例の関係があり、 $t$  の値が増加するにつれて体積は減少する。
- ウ 反比例の関係があり、 $t$  の値が増加するにつれて体積は増加する。
- エ 反比例の関係があり、 $t$  の値が増加するにつれて体積は減少する。
- オ  $t$  の値に関係なく、体積は一定である。

問1	$a =$	
問2	(1)	
	(2)	
問3	$t$ と体積 $V$ の関係	$t$ と体積 $W$ の関係

【問 11】

大小2つのさいころを投げ、大きいさいころの目を  $a$ 、小さいさいころの目を  $b$  とするとき、それぞれを  $x$  座標、 $y$  座標とする点  $(a, b)$  をとる。このようにして決まる 36 個の点のうち、図の点  $(1, 1)$  のように、反比例  $y = \frac{6}{x}$  ( $x > 0$ ) のグラフよりも下側にある点は、点  $(1, 1)$  を含めて何個あるか答えなさい。ただし、グラフ上の点は含まないものとする。

(鳥取県 2007 年度)

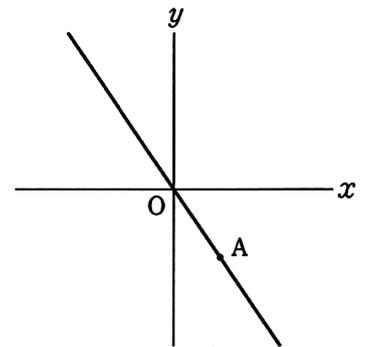


個
---

【問 12】

図のように、点  $A(2, -3)$  を通る関数  $y = ax$  のグラフがあります。この関数について、 $x$  の変域が  $-3 \leq x \leq 4$  のとき、 $y$  の変域を求めなさい。

(広島県 2007 年度)

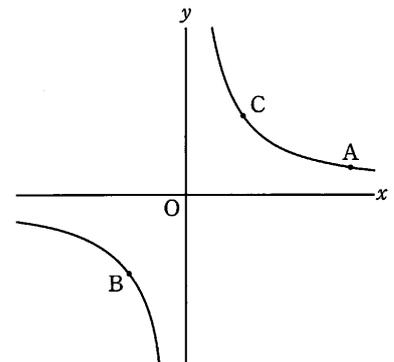


--

【問 13】

図のように、関数  $y = \frac{a}{x}$  のグラフ上に 3 点  $A, B, C$  がある。 $A$  の座標は  $(6, 1)$  で、 $B$  の  $x$  座標は  $-2$ 、 $C$  の  $y$  座標は  $3$  である。次の問1～問3に答えなさい。

(群馬県 2008 年度)



問1.  $a$  の値を求めなさい。

問2. 2 点  $B, C$  を通る直線の式を求めなさい。

問3. 三角形  $ABC$  の面積を求めなさい。

問1	
問2	
問3	

【問 14】

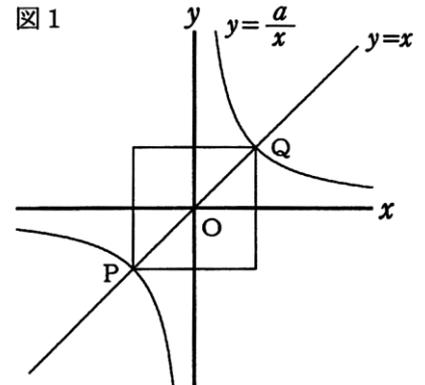
面積が  $8 \text{ cm}^2$  である長方形の縦の長さを  $x \text{ cm}$ 、横の長さを  $y \text{ cm}$  とする。 $x$  の変域が  $1 \leq x \leq 4$  のときの  $y$  の変域を求めよ。

(愛知県B 2008 年度)

【問 15】

図 1 のように、 $y=x$  のグラフと  $y=\frac{a}{x}$  のグラフが 2 点 P, Q で交わっている。線分 PQ を対角線とする正方形の面積が 36 のとき、 $a$  の値を求めなさい。

(滋賀県 2008 年度)




【問 16】

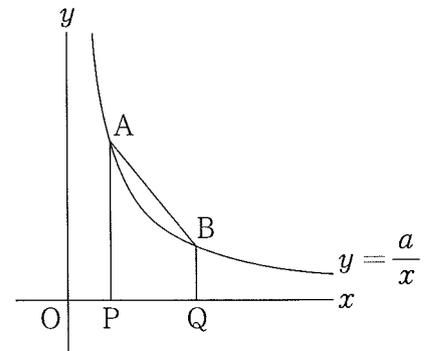
$y$  は  $x$  に比例し、 $x=2$  のとき  $y=-6$  である。また、 $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 1$  のとき、 $y$  の変域は  $a \leq y \leq b$  である。このとき、 $a, b$  の値を求めなさい。

(鳥取県 2008 年度)

【問 17】

図において、2 点 A, B は反比例  $y=\frac{a}{x}$  ( $a>0$ ) のグラフ上にあり、点 A の  $x$  座標は 1、点 B の  $x$  座標は 3 である。A, B から  $x$  軸に垂線をひき、 $x$  軸との交点をそれぞれ P, Q とする。四角形 APQB の面積が 4 であるとき、 $a$  の値を求めなさい。

(山形県 2009 年度)



【問 18】

関数  $y = \frac{12}{x}$  で、 $x$  の変域を  $1 \leq x \leq 4$  とするとき、 $y$  の変域を求めなさい。

(茨城県 2009 年度)

$\leq y \leq$
---------------

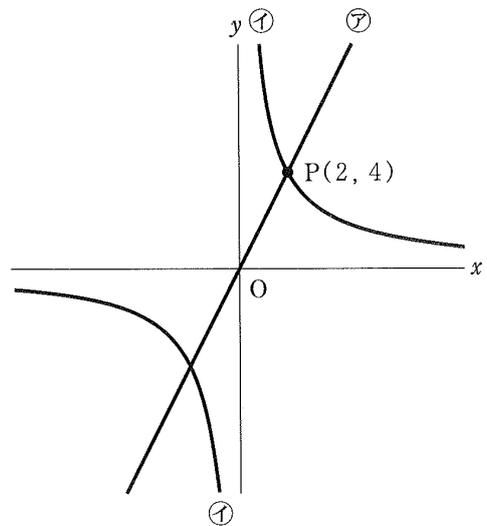
【問 19】

図のように、 $y$  が  $x$  に比例する関数㉞のグラフと、 $y$  が  $x$  に反比例する関数㉟のグラフが、点 P で交わっている。点 P の座標が (2, 4) であるとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2009 年度)

(1) 関数㉞, ㉟のそれぞれについて、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

(2)  $y=2$  のグラフと関数㉞, ㉟のグラフの交点をそれぞれ Q, R とするとき、 $\triangle PQR$  の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目もりを 1 cm とする。

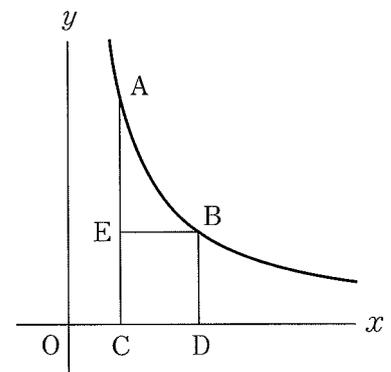


(1)	㉞ $y =$	㉟ $y =$
(2)	$\text{cm}^2$	

【問 20】

図のように、 $x$  の変域を  $x > 0$  とする関数  $y = \frac{18}{x}$  のグラフ上に 2 点 A, B があります。2 点 A, B から  $x$  軸にそれぞれ垂線 AC, BD をひきます。線分 AC 上に  $BE \perp AC$  となるように点 E をとります。点 A の  $x$  座標が 2, 四角形 BECD の面積が 10 のとき、点 B の座標を求めなさい。

(広島県 2009 年度)



--

【問 21】

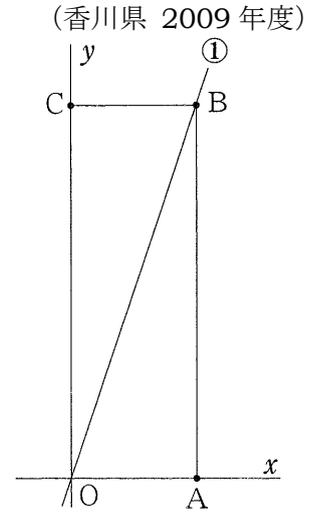
図で、点  $O$  は原点であり、直線①は関数  $y=3x$  のグラフである。点  $A$  は  $x$  軸上の点で、その  $x$  座標は正の整数である。点  $A$  を通り、 $y$  軸に平行な直線をひき、直線①との交点を  $B$  とする。また、点  $B$  を通り、 $x$  軸に平行な直線をひき、 $y$  軸との交点を  $C$  とする。

これについて、次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(1) 次の㉗～㉝のうち、関数  $y=3x$  について正しく述べたものはどれか。1 つ選んで、その記号を書け。

- ㉗  $y$  は  $x$  に反比例する
- ㉘ グラフが点  $(2, 6)$  を通る
- ㉙  $x$  の値が 3 増加すると、対応する  $y$  の値は 1 増加する
- ㉝  $x$  の値が 2 倍になると、対応する  $y$  の値は 6 倍になる

(2) 点  $A$  の  $x$  座標を  $a$  とする。線分  $OB$  上 (点  $O$ , 点  $B$  を含む) にある  $x$  座標,  $y$  座標がともに整数となる点は、全部で何個あるか。 $a$  を使った式で表せ。



(3) 長方形  $OACB$  の周上にある  $x$  座標,  $y$  座標がともに整数となる点の個数が、線分  $OB$  上 (点  $O$ , 点  $B$  を含む) にある  $x$  座標,  $y$  座標がともに整数となる点の個数より、41 個多くなるとき、点  $A$  の  $x$  座標はいくらか。点  $A$  の  $x$  座標を  $a$  として、 $a$  の値を求めよ。 $a$  の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

(1)	
(2)	個
(3)	$a$ の値を求める過程

【問 22】

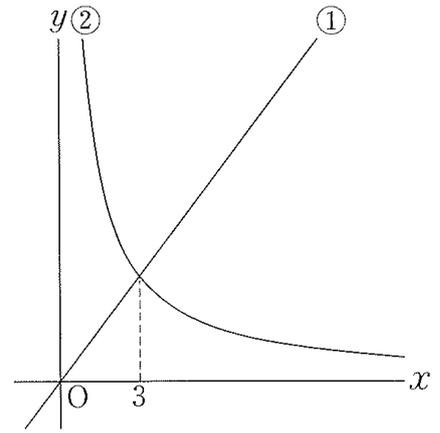
図のように、 $y = \frac{3}{4}x$  …①、 $y = \frac{a}{x}$  ( $x > 0$ ,  $a$ は定数)…②のグラフがあり、その交点の  $x$  座標は 3 である。

このとき、 $a$  の値を求めると、 $a =$   である。また、②のグラフ上にあ

り、 $x$  座標と  $y$  座標がともに自然数である点の個数は、 個である。

,  に当てはまる数を求めなさい。

(熊本県 2009 年度)

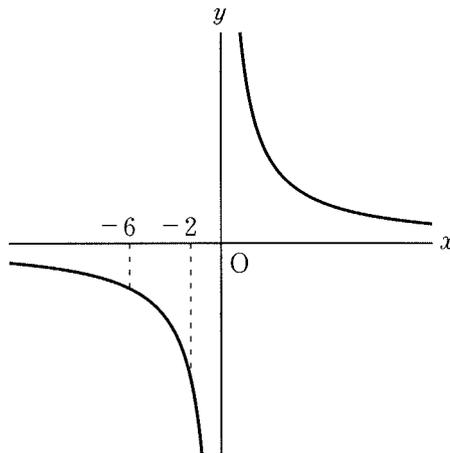


ア		イ	
---	--	---	--

【問 23】

図は  $y = \frac{18}{x}$  のグラフである。 $x$  の変域が  $-6 \leq x \leq -2$  のときの  $y$  の変域を求めなさい。

(青森県 後期 2010 年度)




【問 24】

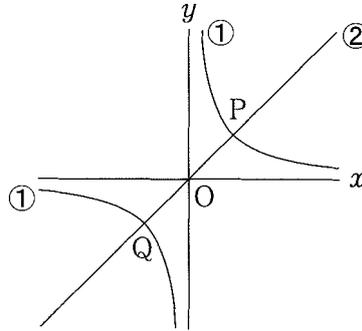
$y$  は  $x$  に比例し、その比例定数は負の数です。 $x$  の変域が  $-6 \leq x \leq 3$  のとき、 $y$  の変域は  $-7 \leq y \leq$   になります。 にあてはまる数を求めなさい。

(宮城県 2010 年度)

【問 25】

図において、①は反比例  $y = \frac{a}{x}$  のグラフ、②は比例  $y = x$  のグラフであり、①と②は 2 点 P、Q で交わっている。線分 PQ の長さが  $6\sqrt{2}$  であるとき、 $a$  の値を求めなさい。

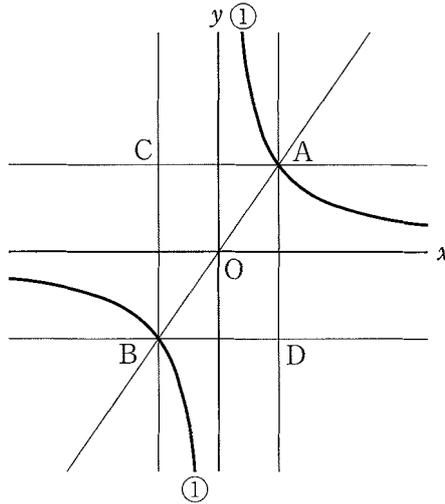
(山形県 2010 年度)




【問 26】

図において、①は関数  $y = \frac{7}{x}$  のグラフである。曲線①上に、 $x$  座標が正である点 A をとり、AO の延長と曲線①との交点を B とする。点 A を通り  $x$  軸に平行な直線と、点 B を通り  $y$  軸に平行な直線との交点を C とする。また、点 A を通り  $y$  軸に平行な直線と、点 B を通り  $x$  軸に平行な直線との交点を D とする。このとき、長方形 ACBD の面積は、点 A が曲線①上のどこにあっても一定の値である。その値を求めなさい。

(静岡県 2010 年度)





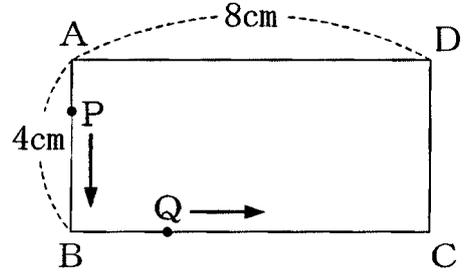
【問 29】

図において、四角形 ABCD は  $AB=4\text{ cm}$ ,  $AD=8\text{ cm}$  の長方形であり、2 点 P, Q は、それぞれ辺上を動く点である。点 P は、A を出発して、B まで毎秒  $1\text{ cm}$  の速さで動く。点 Q は、点 P が A を出発するのと同時に B を出発して、C まで毎秒  $2\text{ cm}$  の速さで動く。2 点 P, Q が出発してからの時間を  $x$  秒とすると、次の問1～問3に答えなさい。

(高知県 後期 2010 年度)

問1  $x=1$  のとき、線分 PQ の長さを求めよ。

問2  $0 < x < 4$  のとき、 $PB+BQ$  の長さを、 $x$  の式で表せ。



問3  $0 < x < 4$  で、 $PB:BQ=5:6$  となるとき、三角形 PBQ の面積を求めよ。

問1	cm
問2	( ) cm
問3	cm <sup>2</sup>

【問 30】

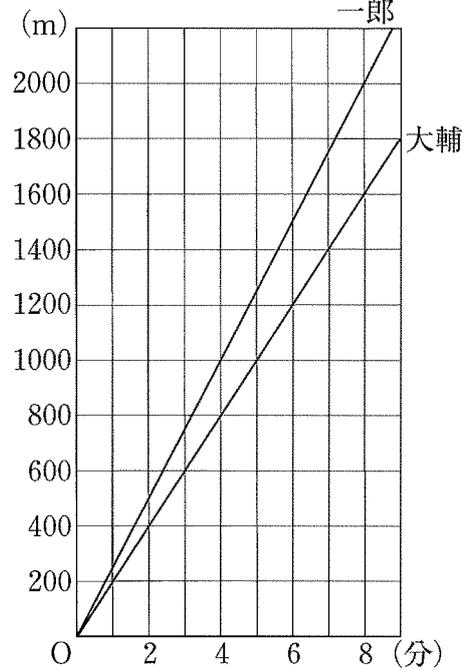
校内マラソン大会において、一郎と大輔はスタート地点を同時に出発し、同じコースをそれぞれ一定の速さで走った。出発してから4分後に、一郎はスタート地点から1000 mの地点を、大輔はスタート地点から800 mの地点を通過した。

図は、2人が出発してからの時間と、それぞれが走った距離との関係を表したグラフの一部である。

このとき、次の「ア」、「イ」に当てはまる数を入れて、文を完成しなさい。

(熊本県 2010 年度)

2人がスタート地点を出発してから10分間に走った距離は、一郎の方が大輔より「ア」m長かった。  
 また、スタート地点から「イ」mの地点を、一郎が通過してから4分15秒後に大輔も通過した。



ア	
イ	

【問 31】

関数  $y = \frac{12}{x}$  について、 $x$  の変域が  $3 \leq x \leq 9$  のときの  $y$  の変域は  $a \leq y \leq 4$  である。 $a$  の値を求めよ。

(鹿児島県 2010 年度)

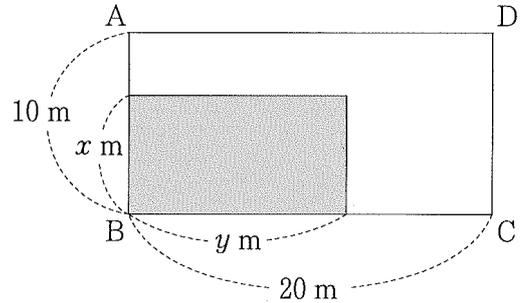
$a =$

【問 32】

図のように、 $AB=10\text{m}$ 、 $BC=20\text{m}$  の長方形  $ABCD$  の空き地に、 $\angle B$  を内角とする長方形で、面積が  $80\text{m}^2$  の花壇をつくることになりました。この花壇の  $AB$  上にある辺の長さを  $x\text{m}$ 、 $BC$  上にある辺の長さを  $y\text{m}$  として、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

(宮城県 2011 年度)

- (1)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。ただし、 $x$ 、 $y$  の変域は答えなくてもよいものとします。



- (2) 花壇の 1 辺を  $BC$  にしたときの花壇の周りの長さは、花壇の 1 辺を  $AB$  にしたときの花壇の周りの長さの何倍になるか、求めなさい。

(1)	
(2)	倍

【問 33】

点  $(2, -1)$  と原点について対称な点の座標を求めなさい。

(栃木県 2011 年度)

(      ,      )
-----------------

【問 34】

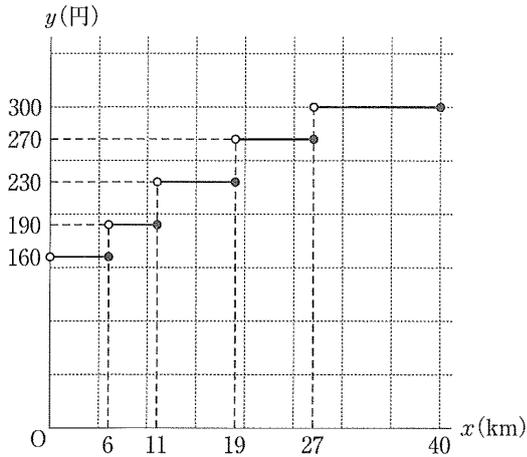
毎分  $10\text{l}$  の割合で水を入れると、 $30$  分で満水になる空の水そうがある。この水そうに毎分  $15\text{l}$  の割合で水を入れると、水そうが満水になるのは水を入れ始めてから何分後か。

(栃木県 2011 年度)

分後
----

【問 35】

ある鉄道の運賃は、乗車する距離によって表の通りになっています。これを、乗車する距離を  $x$  km、運賃を  $y$  円として  $x$  と  $y$  の関係のグラフに表すと、次のグラフのようになります。



距離	運賃
0～ 6 km まで	160 円
～11 km まで	190 円
～19 km まで	230 円
～27 km まで	270 円
～40 km まで	300 円

T さんは、この鉄道の沿線を一人で旅行するのに、鉄道を利用するか、自動車を自分で運転して行くかを決めようとしています。T さんの自動車は、120 円分のガソリンで 10 km 走ることができます。

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。ただし、鉄道、自動車いずれの場合も、鉄道の沿線を旅行する距離は同じとします。

(埼玉県 後期 2011 年度)

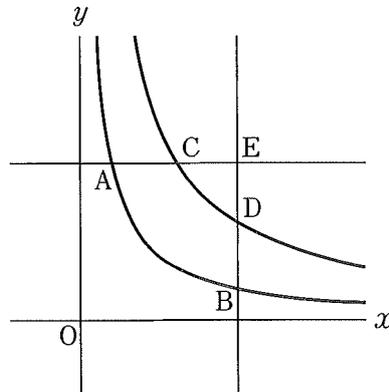
- (1) T さんが自動車で旅行をする場合、自動車を走らせる距離を  $x$  km、そのとき使ったガソリン代を  $y$  円とすると、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- (2) T さんは、25 km 以上 30 km 以下の距離を旅行するのに、鉄道と自動車のどちらが得かを決めようとしています。鉄道の運賃と自動車のガソリン代を比べたとき、鉄道、自動車のどちらを利用した方が得かを書きなさい。その際、どちらを利用した方が得かの理由を、(1)で求めた式のグラフをかいて、それをもとに金額の違いを具体的に述べながら説明しなさい。

(1)	$y =$
(2)	<p>[説明]</p> <p>よって、( ) を利用した方が得である。</p>

【問 36】

図のように、関数  $y = \frac{1}{x}$  のグラフ上に  $x$  座標が正の数である 2 点 A, B があり、関数  $y = \frac{3}{x}$  のグラフ上に  $x$  座標が正の数である 2 点 C, D があります。直線 AC, BD はそれぞれ  $x$  軸,  $y$  軸に平行で、 $AC = BD$  です。直線 AC と直線 BD との交点を E とします。このとき、点 E の  $x$  座標と  $y$  座標は等しくなります。このわけを、点 E の座標を  $(a, b)$  として、 $a, b$  を使った式を用いて説明しなさい。

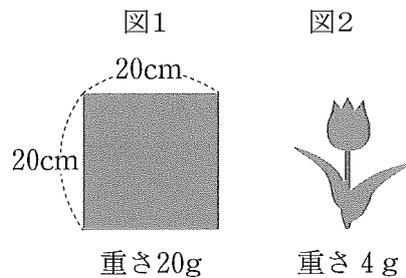
(広島県 2011 年度)



【問 37】

厚さが一定の 1 枚の厚紙から、図1のような 1 辺の長さが 20 cm の正方形と、図2のような形を切り取って、それぞれ重さをはかると、20 g, 4 g であった。このとき、図2の形の面積を求めなさい。

(山口県 2011 年度)



$\text{cm}^2$

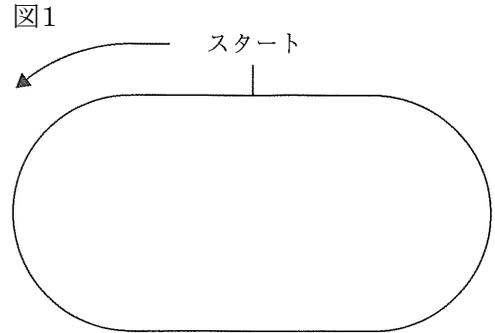
【問 38】

1 周 400m のトラック (図1) を, A さんと B さんがそれぞれ一定の速さで走る。出発して  $x$  分後までに走った距離を  $y$ m とする。図2は A さんと B さんそれぞれについて,  $x$  と  $y$  の関係を表したグラフの一部である。

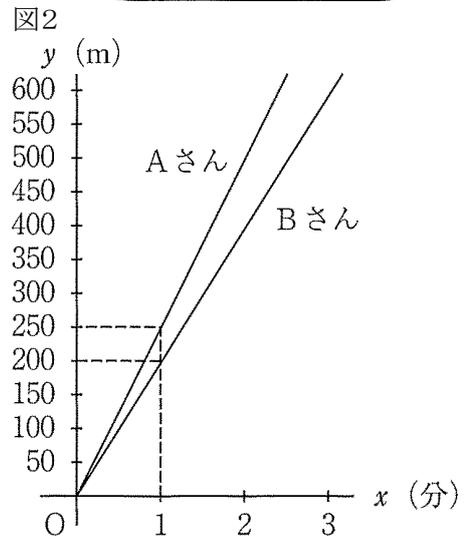
このとき, 次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2011 年度)

問1 A さんのグラフについて,  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。



問2 A さんと B さんが同時にスタート地点より出発し, 矢印方向に走る。A さんと B さんが最初に並ぶのは, 出発して何分後か求めなさい。



問3 C さんがこのトラックを 10 周走った。はじめは A さんと同じ速さで走り, 途中から B さんと同じ速さで走ったところ, 全体で 17 分かかった。このとき, C さんが A さんと同じ速さで走ったのは何分間か求めなさい。

問1	$y =$
問2	分後
問3	分間