

6. 二次方程式の利用 ① 整数・規則性関係・その他

【問1】

ある数 x , y があり, x を2乗して4をひいた数は, y を3倍して1を加えた数と等しくなる。 x と y の関係を等式で表しなさい。

(秋田県 2003 年度)

【問2】

ある正の数 x を2乗して5を加えるところを, 間違えて x を2倍して5を加えたので, 正しい答えより24小さくなった。ある正の数 x を求めよ。

(京都府 2003 年度)

 $x =$

【問3】

次の, 先生とAさん, Bさんの会話文を読んで, 下の(1), (2)に答えなさい。

(山口県 2003 年度)

先 生: 連続する3つの正の整数があります。一番小さい数と一番大きい数の積から真ん中の数の2倍をひくと62になっています。方程式を使って, この連続する3つの正の整数を求めてごらん。

Aさん: 3つの正の整数のうち, 真ん中の数を x として方程式をつくると $(x-1)(x+1)-2x=62$ となりました。

Bさん: 一番小さい数を x として方程式をつくることもできると思います。

先 生: そうだね。どちらの方程式でも求めることができるんだよ。

(1) 下線部の方法で方程式をつくりなさい。

(2) 会話文で先生が問いかけている連続する3つの正の整数を求めなさい。

(1)	=62
(2)	, ,

【問4】

図は、ある月のカレンダーである。この中のある数を x とする。 x のすぐ真上の数と x の右どなりの数をかけたものは、 x に 3 を加えた数を 9 倍したものに等しい。このとき、 x を求めなさい。

ただし、 x についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(佐賀県 2003 年度)

日	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

【問5】

ある数 x を 2 乗すると x より 2 大きくなります。このとき、ある数 x をすべて求めなさい。

(宮城県 2005 年度)

【問6】

ある正の整数 a を 2 乗してから 3 倍しなければならないのに、誤って 3 倍してから 2 乗したため、答えが 216 大きくなってしまった。このとき、 a の値を求めなさい。

(茨城県 2005 年度)

$a =$

【問7】

a, b, c の3つの正の数があり、これらは次の①, ②の関係を満たしている。

- ① b は a より 12 大きく, c は a の2倍である。
 ② c の2乗から a の2乗を引くと, b の6倍になる。

このとき a, b, c の値を次のようにして求めた。[ア] ～ [ク] に適する数や式を答えなさい。

図 3

$2x$	y	4
$-y$	3	
2		

(島根県 2005 年度)

(解答) a を x とするとき, b, c を x を用いて表すと,

①より b は [ア], c は [イ] と表せる。

これを用いると②は, $([イ])^2 - x^2 = 6 \times ([ア])$ と書け,

これを整理すると, $x^2 - 2x - [ウ] = 0$ となり,

これを解いて $x = [エ], [オ]$ であるが, $a > 0$ より $a = [カ]$ となる。

よって, ①より $b = [キ], c = [コ]$ (これは条件を満たす)

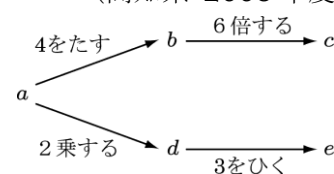
答 $a = [カ], b = [キ], c = [ク]$

ア	イ	ウ	エ
オ	カ	キ	ク

【問8】

図は, 整数 a, b, c, d, e の関係を表したものである。 a に 4 をたすと b に, b を6倍すると c になる。また, a を2乗すると d に, d から 3 をひくと e になる。このとき, 次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(高知県 2005 年度)



(1) d を b の式で表せ。

(2) c が a の3倍に等しくなるとき, c の値を求めよ。

(3) a が正の数であるとき, c と e が等しくなるような a の値を求めよ。

(1)	$d =$
(2)	$c =$
(3)	$a =$

【問9】

連続する3つの正の整数がある。まん中の数の2倍に 27 をたした数が、最も大きい数の2乗から最も小さい数の2倍をひいた数に等しい。このとき、連続する3つの整数を求めなさい。

ただし、方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(佐賀県 2005 年度)

【問 10】

由美さんのクラスでは、調理実習でドーナツとカップケーキをつくることにした。主な材料は、それぞれ次のようになっていた。このとき、次のア、イの問いに答えなさい。

ドーナツ（8 個分）		カップケーキ（8 個分）	
小麦粉	160 g	小麦粉	100 g
砂糖（小麦粉の重さの25%の量）		砂糖	100 g
卵	1 個	牛乳	30ml
⋮	⋮	卵	2 個
		⋮	⋮

(宮崎県 2005 年度)

- ア ドーナツをつくるとき、砂糖は小麦粉の重さの 25%の量を使う。ドーナツ1個あたりの砂糖の量は何 g ですか。
- イ ドーナツとカップケーキをあわせて 80 個つくったら、小麦粉を 1420 g 使った。ドーナツを x 個、カップケーキを y 個として連立方程式をつくり、ドーナツとカップケーキの個数をそれぞれ求めなさい。(式と計算の過程も書きなさい。)

ア	g
イ	式と計算
答 ドーナツ 個, カップケーキ 個	

【問 11】

一郎さんは、傾きの変わらない長い坂道で、ボールを足で押さえて立っていましたが、足をはなしたら、ボールが転がり始めました。ボールが転がり始めてから 3 秒後に、一郎さんがボールを追いかけ始めたところ、坂道の途中でボールに追いつきました。ボールは転がり始めてから t 秒間に $\frac{1}{3}t^2$ m 進み、一郎さんは毎秒 4 m の速さで追いかけてました。このとき、一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間を求めなさい。ただし、一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間を x 秒として方程式をつくり、それを解く過程も書きなさい。

(岩手県 2007 年度)

一郎さんがボールを追いかけ始めてから追いつくまでの時間を x 秒とする。

答 _____ 秒

【問 12】

a を自然数, b を素数とすると、 $a^2 - 16 = 3b$ を満たす a, b の値の組をすべて求めなさい。求め方も書くこと。

(大阪府 前期 2007 年度)

求め方

a, b の値の組

【問 13】

2 けたの自然数がある。この自然数の一の位の数は一の位の数より 3 小さい。また、一の位の数の 2 乗は、もとの自然数より 15 小さい。もとの自然数の一の位の数 a として方程式をつくり、もとの自然数を求めなさい。

(栃木県 2009 年度)

答 ()

【問 14】

ある正の数 x に 4 を加えて 2 乗するところを、誤って、 x に 2 を加えて 4 倍したため、正しい答えより 29 小さくなった。この正の数 x を求めなさい。

(千葉県 2009 年度)

$x =$

【問 15】

次の表は、1 から 50 までの連続する自然数を、上から下へ 5 つずつ、左から右へ、順に並べたものである。

1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
2	7	12	17	22	27	32	37	42	47
3	8	13	18	23	28	33	38	43	48
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

明さんは、この表から「縦に並んだ連続する 3 つの自然数で、 $3^2 + 4^2 = 5^2$ のように、小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合がある」ことを見つけた。次に、明さんは、表で の 12, 17, 22 や 24, 29, 34 などのような順に、横に並んだ 3 つの自然数に着目した。そして「横に並んだ 3 つの自然数で、小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる場合はあるだろうか」という疑問をもち、最も小さい数を x として、二次方程式をつくって考えることにした。

(長野県 2009 年度)

- (1) 横に並んだ 3 つの自然数のうち、最も大きい数を、 x を用いた文字の式で表しなさい。
- (2) x についての二次方程式をつくりなさい。
- (3) 小さい方の 2 数の 2 乗の和が、最も大きい数の 2 乗と等しくなる横に並んだ 3 つの自然数を求め、左から小さい順に書きなさい。

(1)			
(2)			
(3)			

【問 16】

連続した 3 つの正の整数がある。最も小さい数とまん中の数の和の 3 倍は、最も大きい数の 2 乗より 64 小さくなる。最も小さい正の整数を x として二次方程式をつくり、それを解いて連続した 3 つの正の整数を求めよ。

(愛媛県 2009 年度)

解

最も小さい正の整数を x とすると,

答 _____

【問 17】

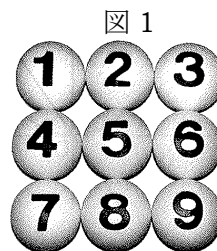
同じ大きさの玉を使い、【規則】①、②にしたがって、 n 段重ねの立体をつくる。ただし、 n は 2 以上の自然数とする。このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(鹿児島県 2009 年度)

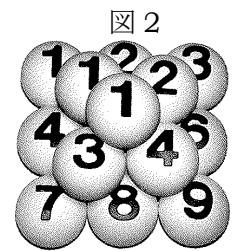
【規則】

- ① いちばん下の段には、縦横に n 個ずつの玉を、正方形の形にぴったりとつめて並べ、1 から順に自然数の番号を 1 つずつつける。たとえば、 $n=3$ のときは図 1 のようになる。
- ② 下の段において、縦横に 2 個ずつ隣り合って並んでいる 4 個の玉のすべての間に、玉を 1 個ずつ積み重ねて上の段をつくり、①と同じように 1 から順に自然数の番号を 1 つずつつける。この操作を、いちばん上の段の玉が 1 個になるまで続ける。たとえば、 $n=3$ のときは図 2 のようになる。

問1 4 段重ねの立体をつくるには、全部で何個の玉が必要か。



問2 6 段重ねの立体で、5 の倍数の番号のついた玉は全部で何個あるか。



問3 図 2 の 3 段重ねの立体では、ちょうど 2 回使われる番号は 2, 3, 4 であり、それぞれ玉は、2 個ずつ全部で 6 個ある。 n 段重ねの立体で、ちょうど 2 回使われる番号のついた玉は、全部で何個あるか。 n を用いて表せ。

問4 n 段重ねの立体をつくるとき、下から 2 段目まで積み重ねたところ、ちょうど 145 個の玉を必要とした。このとき、 n の値を求めよ。ただし、 n についての方程式と計算過程も書くこと。

問1	個
問2	個
問3	個
問4	方程式と計算過程
答 $n=$	

【問 18】

大小 2 つの長方形の花だんがある。小さい花だんのまわりの長さは 28 m で、縦は横よりも短い。大きい花だんの縦と横の長さは、小さい花だんの縦と横の長さよりそれぞれ 2 m ずつ長い。大きい花だんの面積は、小さい花だんの面積の 2 倍より 13 m^2 小さい。このとき、小さい花だんの縦の長さを求めなさい。求める過程も書きなさい。

(福島県 2010 年度)

〔求める過程〕

答 小さい花だんの縦の長さ_____m

【問 19】

ある正の数 x がある。 x の 2 乗から 12 をひいた数は、 x に 6 を加えて 2 倍した数に等しい。このとき、 x の値を求めよ。 x の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

(香川県 2010 年度)

〔 x の値を求める過程〕答 x の値_____

【問 20】

連続した 3 つの自然数があり、最も大きい数と 2 番目に大きい数の 2 つの数の積は、最も小さい数の 6 倍より 20 大きくなった。

このとき、最も小さい自然数を x として、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

(佐賀県 後期 2011 年度)

(1) 最も大きい数と 2 番目に大きい数を、それぞれ x を使って表しなさい。

(2) 3 つの自然数を求めなさい。ただし、 x についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(1)	最も大きい数	
	2 番目に大きい数	
(2)		